

Открытая физико-математическая олимпиада 2017

Физика

7 класс

1. По шоссе, на обочине которого на равном расстоянии друг от друга стоят столбы освещения, неторопливо едет велосипедист. Каждые 6 секунд он проезжает мимо такого столба. Увеличив скорость на 2 м/с, он стал проезжать мимо столбов каждые 4 секунды. Сколько времени будет занимать проезд от столба до столба, если скорость увеличить еще на 2 м/с?

Решение:

Увеличив скорость, велосипедист затрачивает на проезд расстояния от столба до столба вместо 6 секунд – 4 секунды, то есть в 1,5 раза меньше времени. Это означает, что его скорость увеличилась в 1,5 раза:

$$v_1 = \frac{S}{t_1}; \quad v_2 = \frac{S}{t_2} \quad \Rightarrow \quad \frac{v_1}{v_2} = \left(\frac{S}{t_1}\right) \Big/ \left(\frac{S}{t_2}\right) = \frac{S t_2}{S t_1} = \frac{t_2}{t_1} = \frac{6 \text{ с}}{4 \text{ с}} = 1,5$$
$$v_1 = 1,5v_0$$

Скорость увеличилась на $0,5v_0$, что составляет 2 м/с. Это значит, что начальная скорость тела была в два раза больше этого значения: она была равна $v_0=4$ м/с.

Потом – $v_2=6$ м/с, и в конце концов – $v_3=8$ м/с.

Поскольку скорость велосипедиста увеличилась в 2 раза, то он будет тратить в два раза меньше времени на прохождение прежнего расстояния: $t_3=3$ с.

Ответ: $t_3=3$ с.

2. Имеются рычажные весы с чашами различной массы, набор разновесов, набор одинаковых гаек. Весы находятся в равновесии, если положить: на левую чашу гирьки массой 2 г, а на правую три гайки; или на левую чашу одну гайку, а на правую – гирьку массой 1 г. Насколько отличаются массы чашек этих весов? Чему равна масса гайки?

Решение:

Легко понять, какая чаша весов тяжелее. Предположим, что это правая чаша. Тогда из второго опыта получается, что гайка весит больше 1 г. Три гайки на правой чаше весов весили бы больше 3 г, но это не так! Противоречие говорит о том, что наше предположение неверно, и тяжелее левая чаша весов.

Обозначим отличие массы левой чаши от массы правой за M , а массу гайки – за m . Запишем результаты взвешивания в виде уравнений:

$$M + 2 = 3m$$

$$M + m = 1$$

Решим эту систему уравнений:

$$m = 1 - M$$
$$M + 2 = 3(1 - M)$$

Раскроем скобки, приведём подобные и найдём M :

$$M = 0,25 \text{ г}$$
$$m = 0,75 \text{ г}$$

Ответ: масса левой чаши больше на 0,25 г; масса одной гайки равна 0,75 г.

3. Учитель перед выходными в открытом сосуде приготовил раствор поваренной соли. В понедельник он заметил, что часть воды из раствора испарилась, так, что уровень понизился с $h_1=20 \text{ см}$ до $h_2=18 \text{ см}$, а плотность раствора повысилась до $\rho_2=1,2 \text{ г/см}^3$. Какой была плотность раствора ρ_1 сразу после его приготовления? Сосуд имеет форму прямоугольного параллелепипеда, соль из раствора не испарялась. Плотность воды $\rho=1 \text{ г/см}^3$. Площадь дна сосуда равна $S=10 \text{ см}^2$. При растворении соли объём раствора равен объёму воды.

Решение:

По условию, масса соли в растворе не изменилась, испарялась вода. Найдём массу соли после того, как часть воды испарилась:

Найдём объём раствора:

$$V_2 = Sh_2 = 10 \text{ см}^2 \cdot 18 \text{ см} = 180 \text{ см}^3$$

Найдём массу раствора:

$$m_2 = \rho_2 V_2 = 1,2 \text{ г/см}^3 \cdot 180 \text{ см}^3 = 216 \text{ г}$$

Найдём массу воды в этом растворе:

$$m_{B2} = \rho V_2 = 1 \text{ г/см}^3 \cdot 180 \text{ см}^3 = 180 \text{ г}$$

Найдём массу соли в этом растворе:

$$m = m_2 - m_{B2} = 216 \text{ г} - 180 \text{ г} = 36 \text{ г}$$

Такая же масса соли была вначале, до того, как испарилась вода.

