

Югорский физико-математический лицей

А.Б. Ильин

**Варианты заданий по физике
физико-математических турниров
2009-2017 гг.**

Учебно-методическое пособие

Ханты-Мансийск
2017

А.Б. Ильин

Варианты заданий по физике физико-математических турниров 2009-2017 гг.: Учебно-методическое пособие. Ханты-Мансийск: Югорский физико-математический лицей, 40 с.

В пособии представлены варианты заданий с решениями по физике Окружных физико-математических турниров, которые проводились Югорским физико-математическим лицеем-интернатом в 2009-2017 гг.

Пособие предназначено для учащихся 9-х классов и учителей физики, частично - для учащихся 7-х и 8-х классов. Сборник может быть полезен при подготовке учащихся к школьному и муниципальному этапу Всероссийской олимпиады по физике, другим олимпиадам и конкурсам по физике.

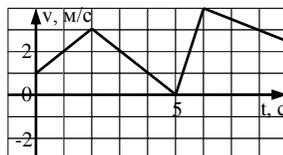
© Ильин А.Б., 2017

2009 год

Вариант 1.

1. Какую массу имеет сплошной куб с общей площадью поверхности **150 см²**, если плотность вещества, из которого он изготовлен, **10 г/см³**?

2. По графику зависимости модуля скорости от времени **v(t)** определите, на каком участке модуль ускорения был наибольшим. Рассчитайте эту величину.



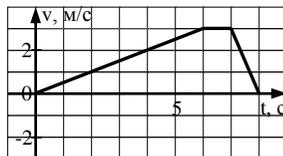
3. С крыши дома высотой **H=20 м** отрывается сосулька и падает вниз. Вася, выглядывая из открытого окна на улицу, ударил лбом сосульку, сообщив ей горизонтальную скорость **v_x=2 м/с**. Вертикальная скорость сосульки **v_y** при ударе не изменилась. На каком расстоянии от дома упадет сосулька, если Васин лоб в момент удара находился на высоте **h=15 м** над землей?

4. На горизонтальной шероховатой поверхности стола лежит брусок массой **m**. Под действием горизонтально направленной силы **F₀** брусок начал двигаться с ускорением **a**. Во сколько раз надо увеличить силу воздействия, чтобы ускорение увеличилось в два раза?

Вариант 2.

1. Кусочек пластилина бросили в мензурку, и он вытеснил объем воды, равный **20 см³**. Из этого же кусочка вылепили пустотелый цилиндр и тоже бросили в мензурку. Оказалось, что он плавает, вытесняя при этом **28 см³** воды. Чему равна плотность пластилина, если плотность воды равна **1 г/см³**?

2. По графику зависимости модуля скорости от времени **v(t)** определите путь, пройденный телом за первые **7 секунд** движения.



3. В вертикальную мишень с расстояния **120 м** из неподвижной винтовки сделано два выстрела в горизонтальном направлении. Скорость

первой пули **300 м/с**, второй - **400 м/с**. Определите расстояние между пробоинами в мишени. Обе пробоины расположены в одной вертикальной плоскости. При расчетах принять **$g=10 \text{ м/с}^2$** .

4. На горизонтальной гладкой поверхности стола лежит брусок. Под действием горизонтально направленной силы брусок начал двигаться с ускорением **a_1** . Под действием другой силы, также направленной горизонтально, он начал двигаться с ускорением **a_2** . С каким ускорением начнет двигаться брусок, если обе эти силы будут приложены в одной горизонтальной плоскости под углом **90°** друг к другу?

2010 год.

Вариант 1

1. Для выполнения лабораторной работы по взвешиванию тел Вася выдал весы с разновесами и две одинаковых прозрачных баночки с одинаковыми монетками внутри. В одной баночке Вася насчитал **$N_1=5$** монеток, а во второй – **$N_2=9$** . Не вынимая монеток, он взвесил баночки и получил, что масса первой **$m_1=22 \text{ г}$** , а второй – **$m_2=30 \text{ г}$** . Какое значение массы **m** пустой баночки он рассчитал по этим данным?

2. По графику зависимости координаты от времени **$x(t)$** определите, сколько времени тело двигалось в направлении, противоположном оси **Ox** , с максимальной по модулю скоростью. Ответ обоснуйте.



3. С балкона, находящегося на высоте **$h=10 \text{ м}$** над поверхностью земли, бросили два тела: одно – вертикально вниз со скоростью **$v_{01}=5 \text{ м/с}$** , второе – вертикально вверх, тоже со скоростью **$v_{02}=5 \text{ м/с}$** . Через какое время **Δt** после падения на землю первого тела упадет второе? Ускорение свободного падения **$g=10 \text{ м/с}^2$** .

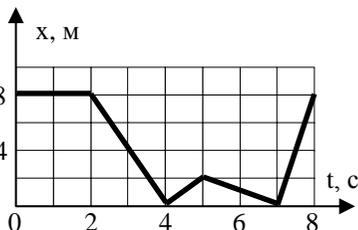
4. Два тела, с одинаковыми массами, связанные невесомой и нерастяжимой нитью, движутся равномерно прямолинейно под воздействием силы, приложенной к первому телу. С каким ускорением **a**

начнет двигаться это тело, если нить оборвется? Коэффициент трения первого тела о поверхность равен μ_1 , второго – μ_2

Вариант 2.

1. Для выполнения лабораторной работы по измерению размеров малых тел Васе выдали линейку, листы картона и стопку листов бумаги. В первый раз, когда Вася сложил $N_1=13$ листов бумаги и один лист картона, их общая толщина оказалась равна $d_1=3$ мм. Затем он измерил толщину $N_2=26$ листов бумаги и трех листов картона. В этот раз толщина стопки оказалась равной $d_2=8$ мм. Какое значение толщины одного листа бумаги он получил по этим данным?

2. По графику зависимости координаты от времени $x(t)$ определите, какой путь тело прошло за 8 секунд движения и рассчитайте среднюю путевую скорость движения тела за это же время. Ответ обоснуйте.



3. Вася сконструировал робота, который умеет двигаться только с постоянным по величине ускорением $a=0,1$ м/с². Включив робота, Вася отправил его вперед. Через $t=50$ с Вася поменял направление ускорения на противоположное. На каком максимальном расстоянии от Васи побывал робот?

4. Тело массой m движется по шероховатой поверхности под воздействием силы F_0 , направленной горизонтально с ускорением a_0 . К телу приклеивают сверху груз массой $m/2$. Какой должна быть сила F , приложенная в этом случае, чтобы тело двигалось с тем же ускорением a_0 ? Сила F_0 достаточно велика, чтобы сдвинуть тело с места.

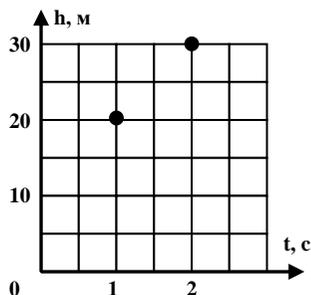
Вариант 3.

1. Петя решил измерить плотность неизвестной жидкости, имея только весы. Он взвесил пустой стакан, затем налил в него полстакана воды и опять взвесил, потом долил доверху в этот же стакан неизвестную жидкость и опять взвесил стакан с содержимым. В результате он

получил три значения массы: $m_1=30$ г, $m_2=130$ г, $m_3=310$ г. Какова плотность неизвестной жидкости, если плотность воды $\rho=1000$ кг/м³?

2. Двигаясь по шоссе, автомобиль проехал **100 км** со скоростью **150 км/ч**. На следующем участке пути такой же длины он, из-за ухудшения дороги, двигался со скоростью **50 км/ч**. Другой автомобиль, выехавший одновременно с первым по той же трассе, всю дорогу двигался со скоростью **100 км/ч**. Который из автомобилей приехал в пункт назначения первым? На сколько минут он опередил другой?

3. Изучая свободное падение тел, Петя собрал установку, которая фиксировала высоту тела и время полета. Начав строить график $h(t)$, он поставил две точки, затем отвлекся и потерял данные. Помогите Пете определить начальную скорость тела. Свое решение подкрепите необходимыми рассуждениями и расчетами.



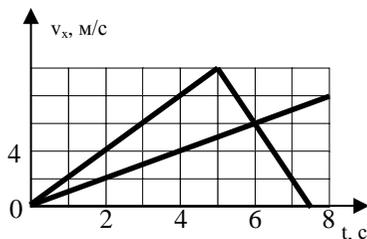
4. Магнит находится на вертикальной стальной поверхности. Оказалось, что для того, чтобы магнит двигался равномерно вниз, нужно приложить силу F_1 , направленную вверх; чтобы он двигался равномерно вертикально вверх – силу F_2 , направленную вверх, а для того, чтобы оторвать его от стальной поверхности – силу F_0 , направленную горизонтально. Чему равен коэффициент трения магнита о сталь?

2011 год.

Вариант 1.

1. Для выполнения лабораторной работы по измерению плотности тела Васе выдали мензурку с водой и деревянную линейку. Опустив линейку в воду, он заметил, что линейка плавает вертикально, а уровень воды находится на отметке $h_1=4$ см. Он перевернул линейку и повторил эксперимент. В этот раз уровень воды оказался на отметке $h_2=16$ см. Какую плотность дерева, из которого изготовлена линейка, получил Вася по этим данным? Плотность воды $\rho=1$ г/см³.

2. На графике показана зависимость проекции скорости от времени $v_x(t)$ для двух тел, стартовавших из одной точки и двигавшихся в одном направлении. В какой момент времени расстояние между ними было наибольшим? Чему оно равно?



3. От поезда, движущегося со скоростью **20 м/с**, отцепили последний вагон. Считая, что вагон тормозит с постоянным ускорением **0,5 м/с²**, найдите, во сколько раз путь, пройденный вагоном до его остановки, меньше пути, пройденного поездом к этому моменту.

4. Период одного математического маятника равен **T₁**, а второго – **T₂**. Каким будет период колебаний математического маятника, если нити первого и второго связать вместе? Считать, что длина получившейся нити равна сумме длин связанных нитей.

2012 год.

Вариант 1.

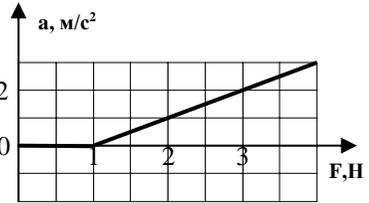
1. В конце урока физики Вася хотел измерить плотность раствора соли, занимавшего четверть стакана емкостью **V=200 см³**. Ареометр в стакан не помещался, поэтому мальчик решил долить в раствор чистой воды доверху. Долив воды, он быстро все перемешал и измерил плотность нового раствора. Она оказалась равной **ρ₁=1,1 г/см³**. Какова была плотность раствора соли **ρ₀** в начале опыта, если плотность воды равна **ρ₂=1,0 г/см³**?

2. Длина часовой стрелки на часах Московского Кремля **L=2,88 м**. Скорость конца этой стрелки и скорость конца секундной стрелки на дамских часах одинаковы. Какова длина **l** секундной стрелки дамских часов?

3. Велосипедист на соревнованиях после старта двигался по прямой с ускорением **2 м/с²** в течение времени **5 с**. Затем он двигался равномерно по дуге окружности с центростремительным ускорением, равным **8 м/с²**.

Совершив пол-оборота, он упал. На каком расстоянии от точки старта это произошло?

4. К телу, лежащему на горизонтальной шероховатой поверхности, приложили силу, направленную горизонтально. Зависимость ускорения тела от величины силы приведена на графике. Найдите массу тела.



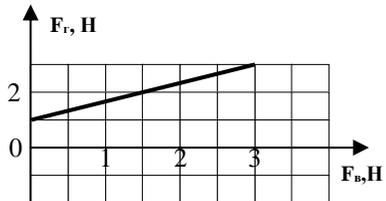
Вариант 2.

1. Вася решил измерить плотность куриного яйца. Мальчик положил его в сосуд и налил $V_0=120 \text{ см}^3$ воды. Приготовив раствор соли плотностью $\rho_1=1,4 \text{ г/см}^3$, он начал аккуратно подливать раствор, тщательно перемешивая жидкости. Когда он долил в стакан $V_1=40 \text{ см}^3$ раствора, яйцо всплыло. Какое значение плотности яйца Вася получил? Плотность воды равна $\rho_0=1,0 \text{ г/см}^3$?

2. Длина секундной стрелки настенных часов в $n=1,5$ раза больше длины часовой стрелки. Во сколько раз отличаются скорости точек, лежащих на концах этих стрелок?

3. Велосипедист на соревнованиях после старта двигался по прямой с ускорением $a=1,5 \text{ м/с}^2$ в течение времени $t=4 \text{ с}$. Затем он двигался равномерно по дуге окружности с центростремительным ускорением, равным $2a$. Совершив три четверти оборота, он упал. На каком расстоянии от точки старта это произошло?

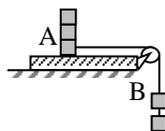
4. К телу, лежащему на горизонтальной шероховатой поверхности, приложили две силы: $F_Г$ – направленную горизонтально, $F_В$ – вертикально вниз. Зависимость величины силы $F_Г$, при которой тело начинает двигаться, от величины силы $F_В$ приведена на графике. Найдите массу тела.



2013 год.

Вариант 1.

1. На уроке физики Васе предложили измерить коэффициент трения дерева по дереву, не используя измерительных приборов. Для этого учитель ему выдал нить, несколько одинаковых деревянных кубиков, деревянную доску с блоком на краю. Кубики можно было сцеплять вместе. На рисунке показано, как выглядела установка школьника. Он обнаружил, что в положении, изображенном на рисунке, система покоится. Если один верхний кубик слева (т. А) снять, то система начнет двигаться с ускорением. В каких пределах лежит значение коэффициента трения?



2. Нарисуйте график зависимости проекции перемещения тела от времени $S_x(t)$ для движения, соответствующего следующему описанию: сначала 5 секунд тело двигалось по направлению оси со скоростью 20 м/с; затем в течение 10 секунд тело двигалось против направления оси со скоростью 25 м/с.

3. С крыши дома высотой $H=16$ м свисала веревка. Со временем она перетерлась о край крыши, и в безветренный день упала вниз. Какова длина веревки, если верхний конец веревки при падении провёл в воздухе вдвое больше времени, чем нижний? Ускорение свободного падения $g=10$ м/с², упругостью веревки пренебречь.

4. Водитель грузовика опаздывал с доставкой груза, поэтому ехал максимально быстро (но при этом - не нарушая правил). Поворот радиусом R он проехал со скоростью v , двигаясь равномерно. Закончив поворот, он увидел впереди упавшее на дорогу дерево. При каком расстоянии S от машины до препятствия грузовик успеет остановиться, если водитель сразу нажал на тормоз?

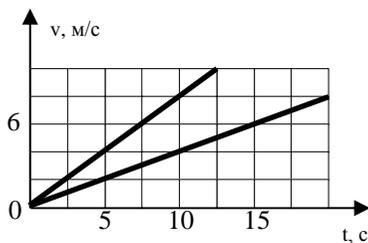
Вариант 2.

1. На уроке физики Вася изучал зависимость силы трения скольжения от веса груза. Для этого он на деревянный брусок сверху ставил грузики известного веса и измерял силу трения скольжения с помощью динамометра. После урока обнаружилось, что он забыл взвесить сам деревянный брусок! Помогите Васе: вычислите вес бруска по результатам его эксперимента!

$P_{\text{грузиков, Н}}$	0,5	1,0	1,5	2,0
$F_{\text{тр, Н}}$	0,9	1,0	1,1	1,2

2. Из одной точки одновременно начали двигаться два тела по одной прямой в противоположные стороны. Используя график зависимости скорости от времени, определите расстояние между телами через 10 секунд после начала движения.

НО



3. Стоя у края скалы, мальчик уронил камень вниз. Камень ударился о поверхность через время t_1 . Когда мальчик бросил другой такой же камень вертикально вниз, тот ударился о поверхность через время t_2 . С какой скоростью был брошен второй камень? Ускорение свободного падения g , сопротивлением воздуха пренебречь.

4. Период колебаний пружинного маятника с грузом массы $m_1=40$ г равен $T_1=1$ с. Каким станет период колебаний этого маятника T_2 , если увеличить массу груза на $\Delta m=50$ г?

2014 год.

Вариант 1.

1. Вася выполнял лабораторную работу по изучению колебаний нитяного маятника. Одновременно с запуском секундомера он отпустил

маятник и начал считать: «Раз, два, три...», отмечая начало каждого колебания. Рассчитав период колебаний, он определил с его помощью длину нити. На сколько процентов он ошибся, если учесть, что он остановил секундомер на счете «Десять» и решил, что прошло десять колебаний?

2. Петя и Вася бегут наперегонки стометровку. Петя бежит равномерно, со скоростью 5 м/с, а Вася – равноускоренно, увеличивая свою скорость от 4 м/с (в момент старта) до 6 м/с (в момент финиша). Кто и на сколько секунд опередит соперника?

3. Петя стоял под сосной. Прилетела ворона, и, сев на верхушку сосны, осыпала с нее снег. Этот снег упал на голову Пети через 2 секунды. Определите высоту сосны, если рост Пети ровно 2 м, а ускорение свободного падения $g=10 \text{ м/с}^2$.

4. Как известно, космическая станция МКС движется по круговой орбите вокруг Земли со скоростью 8 км/с, при этом на ее борту все тела находятся в невесомости. С какой скоростью она должна двигаться по этой же орбите, чтобы вес тел на ее борту было таким же, как на поверхности Земли?

Вариант 2.

1. Вася выполнял лабораторную работу по изучению колебаний нитяного маятника. Он обнаружил, что если длину нити маятника уменьшить на треть, то период колебаний этого маятника уменьшится на 0,5 с. Мог ли он соорудить такой маятник, если высота лаборатории 3 метра?

2. Петя и Вася бегут наперегонки стометровку. Петя бежит равномерно, со скоростью 5 м/с, а Вася – первую половину дистанции со скоростью 6 м/с, а вторую – со скоростью 4 м/с. Кто и на сколько секунд опередит соперника?

3. Петя лежал на краю обрыва высотой 12 метров и держал вертикально шест длиной 2 метра за верхний край. Отвлечшись, он отпустил шест. Через сколько секунд нижний край шеста ударится о землю? Ускорение свободного падения $g=10 \text{ м/с}^2$.

4. При движении по выпуклому мосту со скоростью $v=60 \text{ км/ч}$ вес автомобиля в верхней точке уменьшился на ΔP . С какой скоростью должна двигаться эта машина в этом же месте, чтобы ее вес уменьшился на $2\Delta P$? Дайте численный ответ.

Вариант 3.

1. Вася выполнял лабораторную работу по изучению колебаний различных маятников. Он обнаружил, что период колебаний пружинного маятника и нитяного одинаков, если взять пружину жесткостью 60 Н/м и груз массой 600 грамм. Какую длину нити имел нитяной маятник?

2. Петя и Вася соревновались в беге на дистанцию 600 м. Петя всю дистанцию бежал равномерно, со скоростью 5 м/с. Вася – полдистанции, со скоростью, на 20% меньше Петиной, а еще полдистанции – со скоростью, на 20% больше Петиной. Кто и на сколько секунд опередит соперника?