Найдём объём воды в начале:

$$V_1 = Sh_1 = 10 \text{ см}^2 \cdot 20 \text{ см} = 200 \text{ см}^3$$

Найдём массу воды вначале:

$$m_{B1} = \rho V_1 = 1 \text{ г/см}^3 \cdot 200 \text{ см}^3 = 200 \text{ г}$$

Найдём массу всего раствора вначале:

$$m_1 = m_{B1} + m = 200 \text{ г} + 36 \text{ г} = 236 \text{ г}$$

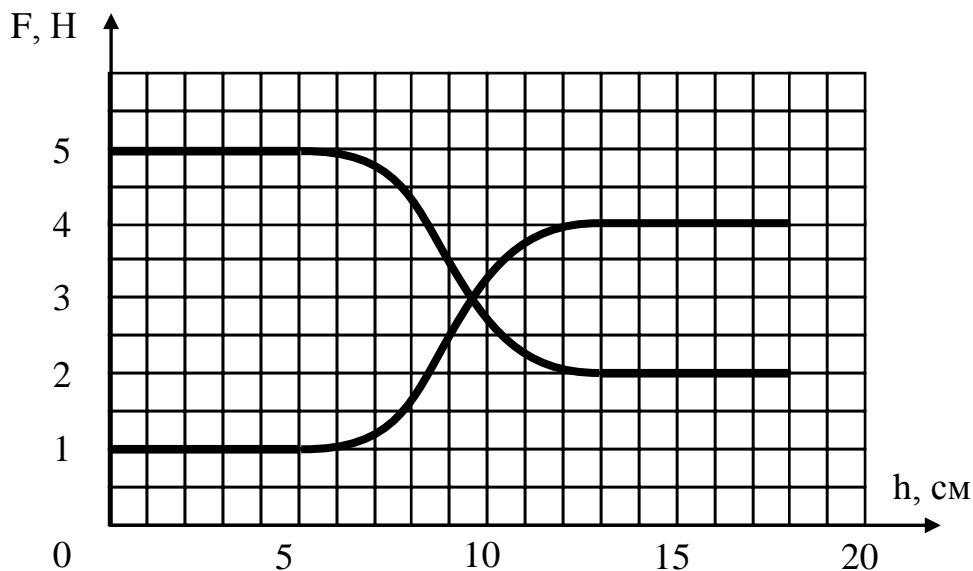
Найдём плотность раствора сразу после его приготовления:

$$\rho_1 = \frac{m}{V} = \frac{236 \text{ г}}{200 \text{ см}^3} = 1,18 \text{ г/см}^3$$

Ответ: $\rho_1 = 1,18 \text{ г/см}^3$.

4. На уроке физики Петя проделал следующий эксперимент: он прикрепил к телу два динамометра, - один сверху, другой – снизу, и закрепил эту систему вертикально в сосуде, так что пружины обоих динамометров были растянуты. Наливая в сосуд воду, Петя строил график зависимости показаний динамометров от уровня воды в сосуде. Используя график, определите:

- вес тела;
- его массу;
- объем тела;
- плотность тела;



Решение:

Когда груз подвешен к динамометру, то показания прибора равны весу тела. Если мы снизу потянем тело, то показания динамометра увеличатся на величину этой силы, а вес останется прежним! Значит, чтобы определить вес тела, когда воды в сосуде еще нет, надо вычесть из показаний верхнего динамометра показания нижнего:

$$P = F_г - F_н = 5 \text{ Н} - 1 \text{ Н} = 4 \text{ Н}$$

Из формулы веса тела выразим массу и рассчитаем ее:

$$P = mg$$

$$m = \frac{P}{g} = \frac{4 \text{ Н}}{10 \text{ Н/кг}} = 0,4 \text{ кг}$$

Когда уровень воды сравнялся с нижней кромкой тела, она стала выталкивать тело вверх, благодаря силе Архимеда. Из-за этого

пружина нижнего динамометра стала растягиваться ещё сильнее, - его показания растут, а растяжение пружины верхнего динамометра, наоборот, уменьшается, и его показания уменьшаются.

В тот момент, когда их показания сравниваются, сила Архимеда уравновешивает силу тяжести. Далее сила Архимеда уже превосходит силу тяжести – и показания нижнего динамометра становятся больше показаний верхнего.

После того, как тело окажется полностью погруженным в воду, показания динамометров перестанут меняться. Разница их показаний теперь соответствует силе, необходимой, чтобы тело удержать под водой:

$$F = F_{н2} - F_{г2} = 4 \text{ Н} - 2 \text{ Н} = 2 \text{ Н}$$

$$F_A = mg + F = 4 \text{ Н} + 2 \text{ Н} = 6 \text{ Н}$$

Запишем формулу силы Архимеда, выразим из неё объем тела и рассчитаем его:

$$F_A = \rho g V$$

$$V = \frac{F_A}{\rho g} = \frac{6 \text{ Н}}{1000 \text{ кг/м}^3 \cdot 10 \text{ Н/кг}} = 0,0006 \text{ м}^3 = 600 \text{ см}^3$$

Рассчитаем плотность тела:

$$\rho_m = \frac{m}{V} = \frac{400 \text{ г}}{600 \text{ см}^3} = \frac{2}{3} \text{ г/см}^3$$

Ответ: вес тела $P=4 \text{ Н}$; масса тела $m=400 \text{ г}$; объём тела $V=600 \text{ см}^3$; плотность тела $\rho \approx 0,67 \text{ г/см}^3$.