3. Петя бросил вверх мяч со скоростью 11,5 м/с. Через 2 с мяч ударился о козырек над подъездом. На какой высоте от точки броска находится козырек? Ускорение свободного падения $g=10 \text{ м/с}^2$.

4. На планете Neptun зеленые человечки проводили испытания скоростного лифта. Оказалось, что вес тела, когда лифт двигался с ускорением 2 м/с^2 , направленным вверх был равен 4 кН, а когда двигался с ускорением 3 м/с^2 , направленным вниз, 3,2 кН. Определите ускорение свободного падения на планете Neptun.

2015 год.

Вариант 1.

1. Вася решил методом рядов измерить толщину металлической пластинки. Сложив 50 одинаковых пластинок, он приложил к ним линейку, совместив начало линейки с краем стопки пластинок, и записал резуль-

тат – 3,2 см. Затем то же самое проделал с 70 пластинками, с результатом 4,0 см. Производя расчеты, он понял, что у линейки был обломан кончик, и шкала начиналась не с нулевой отметки. Определите, чему равна толщина пластинки, и с какой отметки начиналась шкала линейки.

2. Из одной точки в одном направлении начинают двигаться два тела: первое движется равномерно прямолинейно со скоростью v_1 , второе - равномерно по дуге окружности радиусом R со скоростью v_2 . Найдите расстояние между ними в момент времени, когда второе тело прошло ровно половину окружности.

3. Если уронить камень со скалы, он ударится о землю через 2 секунды. С какой скоростью камень ударится о землю, если его бросить вертикально вниз со скоростью 15 м/с с этой же скалы?

4. Определите силу тяги автомобиля массой 2 тонны, если известно, что для того, чтобы увеличить скорость с 90 км/ч до 108 км/ч, ему требуется 2 секунды.

Вариант 2.

1. Вася решил методом рядов измерить толщину 10-копеечной монеты. Положив 10 монет в ряд, он измерил штангенциркулем высоту и записал результат – 9,3 мм. Затем то же самое проделал с 17 монетами, с результатом 15,6 мм. Обнаружив расхождение, он осмотрел монеты, и обнаружил, что среди российских монет попала одна зарубежная, причем она участвовала в обоих измерениях. Определите, чему равна толщина одной российской монетки, и чему – зарубежной.

2. По прямой дороге движутся два тела, уравнения зависимости координаты от времени которых даются следующими формулами:

$$x_1 = 1 + 3t - 0,5t^2;$$

$$x_2 = -2 + t + 0,5t^2.$$

Найдите время и место встречи этих тел. Все величины в уравнении приведены в единицах СИ.

3. При испытаниях нового парашюта что-то пошло не так: груз сначала свободно падал, а потом, после неполного раскрытия парашюта, его скорость не снизилась, а оставалась постоянной до момента падения на землю. Найдите эту скорость, если тело падало с высоты h , а время падения до поверхности земли оказалось равным t . Ускорение свободного падения равно g .

4. Определите, под действием какой по величине силы тело массой 2,5 тонны за время 1 минуту увеличит свою скорость от 36 км/ч до 144 км/ч.

Вариант 3.

1. Петя решил рассчитать ускорение шарика, катящегося по наклонному желобу. Он провел два опыта при одинаковом угле наклона, но разном пройденном расстоянии, фиксируя время движения с помощью секундомера. Рассчитав ускорения, он получил различные значения! Понимая, что это неправильный результат, он еще раз осмотрел установку, и заметил, что измерительная лента сдвинулась, и начальная точка движения оба раза лежала не на нулевой отметке ленты. Насколько и куда сдвинулась лента, если отметку **10 см** шарик прошел через **2 с** после начала движения, а **61 см** – через **4 с**?

2. Петя и Вася одновременно побежали из одной точки: Петя – прямолинейно со скоростью v_1 , Вася – по дуге окружности радиусом R со скоростью v_2 . В момент начала движения мальчики бежали в перпендикулярно друг другу. Через некоторое время они встретились. Чему равно это время t ? Сделайте рисунок, на котором изобразите траектории движения мальчиков.

3. У аэромобиля, зависшего на некоторой высоте, отказал антигравитатор. Началось свободное падение. Через **2 с** прибор заработал, и сообщил максимальное ускорение аэромобилю, в результате чего через **1 с** тот совершил мягкую посадку (без удара). На какой высоте первоначально находился аэромобиль?

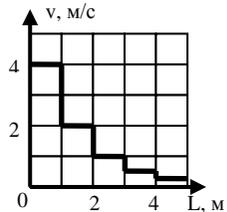
4. Определите, тело какой массы под действием силы величиной 20 кН за время 10 с увеличит свою скорость от 54 км/ч до 72 км/ч.

2016 год.

Вариант 1.

1. Деревянный кубик плотностью $\rho_1=0,5 \text{ г/см}^3$, обмазали равномерно глиной, плотность которой $\rho_2=1,5 \text{ г/см}^3$. Чему будет равна плотность получившегося куба, если ребро деревянного куба составляет $a=4 \text{ см}$, а ребро получившегося куба, после обмазки, $b=8 \text{ см}$?

2. Мячик, движущийся между двумя стенками, при каждом ударе отскакивает со скоростью, в два раза меньшей, чем до удара. График зависимости скорости от пройденного пути приведен на рисунке. За какое время от начала движения мяч пройдет путь $L=2,5 \text{ м}$?



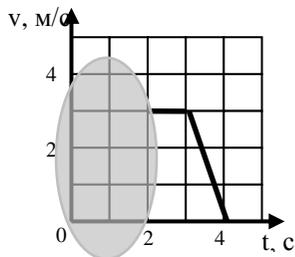
3. На планете *Neptune* зеленые человечки проводили испытание катапульты. Катапульта была установлена на высоте h над поверхностью земли и стреляла вертикально вверх. Они обнаружили, что до высшей точки снаряд поднимается время t_1 , а до земли, после этого, – в течение времени t_2 . Определите по этим данным ускорение свободного падения на этой планете.

4. Брусок лежит на столе. Если к бруску приложить силу $F_1=2 \text{ Н}$, направленную горизонтально, он будет двигаться с ускорением $a_1=0,2 \text{ м/с}^2$. Если силу увеличить в два раза, то ускорение вырастет в три раза. С каким ускорением будет двигаться этот брусок, если приложить силу, в два раза меньшую F_1 ?

Вариант 2.

1. Среди десяти одинаковых кубиков случайно оказался такой же по размерам, но более тяжёлый кубик. Взвесив все кубики и измерив их объём, ученик получил значение плотности $0,42 \text{ г/см}^3$. Повторив измерения с обычным кубиком, он получил плотность $0,40 \text{ г/см}^3$. Чему равна плотность тяжелого кубика? Размер ребра одного кубика равен 10 см .

2. Петя, делая уроки, нечаянно пролил варенье на график зависимости скорости от времени. Известно, что на промежутке времени от 0 до 2 с тело двигалось равноускоренно, а всего за 4 секунды прошло путь, равный 11 м. Помогите Пете определить, какой была скорость тела в момент начала отсчета времени.



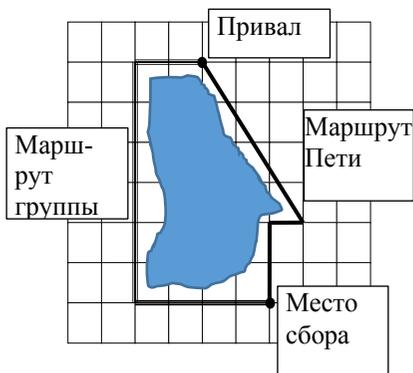
3. На планете *Neptune* зеленые человечки испытывали катапульту, установленную на поверхности земли и стрелявшую вертикально вверх. Было установлено, что максимальная высота подъема снаряда, выпущенного со скоростью $v_0=10$ м/с, равна $h=25$ м. Чему равно ускорение свободного падения на этой планете?
4. Брусок висит на нити. Если нить потянуть вертикально вверх с силой $F_1=2$ Н, он будет двигаться с неким ускорением a_1 . Если поднимать два таких же бруска, то при воздействии той же силы, ускорение уменьшится в три раза. Чему равна масса бруска?

2017 год.

Вариант 1.

1. Учитель перед выходными в открытом сосуде приготовил раствор поваренной соли плотностью $1,2$ г/см³. В понедельник он заметил, что часть воды из раствора испарилась, так, что уровень упал на 2 см. Какой стала плотность раствора, если первоначально его уровень находился на высоте 10 см от дна сосуда? Плотность воды 1 г/см³. Сосуд имеет форму прямоугольного параллелепипеда, соль из раствора не испарялась. При растворении соли объем раствора равен объему воды.

2. Группа туристов, выйдя из точки, обозначенной на карте как «место сбора», двигалась по указанному на карте маршруту до привала три часа со скоростью 4 км/час. Петя, вышел позже группы на час, и, желая догнать её, двигался другим маршрутом, тоже показанным на карте. С какой скоростью двигался Петя, если к месту привала он подошел одновременно с группой?

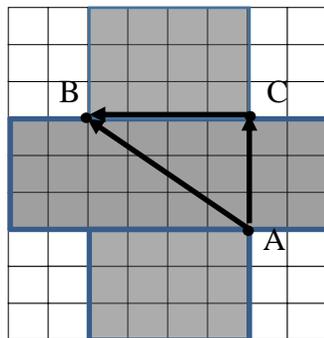


3. Мальчики запустили модель ракеты вертикально вверх. В течение восьми секунд она двигалась с ускорением $a=5 \text{ м/с}^2$, а затем топливо закончилось, и двигатель перестал работать. Рассчитайте, на какую максимальную высоту поднялась ракета, считая от поверхности земли. Ускорение свободного падения $g=10 \text{ м/с}^2$.
4. Если на болт действует одна-единственная сила $F_1=0,02 \text{ Н}$, то он движется с ускорением $a_1=0,1 \text{ м/с}^2$. Если на гайку действует одна-единственная сила $F_2=0,04 \text{ Н}$, то она движется с ускорением $a_2=0,5 \text{ м/с}^2$. С каким ускорением будет двигаться этот болт с накрученной на него гайкой, если приложить силу $F=0,06 \text{ Н}$?

Вариант 2.

1. Измеряя на уроке плотность раствора соли, Вася нечаянно уронил в раствор металлический болт, и не заметил этого. Проведя измерения, и получив значение плотности раствора соли $\rho=1,6 \text{ г/см}^3$, он удивился. Вылив раствор, обнаружил болт, и до конца урока успел измерить его массу и объем: они оказались равными $m_6=105 \text{ г}$ и $V_6=15 \text{ см}^3$. Какова истинная плотность раствора, если масса содержимого мензурки (с болтом), согласно Васиным записям, равна $m=344 \text{ г}$?

2. На перекрёстке, когда горит зелёный свет, из точки **A** можно попасть в точку **B** двумя способами: по маршруту **ACB**, переходя две дороги, и напрямую – по маршруту **AB**. Зелёный свет горит в течение $t=10$ с. Минимальная скорость, при которой пешеход, не нарушая правила дорожного движения, проходит из **A** в **B** по маршруту **ACB**, - $v=1,4$ м/с. Найдите расстояние **AB**, и минимальную скорость движения по второму маршруту. Рисунок перекрёстка выполнен с соблюдением масштаба.



3. Верно ли утверждение, что тело, двигающееся прямолинейно с постоянным ускорением, направленным по направлению движения, изменяет скорость с $v_0=0$ м/с до $v_1=10$ м/с и с $v_1=10$ м/с до $v=20$ м/с, проходя при этом одинаковые пути? Ответ обосновать!
4. На планете Neptun зелёные человечки экспериментировали с болтом. Если на болт действует некая сила F_1 , направленная вертикально вверх, то он движется с ускорением $a_1=8$ м/с², направленным вертикально вверх. Если силу увеличить в два раза, то ускорение увеличится в три раза, не изменяя своего направления. Чему равно ускорение свободного падения на этой планете?

Краткое решение.

2009 год

Вариант 1.

1. Куб имеет $N=6$ граней, каждая площадью a^2 , где a – длина ребра куба. Рассчитаем длину ребра: $a = \sqrt{S/N} = 5$ см. Объем куба $V=a^3$. Масса куба $m=\rho V=1250$ г.

2. Ускорение на графике зависимости скорости от времени определяется наклоном касательной. Чем больше наклон, тем больше модуль ускорения. Максимальным по модулю ускорение тела было с пятой по шестую секунду движения. $\mathbf{a} = \left| \Delta \mathbf{v} / \Delta t \right| = 4 \text{ м/с}^2$.

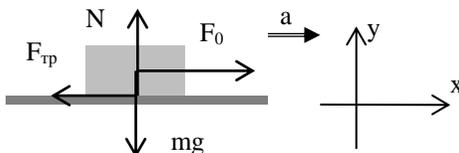
3. Так как удар не повлиял на вертикальную составляющую скорости сосульки, а в момент начала падения сосулька имела нулевую скорость, то $S_y = a_y t^2 / 2$. В нашем случае $H = gt^2 / 2$ и $H - h = gt_1^2 / 2$. Все время падения $t = \sqrt{2H/g} = 2 \text{ с}$, время полета до удара о Васин лоб $t_1 = \sqrt{2(H-h)/g} = 1 \text{ с}$. После удара сосулька летела время $t_2 = t - t_1 = 1 \text{ с}$, двигаясь с постоянной скоростью в горизонтальном направлении. При этом она пролетела расстояние $L = v_x t_2 = 2 \text{ м}$.

4. Слово «шероховатая» указывает на то, что следует учесть наличие силы трения. Изобразим на рисунке все силы, действующие на тело, и запишем второй закон Ньютона в проекциях на вертикальную и горизонтальную оси и формулу силы трения скольжения:

$$N - mg = 0$$

$$F_0 - F_{\text{тр}} = ma$$

$$F_{\text{тр}} = \mu N$$



Отсюда получим уравнение $F_0 - \mu mg = ma$. Действуя аналогично, во второй ситуации получим $nF_0 - \mu mg = 2ma$. Вычтем из последнего уравнения предыдущее: $(n-1)F_0 = ma$ Отсюда получим ответ: $n = 1 + \frac{ma}{F_0}$.

Вариант 2.

1. Объем пластилина $V_1 = 20 \text{ см}^3$. При плавании сила Архимеда уравновешивает силу тяжести: $\rho g V_2 = mg$ Масса пластилина $m = \rho V_2$. Его плотность $\rho_0 = \rho V_2 / V_1 = 1,4 \text{ г/см}^3$.

2. На графике зависимости $\mathbf{v}(t)$ путь – это площадь под графиком. Определяем площадь трапеции: $L = (7 + 1) \times 3 / 2 \text{ м} = 12 \text{ м}$.

3. Первая пуля летит до цели время $t_1 = L / v_1 = 0,4 \text{ с}$. За это время она по вертикали пройдет расстояние $h_1 = gt_1^2 / 2 = 0,8 \text{ м}$. Вторая пуля летит до цели $t_2 = 0,3 \text{ с}$ и по вертикали опускается на $h_2 = 0,45 \text{ м}$. Расстояние между отверстиями по вертикали составит $\Delta h = h_1 - h_2 = 0,35 \text{ м}$.

4. Слово «гладкая» указывает на то, что трения нет, и в горизонтальном направлении действует только одна сила. Запишем второй закон Ньютона для каждой ситуации в проекции на ось, направленную вдоль движения тела: $\mathbf{F}_1 = m\mathbf{a}_1$; $\mathbf{F}_2 = m\mathbf{a}_2$; $\mathbf{F} = m\mathbf{a}$. Равнодействующая сил находится при векторном сложении этих сил. Поскольку силы направлены перпендикулярно, то $\mathbf{F} = \sqrt{\mathbf{F}_1^2 + \mathbf{F}_2^2}$. Отсюда получаем, что $\mathbf{a} = \sqrt{\mathbf{a}_1^2 + \mathbf{a}_2^2}$.

2010 год

Вариант 1

1. Масса одной монетки $m = (m_2 - m_1) / (N_2 - N_1) = 2 \text{ г}$. Масса баночки $M = m_2 - N_2 m = 12 \text{ г}$.

2. Когда тело движется противоположно оси, то координата тела уменьшается. Чем быстрее движется тело, тем больше наклон графика $\mathbf{x}(t)$. Следовательно, искомый участок графика – это участок с четвертой по шестую секунду. Тело движется против оси с максимальной скоростью в течение $\Delta t = 2 \text{ секунд}$.

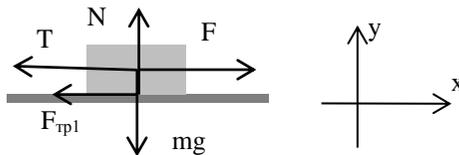
3. Из закона сохранения энергии следует, что когда второе тело вновь окажется в точке броска, двигаясь вниз, оно будет иметь ту же самую скорость, что и в начале, и затратит, с этого момента, столько же времени на полет до земли, сколько и первое тело. Значит Δt – это время полета «от балкона до балкона». $S_y = v_{0y} t + a_y t^2 / 2$. В нашем случае $0 = v_0 \Delta t - g \Delta t^2 / 2$. Отсюда $\Delta t = 2v_0 / g = 1 \text{ с}$.

4. Изобразим на рисунке все силы, действующие на каждое тело, и запишем второй закон Ньютона для первого тела до и после обрыва нити в проекции на горизонтальную ось:

$$F - F_{\text{тр}1} - T = 0$$

$$F - F_{\text{тр}1} = ma$$

Вычтем из второго уравнения первое, получим $T = ma$ (*)

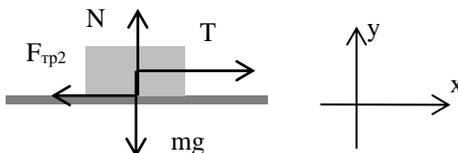


Запишем второй закон Ньютона для второго тела в проекциях на вертикальную и горизонтальную оси и формулу силы трения скольжения:

$$N - mg = 0$$

$$T - F_{\text{тр}2} = 0$$

$$F_{\text{тр}2} = \mu_2 N$$



Отсюда получим $T = \mu_2 mg$. (**) Подставив (**) в (*), получим ответ:

$$a = \mu_2 g$$

Вариант 2.

1. Пусть x - толщина листа бумаги, y - толщина листа картона. Тогда $d_1 = 13x + y$; $d_2 = 26x + 3y$. Решая систему, получим $y = d_2 - 2d_1 = 2 \text{ мм}$.

2. Рассчитаем путь на каждом участке графика и сложим полученные значения: $L = (0 + 8 + 2 + 2 + 8) \text{ м} = 20 \text{ м}$. $v_{\text{ср}} = L/t = 2,5 \text{ м/с}$.

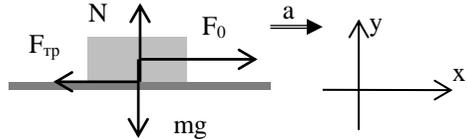
3. Робот начал двигаться из состояния покоя и прошел за время $t_1 = t = 50 \text{ с}$ путь $L_1 = at_1^2 / 2 = 125 \text{ м}$, набрав скорость $v = at_1 = 5 \text{ м/с}$. На максимальном расстоянии робот должен был остановиться. Время, необходимое для этого, находим из формулы скорости: $v_x = v_{0x} + a_x t_2$, в нашем случае $0 = at_1 - at_2$, значит $t_2 = t_1$. Находим $L_2 = v_{02} t_2 - at_2^2 / 2 = at^2 / 2 = 125 \text{ м}$ Расстояние $L = 250 \text{ м}$.

4. Слово «шероховатая» указывает на то, что следует учесть наличие силы трения. Изобразим на рисунке все силы, действующие на тело, и запишем второй закон Ньютона в проекциях на вертикальную и горизонтальную оси и формулу силы трения скольжения:

$$N - mg = 0$$

$$F_0 - F_{\text{тр}} = ma$$

$$F_{\text{тр}} = \mu N$$



Отсюда получаем, что $F_0 = \mu mg + ma_0$. Аналогично действуя для второй ситуации получим $F = 1,5\mu mg + 1,5ma_0 = 1,5F_0$.

Вариант 3.

1. $\rho_{\text{ж}} = m_{\text{ж}} / V$; $\rho_{\text{в}} = m_{\text{в}} / V$ Поделим первое уравнение на второе. По условию объемы воды и жидкости одинаковы, они сокращаются. Отсюда

$$\text{нетрудно получить ответ: } \rho_{\text{ж}} = \frac{m_3 - m_2}{m_2 - m_1} \cdot \rho_{\text{в}} = 1800 \text{ кг / м}^3.$$

$$2. \quad t_1 = \frac{S}{v_1} + \frac{S}{v_2} = 160 \text{ мин} . \quad t_2 = \frac{2S}{v} = 120 \text{ мин} . \quad \Delta t = 40 \text{ мин} .$$

3. В условии не сказано, что начальная высота, на которой находилось тело, равна нулю. Будем считать ее равной h_0 . Запишем уравнение координаты для точек на графике:

$$h_1 = h_0 + v_0 t_1 - g t_1^2 / 2$$

динаты для точек на графике:

$$h_2 = h_0 + v_0 t_2 - g t_2^2 / 2$$

Вычтем из второго первое, и найдем начальную скорость:

$$v_0 = \frac{h_2 - h_1}{t_2 - t_1} + \frac{g(t_2 + t_1)}{2} = 25 \text{ м / с} .$$

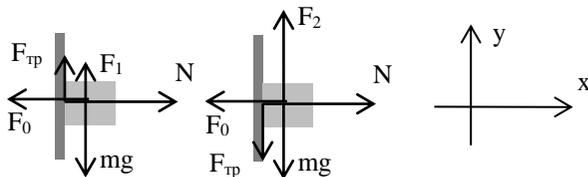
4. Изобразим на рисунке все силы, действующие на тело, и запишем второй закон Ньютона в проекциях на вертикальную и горизонтальную оси и формулу силы трения скольжения:

$$F_1 + F_{\text{тр}} - mg = 0$$

$$F_2 - F_{\text{тр}} - mg = 0$$

$$N - F_0 = 0$$

$$F_{\text{тр}} = \mu N$$



Решив систему, получим $\mu = \frac{F_2 - F_1}{2F_0}$.

2011 год

Вариант 1.

1. В обоих случаях над поверхностью воды будет находиться одна и та же часть линейки. Следовательно, длина линейки равна $h = h_1 + h_2 = 20 \text{ см}$. При плавании сила Архимеда уравновешена силой тяжести $\rho_{\text{в}} g V_{\text{погр}} = mg$. По формуле плотности $m = \rho_{\text{т}} V$. При этом $V_{\text{погр}} = h_2 S$, $V = h S$. После подстановки в формулу равенства сил полу-

чаем: $\rho_{\text{т}} = \frac{h_1}{h_1 + h_2} \cdot \rho_{\text{в}} = 0,8 \text{ г/см}^3$.

2. Пока скорость одного тела больше скорости второго, расстояние между ними увеличивается. Максимальное расстояние между ними будет в момент времени $t=6 \text{ с}$. Оно равно разнице перемещений этих тел. Перемещения можно определить по площади под графиком $v(t)$: $S_1 = (10 \cdot 5/2 + (10+6) \cdot 1/2) \text{ м} = 33 \text{ м}$; $S_2 = (6 \cdot 6/2) \text{ м} = 18 \text{ м}$. $L = S_1 - S_2 = 15 \text{ м}$.

3. Время до полной остановки вагона $t = v_0 / a$. Путь, пройденный поездом $S_{\text{п}} = v_0 t = v_0^2 / a$, вагоном $S_{\text{в}} = v_0^2 / 2a$. Отношение путей $S_{\text{п}} / S_{\text{в}} = 2$.

4. $T = 2\pi\sqrt{L/g}$. Отсюда $L = \frac{gT^2}{(2\pi)^2}$. Так как $L = L_1 + L_2$, получаем, что

$$T^2 = T_1^2 + T_2^2, \text{ следовательно } T = \sqrt{T_1^2 + T_2^2}$$

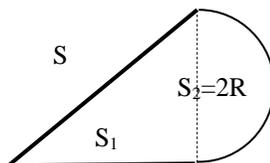
2012 год.

Вариант 1.

1. Обозначим плотность раствора ρ_0 . Тогда $\rho_1 V = \rho_0 \frac{V}{4} + \rho_2 \frac{3V}{4}$. Сократив объем, после несложных преобразований получим ответ: $\rho_0 = 4\rho_1 - 3\rho_2 = 1,4 \text{ г/см}^3$.

2. Скорость конца стрелки на кремлевских часах - $v_1 = 2\pi L / T_1$, на дамских часах - $v_2 = 2\pi l / T_2$. Здесь $T_1 = 12 \text{ ч} = 720 \text{ мин}$; $T_2 = 1 \text{ мин}$. По условию скорости равны. Приравняем правые части этих уравнений и, после упрощения, получим $l = \frac{T_2}{T_1} \cdot L = \frac{2,88 \text{ м}}{720} = 0,004 \text{ м} = 4 \text{ мм}$.

3. Двигаясь по прямой, велосипедист переместился на $S_1 = at_1^2 / 2 = 25 \text{ м}$. Его скорость в конце этого участка движения была $v = at = 10 \text{ м/с}$. С такой скоростью он двигался по дуге окружности. Из формулы центростремительного ускорения $a_{\text{цс}} = v^2 / R$ найдем радиус окружности $R = v^2 / a_{\text{цс}} = 12,5 \text{ м}$. Сделав половину оборота, он переместился по диаметру: $S_2 = 2R = 25 \text{ м}$. Перемещения перпендикулярны друг другу, поэтому расстояние найдем по теореме Пифагора $S = \sqrt{S_1^2 + S_2^2} = 25\sqrt{2} \text{ м} = 32 \text{ м}$



4. Наличие шероховатости указывает на необходимость учета силы трения. Запишем второй закон Ньютона для двух случаев, когда тело

уже движется с ускорением. В обоих случаях сила трения на горизонтальной поверхности будет одна и та же: $\mathbf{N} - m\mathbf{g} = \mathbf{0}$;

$$\mathbf{F}_{\text{тр}} = \mu\mathbf{N} \Rightarrow \mathbf{F}_{\text{тр}} = \mu m\mathbf{g}$$

$$\mathbf{F}_1 - \mathbf{F}_{\text{тр}} = m\mathbf{a}_1, \mathbf{F}_2 - \mathbf{F}_{\text{тр}} = m\mathbf{a}_2$$

Вычтем из второго уравнения первое и выразим массу:

$$m = \frac{F_2 - F_1}{a_2 - a_1} = \frac{3 - 2}{2 - 1} \text{ кг} = 1 \text{ кг}.$$

Вариант 2.

1. Тело плавает в толще жидкости (начинает всплывать со дна) когда его плотность равна плотности жидкости. Найдем плотность жидкости в сосуде: $\rho = \frac{m}{V} = \frac{\rho_0 V_0 + \rho_1 V_1}{V_0 + V_1} = 1,1 \text{ г/см}^3$.

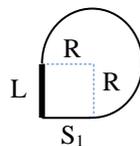
$$\rho = \frac{m}{V} = \frac{\rho_0 V_0 + \rho_1 V_1}{V_0 + V_1} = 1,1 \text{ г/см}^3.$$

2. Скорость конца секундной стрелки $v_c = \frac{2\pi R_c}{T_c}$, часовой $v_{\text{ч}} = \frac{2\pi R_{\text{ч}}}{T_{\text{ч}}}$.

Поделим первое уравнение на второе и учтем, что $R_c = 1,5 \cdot R_{\text{ч}}$,

$$T_{\text{ч}} = 12 \text{ ч} = 720 \text{ мин}; T_c = 1 \text{ мин}. \text{ Ответ: } \frac{v_c}{v_{\text{ч}}} = 1080.$$

3. Двигаясь по прямой, велосипедист проделал перемещение $S_1 = at_1^2 / 2 = 12 \text{ м}$. Его скорость в конце этого участка движения была $v = at = 6 \text{ м/с}$. С такой скоростью он двигался по дуге окружности. Из формулы центростремительного ускорения $a_{\text{цс}} = v^2 / R$ найдем радиус окружности $R = v^2 / a_{\text{цс}} = v^2 / 2a = 12 \text{ м}$. На рисунке, показано, как найти расстояние между точкой старта и финиша: $L = S_1 = R = 12 \text{ м}$

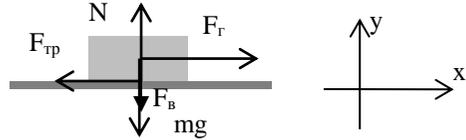


4. Изобразим все силы, действующие на тело. Запишем второй закон Ньютона в проекциях на оси:

$$F_B + mg - N = 0$$

$$F_r - F_{тр} = 0$$

$$F_{тр} = \mu N$$



Отсюда получаем, исключив неизвестные: $F_r = \mu(F_B + mg)$. Возьмем две точки на графике, и запишем это уравнение для каждой из них, затем поделим второе уравнение на первое. Из полученного уравнения

$$\frac{F_{r2}}{F_{r1}} = \frac{F_{B2} + mg}{F_{B1} + mg} \text{ выразим массу:}$$

$$m = \frac{F_{r1}F_{B2} - F_{r2}F_{B1}}{(F_{r2} - F_{r1})g} = \frac{3 \cdot 2 - 3 \cdot 1,5}{(3 - 2) \cdot 10} \text{ кг} = 0,15 \text{ кг}$$

2013 год.

Вариант 1.

1. Изобразим на рисунке все силы, действующие на каждое тело, а для упрощения рисунка объединим грузы, висящие на нити в одно тело, и грузы, находящиеся на поверхности доски – в другое тело. Слово «нить» означает, что ее можно считать невесомой, а значит, сила натяжения в ней везде одинакова. Запишем второй закон Ньютона в проекции на горизонтальную и вертикальную оси:

$$2mg - T = 0 \text{ - для висящего тела.}$$

$$N - 3mg = 0 \quad |$$

$$T - F_{тр} = 0 \quad | \Rightarrow T \leq 3\mu mg \text{ - для тела на поверхности доски}$$

$$F_{тр} \leq \mu N \quad |$$

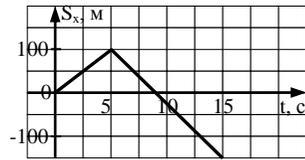
Отсюда получаем первое требование к коэффициенту трения: $\mu \geq 2/3$. Во второй ситуации, когда один кубик снят, запишем аналогичные уравнения. В этом случае система будет двигаться с ускорением. При наибольшем зна-

чении коэффициента трения ускорение будет очень мало, им можно пренебречь, и тогда формулы приобретут вид, подобный тому, что мы уже написали: $2mg - T \geq 0$ - для висящего тела.

$$\begin{array}{l|l} N - 2mg = 0 & \\ T - F_{\text{тр}} \geq 0 & \Rightarrow T \geq 2\mu mg \\ F_{\text{тр}} = \mu N & \end{array}$$

Отсюда получаем второе требование к коэффициенту трения: $\mu \leq 1$. Ответ: $2/3 \leq \mu \leq 1$.

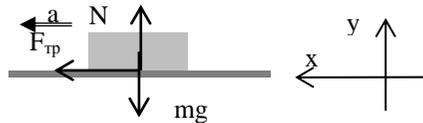
2. Запишем необходимые уравнения и построим график: $S_{x1} = v_{x1}t = 20t$;
 $S_{x2} = S_{x1} + v_{x2}t = 100 - 25(t - t_1)$



3. Обозначим длину веревки за L . Тогда $H = gt^2 / 2$; $(H - L) = g(t/2)^2 / 2$. Поделив первое уравнение на второе и упростив формулу, получим: $\frac{H}{H - L} = 4$. Отсюда несложно получить ответ: $L = \frac{3}{4}H = 12 \text{ м}$.

4. Изобразим на рисунке (вид сзади) все силы, действующие на тело, и запишем второй закон Ньютона в проекциях на вертикальную и горизонтальную оси и формулу силы трения скольжения:

$$\begin{array}{l} N - mg = 0 \\ F_{\text{тр}} = ma_{\text{ис}} \\ F_{\text{тр}} = \mu N \end{array}$$



Исключая неизвестные, получим $a_{\text{ис}} = \mu g$. С другой стороны, $a_{\text{ис}} = v^2 / R$. Отсюда находим коэффициент трения: $\mu = \frac{v^2}{gR}$

Действуя аналогично, получим, что ускорение при торможении $a = \mu g$. Тормозной путь для автомобиля, движущегося со скоростью v , будет равен

$$S = \frac{v^2}{2a} = \frac{v^2 g R}{2v^2 g} = \frac{R}{2}. \text{ Автомобиль успеет остановиться при расстоянии}$$

$$L \geq \frac{R}{2}.$$

Вариант 2.

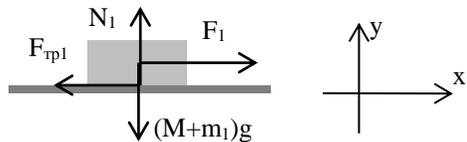
1. Для упрощения рисунка объединим брусок и грузы одно тело, Изобразим на рисунке все силы, действующие на это тело. Запишем второй закон Ньютона в проекции на горизонтальную и вертикальную оси, и уравнения для силы трения и веса тела:

$$N_1 - (M + m_1)g = 0$$

$$F_1 - F_{\text{тр}1} = 0$$

$$F_{\text{тр}1} = \mu N_1$$

$$P = P_0 + P_1 = Mg + m_1 g$$



Отсюда получим, что $F_1 = \mu(P_0 + P_1)$

Аналогично для второй ситуации $F_2 = \mu(P_0 + P_2)$

Поделим второе уравнение на первое и выразим P_0 :

$$P_0 = \frac{F_1 P_2 - F_2 P_1}{F_2 - F_1} = \frac{0,9 \cdot 1,0 - 1,0 \cdot 0,5}{1,0 - 0,9} \text{ Н} = 4 \text{ Н}.$$

2. Тела начинают двигаться из одной точки противоположно друг другу, значит, расстояние между ними будет равно сумме модулей их перемещений: $L = S_1 + S_2 = (v_1 + v_2) \cdot t / 2 = (8 + 4) \cdot 10 / 2 = 60 \text{ м}.$

3. Мальчик уронил первый камень – значит, начальная скорость камня равна нулю. Запишем уравнение перемещения камня для первого и второго случая:

$$h = gt_1^2 / 2$$

$$h = v_0 t_2 + gt_2^2 / 2$$

Приравняем правые части, и выразим искомую величину:

$$v_0 = \frac{g(t_1^2 - t_2^2)}{2t_2}$$

4. $T_1 = 2\pi\sqrt{\frac{m_1}{k}}$; $T_2 = 2\pi\sqrt{\frac{m_1 + \Delta m}{k}}$. Поделим второе уравнение на пер-

вое, упростим и выразим искомое: $T_2 = T_1\sqrt{\frac{m_1 + \Delta m}{m_1}} = 1 \text{ с} \cdot \sqrt{\frac{90 \text{ г}}{40 \text{ г}}} = 1,5 \text{ с}$

2014 год.

Вариант 1.

1. Вася произнес «Раз», когда первое колебание началось, а не закончилось – поэтому при подсчете числа колебаний он ошибся на одно. Всего прошло 9 колебаний. $T = 2\pi\sqrt{L/g}$; $T = t/N$, отсюда выразим длину нити: $L = gt^2 / (2\pi N)^2$ Рассчитаем, насколько он ошибся:

$$\frac{\Delta L}{L} = \frac{gt^2 / (2\pi N_0)^2 - gt^2 / (2\pi N)^2}{gt^2 / (2\pi N_0)^2} = 1 - \frac{N_0^2}{N^2} = 1 - \frac{9^2}{10^2} = 0,19$$

Умножим на 100% и получим ответ: **на 19% занижил длину.**

2. Петя пробежит стометровку за время $t = S/v = 100 \text{ м} / 5 \text{ м/с} = 20 \text{ с}$.

Вася бежит равноускоренно, поэтому справедлива формула

$$S_x = \frac{v_{1x} + v_{2x}}{2} \cdot t \quad \text{Отсюда} \quad t = \frac{2S}{v_1 + v_2} = \frac{2 \cdot 100}{4 + 6} \text{ с} = 20 \text{ с}.$$

Они прибегут одновременно!

3. Высота сосны $H = h + gt^2 / 2 = (2 + 10 \cdot 2^2 / 2) \text{ м} = 22 \text{ м}$

4. В состоянии невесомости опора не действует на тело, поэтому Второй закон Ньютона запишется так: $mg = m \frac{v_0^2}{R}$. Если станция будет двигаться

с большей скоростью по этой же орбите (а для этого, чтобы удержать ее

на этой орбите, придется включить двигатель, который будет создавать силу, направленную к центру орбиты!), то все предметы прижмет к дальней от поверхности Земли стенке станции: $\mathbf{mg} + \mathbf{N} = \mathbf{m} \frac{\mathbf{v}^2}{\mathbf{R}}$. Поделим второе уравнение на первое, и учтем, что по третьему закону Ньютона $\mathbf{N} = \mathbf{P}$, а по условию, $\mathbf{P} = \mathbf{mg}$. Получим $2 = \frac{\mathbf{v}^2}{\mathbf{v}_0^2}$. Отсюда

$$\mathbf{v} = \mathbf{v}_0 \sqrt{2} = 8\sqrt{2} \text{ км/с} \approx 11,3 \text{ км/с}.$$

Вариант 2.

1. Запишем необходимые уравнения и найдем длину нити маятника: $\mathbf{T} = 2\pi\sqrt{\mathbf{L}/\mathbf{g}}$; $\mathbf{T} - \Delta\mathbf{T} = 2\pi\sqrt{2\mathbf{L}/3\mathbf{g}}$. Вычтем из первого уравнения второе:

$$\Delta\mathbf{T} = 2\pi\sqrt{\mathbf{L}/\mathbf{g}} \cdot (1 - \sqrt{2/3}). \quad \text{Выразим длину:}$$

$$\mathbf{L} = \frac{\mathbf{g}\Delta\mathbf{T}^2}{4\pi^2(1 - \sqrt{2/3})^2} \approx 1,88 \text{ м} < 3 \text{ м}. \quad \text{Ответ: да, мог!}$$

2. Петя пробежит стометровку за время $\mathbf{t}_п = \mathbf{S}/\mathbf{v} = 100 \text{ м}/5 \text{ м/с} = 20 \text{ с}$.
 Вася за время $\mathbf{t}_в = \mathbf{S}/2\mathbf{v}_1 + \mathbf{S}/2\mathbf{v}_2 = 50 \text{ м}/6 \text{ м/с} + 50 \text{ м}/4 \text{ м/с} = 125/6 \text{ с} \approx 21 \text{ с}$.
 Ответ: Петя опередит Васю примерно на 1 секунду.

$$3. \quad \mathbf{H} - \mathbf{h} = \mathbf{g}\mathbf{t}^2 / 2 \Rightarrow \mathbf{t} = \sqrt{\frac{2(\mathbf{H} - \mathbf{h})}{\mathbf{g}}} = \sqrt{2} \text{ с} \approx 1,4\text{с}$$

4. Запишем второй закон Ньютона для верхней точки траектории автомобиля: $\mathbf{mg} - \mathbf{N}_1 = \mathbf{m} \frac{\mathbf{v}_1^2}{\mathbf{R}}$. По третьему закону Ньютона $\mathbf{P}_1 = \mathbf{N}_1$. В состоянии покоя $\mathbf{P}_0 = \mathbf{N}_0 = \mathbf{mg}$, поэтому $\Delta\mathbf{P}_1 = \mathbf{m} \frac{\mathbf{v}_1^2}{\mathbf{R}}$. Аналогично во втором

случае $\Delta P_2 = m \frac{v_2^2}{R}$. Поделим второе уравнение на первое, и учтем, что

$$\Delta P_2 = 2\Delta P_1: 2 = \frac{v_2^2}{v_1^2}. \text{ Ответ: } v_2 = v_1 \sqrt{2} = 60\sqrt{2} \text{ км/ч} \approx 85 \text{ км/ч}.$$

Вариант 3.

1. $T = 2\pi\sqrt{\frac{L}{g}}; T = 2\pi\sqrt{\frac{m}{k}}$. По условию, периоды маятников одинаковы

– приравняем правые части, сократим общий множитель и выразим иско-

$$\text{мое: } L = \frac{mg}{k} = \frac{0,6 \text{ кг} \cdot 10 \text{ Н/кг}}{60 \text{ Н/м}} = 0,1 \text{ м}.$$

2. Петя пробежит дистанцию за время $t_n = S/v = 600 \text{ м} / 5 \text{ м/с} = 120 \text{ с}$.

Вася за время

$$t_b = (S/2)/(0,8v) + (S/2)/(1,2v) = 300 \text{ м} / 4 \text{ м/с} + 300 \text{ м} / 6 \text{ м/с} = 125 \text{ с}$$

Ответ: Петя опередит Васю на 5 секунд.

3. Запишем формулу перемещения $S_y = v_{0y}t + a_y t^2 / 2$ для нашего случая и рассчитаем высоту: $h = v_0 t - gt^2 / 2 = 3 \text{ м}$.

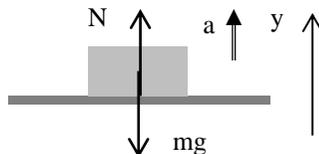
4. На рисунке изобразим силы, действующие на тело. Запишем второй закон Ньютона и третий закон Ньютона:

$$N_1 - mg = ma_1$$

$$P_1 = N_1$$

Отсюда получим, что $P_1 = mg + ma_1$

При движении лифта, с ускорением, направленным вниз, действуя аналогично, получим $P_2 = mg - ma_2$



Поделим верхнее уравнение на нижнее, сократим массу и выразим иско-
мое: $g = \frac{P_1 a_2 + P_2 a_1}{P_1 - P_2} = 23 \text{ м/с}^2$.

2015 год.

Вариант 1.

1. Пусть линейка начинается с отметки l_0 . Тогда

$$l_1 - l_0 = 50h$$

$$l_2 - l_0 = 70h$$

Вычтем из второго уравнения первое, получим уравнение с одной неиз-
вестной – толщиной металлической пластинки h : $l_2 - l_1 = 20h$. Отсюда
 $h = (l_2 - l_1) / 20 = 0,04 \text{ см}$. Подставив значение h в первое уравнение, вы-
числим l_0 . Ответ: $h = 0,04 \text{ см}$; $l_0 = 1,2 \text{ см}$.

2. Время движения $t = \frac{\pi R}{v_2}$. Найдем перемещения каждого:

$$S_1 = v_1 t = \frac{\pi R v_1}{v_2}, S_2 = 2R, \text{ причем направлены под прямым углом друг}$$

к другу! По теореме Пифагора найдем расстояние между ними. Ответ:

$$l = \sqrt{(2R)^2 + \left(\frac{\pi R v_1}{v_2}\right)^2}$$

3. Высота падения тела равна $h = \frac{gt^2}{2} = 20 \text{ м}$. Из формулы перемеще-
ния через квадраты скоростей $h = \frac{v^2 - v_0^2}{2g}$ выразим скорость при ударе

о землю: $v = \sqrt{v_0^2 + 2gh} = 25 \text{ м/с}$. Ответ: $v = 25 \text{ м/с}$.

4. Запишем второй закон Ньютона в проекции на ось, направленную по скорости тела и подставим в него формулу ускорения. Получим ответ:

$$F = \frac{m(v - v_0)}{t} = 5000 \text{ Н}.$$

Вариант 2.

1. Обозначим толщину обычной монеты за x , зарубежной – за y . Составим уравнения, соответствующие результатам опытов:

$$d_1 = (N_1 - 1)x + y; \quad d_2 = (N_2 - 1)x + y.$$

Вычтем из второго первое уравнение и, преобразовав, получим значение x : $x = \frac{d_2 - d_1}{N_2 - N_1} = 0,9 \text{ мм}$. Под-

ставив полученное значение x в одно из первых уравнений, получи значение y : $y = d_1 - (N_1 - 1)x = 1,2 \text{ мм}$. Ответ: $x = 0,9 \text{ мм}$; $y = 1,2 \text{ мм}$.

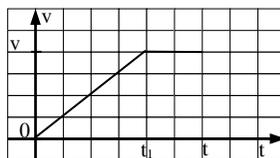
2. В момент встречи оба тела одновременно находятся в одном месте. Приравняем их координаты, и найдем время встречи:

$$1 + 3t - 0,5t^2 = -2 + t + 0,5t^2$$

$t^2 - 2t - 3 = 0$. Корни этого уравнения $t = 1 \pm 2$. Оба корня имеют смысл, и отбрасывать ничего не надо! Подставив полученные значения времени в исходные уравнения, найдем координаты встречи этих тел.

Ответ: $t_1 = -1 \text{ с}; x_1 = -2,5 \text{ м};$
 $t_2 = +3 \text{ с}; x_2 = +5,5 \text{ м}$

3. Проще всего решать эту задачу графически. Построим график зависимости скорости от времени, и учтем, что перемещение тела равно площади под графиком. Ее можно представить



как разницу двух площадей - прямоугольника vt и треугольника $\frac{v^2}{2g}$.

$$h = vt - \frac{v^2}{2g}. \text{ Приведа это уравнение к привычному виду – квадратному}$$

относительно v , получим ответ: $v = gt \pm \sqrt{(gt)^2 - 2gh}$

4. Задача решается аналогично другим задачам №4 этого года. Ответ

$$F = \frac{m(v - v_0)}{t} = 1250 \text{ Н}$$

Вариант 3.

1. Обозначим начальную координату тела за x_0 , конечные – x_1 и x_2 . Запишем уравнение перемещения для первого и второго опыта:

$$x_1 - x_0 = \frac{at_1^2}{2}; \quad x_2 - x_0 = \frac{at_2^2}{2}. \text{ Поделим первое на второе уравнение,}$$

- ускорение сократится, останется одна неизвестная. После преобразова-

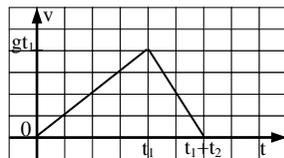
ний получим ответ: $x_0 = \frac{x_1 t_2^2 - x_2 t_1^2}{t_2^2 - t_1^2} = -7 \text{ см}$. Знак «минус» означает,

что лента сдвинулась в сторону движения тела.

2. За одно и то же время они прошли разные расстояния: Петя диаметр

окружности, а Вася – половину ее длины. Ответ: $\frac{v_2}{v_1} = \frac{\pi}{2}$.

3. Построим график зависимости скорости аэромобиля от времени и по нему определим его перемещение. Для этого сначала вычислим скорость в конце первого участка движения:



$v = gt_1$ Перемещение - площадь под графиком $v(t)$: Ответ:

$$h = \frac{gt_1(t_1 + t_2)}{2} = 30 \text{ м}$$

4. Действуя так же, как и в четвертой задаче первого варианта, выразим

$$\text{массу и получим ответ: } m = \frac{Ft}{(v - v_0)} = 40000 \text{ кг} = 40 \text{ т}$$

2016 год.

Вариант 1.

1. Найдём объём древесины, глины, и получившегося кубика:

$$V_1 = a^3 = 64 \text{ см}^3; \quad V_2 = b^3 - a^3 = 448 \text{ см}^3; \quad V = b^3 = 512 \text{ см}^3; \quad \text{По формуле плотности}$$

найдем массу древесины, глины и получившегося кубика: $m_1 = \rho_1 V_1 = 32 \text{ г};$

$$m_2 = \rho_2 V_2 = 672 \text{ г}; \quad m = m_1 + m_2 = 704 \text{ г}; \quad \text{Отсюда найдем плотность кубика. От-}$$

$$\text{вет: } \rho = \frac{m}{V} = 1,375 \frac{\text{г}}{\text{см}^3}$$

$$2. \quad t = \frac{L_1}{v_1} + \frac{L_2}{v_2} + \frac{L_3}{v_3} = \frac{1 \text{ м}}{4 \text{ м/с}_1} + \frac{1 \text{ м}}{2 \text{ м/с}} + \frac{0,5 \text{ м}}{1 \text{ м/с}} = 1,25 \text{ с} \quad \text{Ответ: } t = 1,25 \text{ с}$$

3. Из $v_y = v_{0y} + a_y t$ и $S_y = v_{0y} t + \frac{a_y t^2}{2}$ для подъёма $0 = v_0 - g t_1$ и $h_1 = v_0 t_1 - \frac{g t_1^2}{2}$, из

них, $h_1 = \frac{g t_1^2}{2}$ На втором участке, при падении с максимальной высоты,

$$h_2 = \frac{g t_2^2}{2}. \quad \text{Отсюда } h = h_2 - h_1 = \frac{g t_2^2}{2} - \frac{g t_1^2}{2} = \frac{g(t_2^2 - t_1^2)}{2} \quad \text{Ответ: } g = \frac{2h}{(t_2^2 - t_1^2)}$$

4. По II закону Ньютона $\vec{F} = m\vec{a}$. Прямой пропорциональной зависимости между силой и ускорением нет, - есть ещё силы! Это F_{mp} .

На горизонтальной поверхности (см. №4 в 1 2013) $F_{mp} = \mu mg$. Сила трения скольжения во всех ситуациях одинакова. Запишем II закон Ньютона для первой и второй ситуации, найдем массу тела и величину силы трения:

$$F_1 - F_{mp} = m a_1; \quad 2F_1 - F_{mp} = 3m a_1 \quad \text{Решив систему уравнений, получим: } m = 5 \text{ кг}$$

$F_{mp} = 1 \text{ Н}$. Уменьшив силу в два раза, мы сравниваем её с силой трения, следовательно, ускорение станет равным нулю. Ответ: $a = 0 \text{ м/с}^2$.

Вариант 2.

1. Объем одного кубика $V_1 = a^3 = 1000 \text{ см}^3$, объём десяти $V = 10000 \text{ см}^3$.

Масса всех кубиков $m = \rho V = 0,42 \frac{\text{г}}{\text{см}^3} \cdot 10000 \text{ см}^3 = 4200 \text{ г}$. Масса обычных

$m_l = \rho_0 \cdot 9V_1 = 0,40 \frac{\text{г}}{\text{см}^3} \cdot 9 \cdot 1000 \text{ см}^3 = 3600 \text{ г}$. Масса тяжёлого $m_m = m - m_l = 600 \text{ г}$ Его

плотность $\rho_m = \frac{m_m}{V} = \frac{600}{1000} \frac{\text{г}}{\text{см}^3} = 0,6 \frac{\text{г}}{\text{см}^3}$. Ответ: $\rho_m = 0,6 \frac{\text{г}}{\text{см}^3}$

2. Перемещение тела численно равно площади под графиком $v_y(t)$. От 2 с

до 4 с тело прошло $S_2 = 3 \frac{\text{м}}{\text{с}} \cdot 1 \text{ с} + \frac{1}{2} \cdot 3 \frac{\text{м}}{\text{с}} \cdot 1 \text{ с} = 4,5 \text{ м}$. Перемещение на первом

участке $S_1 = S - S_2 = 6,5 \text{ м}$. По формуле равноускоренного движения

$$S_x = \frac{v_{0x} + v_x}{2} \cdot t \text{ получаем } S_1 = \frac{v_0 + v}{2} \cdot t_1, \text{ откуда } v_0 = \frac{2S_1}{t_1} - v = \frac{2 \cdot 6,5 \text{ м}}{2 \text{ с}} - 3 \frac{\text{м}}{\text{с}} = 3,5 \text{ м/с}$$

Ответ: $v_0 = 3,5 \text{ м/с}$

3. Из формулы $S_y = \frac{v_y^2 - v_{0y}^2}{2a_y}$ для нашего случая получаем $h = \frac{v_0^2}{2g}$, откуда

$$g = \frac{v_0^2}{2h} = \frac{(10 \text{ м/с})^2}{2 \cdot 25 \text{ м}} = 2 \text{ м/с}^2 \text{ Ответ: } g = 2 \text{ м/с}^2$$

4. Тело висит на нити. Значит, на него действует сила тяжести. Запишем II закон Ньютона для обоих случаев: $F_1 - mg = ma_1$, и $F_1 - 2mg = 2m \frac{a_1}{3}$.

Решив систему, получим: $m = \frac{F_1}{4g} = 0,05 \text{ кг}$ Ответ: $m = 0,05 \text{ кг}$.

2017 год.

Вариант 1.

1. Объём сосуда указанной формы $V = sh$. Тогда объём испарившейся

воды $V = 0,2V_0$, объём раствора $V = 0,8V_0$. Масса раствора в начале

$m_0 = \rho_0 \cdot V_0$. Масса испарившейся воды $m_6 = \rho_6 \cdot 0,2V_0$. Масса раствора в конце

$$m = m_0 - m_6 = \rho_0 \cdot V_0 - 0,2\rho_6 \cdot V_0. \text{ Плотность } \rho = \frac{m}{V} = \frac{(\rho_0 \cdot -0,2\rho_6) \cdot V_0}{0,8 \cdot V_0} = \frac{5\rho_0 - \rho_6}{4}$$

$$\rho = \frac{5 \cdot 1,2 \text{ г/см}^3 - 1,0 \text{ г/см}^3}{4} = 1,25 \text{ г/см}^3. \text{ Ответ: } \rho = 1,25 \text{ г/см}^3.$$

2. Туристы прошли до привала $S_1 = v_1 \cdot t_1 = 4 \text{ км/ч} \cdot 3 \text{ ч} = 12 \text{ км}$. По карте это 12 кл, масштаб 1 кл=1 км. Путь Пети по карте $S_2 = 2 + 1 + \sqrt{4^2 + 3^2} = 8 \text{ кл}$. С учетом масштаба, $S_2 = 8 \text{ км}$. Его время движения $t_2 = t_1 - 1 = 2 \text{ ч}$. Скорость мальчика $v_2 = \frac{S_2}{t_2} = 4 \text{ км/ч}$. Ответ: $v_2 = 4 \text{ км/ч}$.

3. К моменту отключения двигателя ракета поднялась на $h_1 = \frac{at_1^2}{2} = 160 \text{ м}$ и имела скорость $v_1 = at_1 = 40 \text{ м/с}$. После этого ракета продолжала лететь вверх. Из уравнения $S_y = \frac{v_y^2 - v_{0y}^2}{2a_y}$ получаем, что до верхней точки

$$h_2 = \frac{v_1^2}{2g} = 80 \text{ м}. \text{ Итого } h = 240 \text{ м}. \text{ Ответ } h = 240 \text{ м}.$$

4. Из II закона Ньютона находим массу болта: $F_1 = m_1 a_1$, \Rightarrow
 $m_1 = \frac{F_1}{a_1} = \frac{0,02 \text{ Н}}{0,1 \text{ м/с}^2} = 0,2 \text{ кг}$ и гайки: $F_2 = m_2 a_2 \Rightarrow m_2 = \frac{F_2}{a_2} = \frac{0,04 \text{ Н}}{0,5 \text{ м/с}^2} = 0,08 \text{ кг}$.

Ускорение болта с гайкой $a_3 = \frac{F_3}{m_1 + m_2} = \frac{0,06 \text{ Н}}{0,2 \text{ кг} + 0,08 \text{ кг}} = \frac{6}{28} \frac{\text{м}}{\text{с}^2} \approx 0,21 \text{ м/с}^2$.

Ответ: $a_3 \approx 0,21 \text{ м/с}^2$

Вариант 2.

1. Объем раствора с болтом: $V = \frac{m}{\rho} = \frac{344 \text{ г}}{1,6 \text{ г/см}^3} = 215 \text{ см}^3$. Объем раствора:

$V_p = V - V_6 = 200 \text{ см}^3$. Масса раствора $m_p = m - m_6 = 239 \text{ г}$. Плотность раствора

равна $\rho = \frac{m_p}{V_p} = \frac{239}{200} \frac{г}{см^3} = 1,195 г/см^3$. Ответ: плотность раствора: $\rho = 1,195 \frac{г}{см^3}$

2. Длина маршрута ACB: $S_{ACB} = v_1 t = 1,4 м/с \cdot 10 с = 14 м$. Масштаб: $14 м = (3+4) кл \Rightarrow 1 кл = 2 м$. По теореме Пифагора: $AB = \sqrt{3^2 + 4^2} = 5 кл$ С учётом масштаба, $AB = 10 м$. $v = \frac{AB}{t} = \frac{10 м}{10 с} = 1 м/с$. Ответ: $v = 1 м/с$

3. Из формулы $S_y = \frac{v_y^2 - v_{0y}^2}{2a_y}$ видно, что пройденные пути будут отличаться! В первом случае разница квадратов скоростей равна $100 м^2/с^2$, во втором, - $300 м^2/с^2$, а знаменатели, по условию, одинаковы. Следовательно во втором случае путь больше. Ответ: утверждение неверно.

4. . Запишем II закон Ньютона для первой и второй ситуации, и найдем ускорение свободного падения: $F_1 - mg = ma_1$; $2F_1 - mg = 3ma_1$ Отсюда выразим массу: $F_1 = 2ma_1 \Rightarrow m = \frac{F_1}{2a_1}$. Теперь найдём ускорение свободного падения: $F_1 - \frac{F_1}{2a_1} g = \frac{F_1}{2a_1} a_1$. Отсюда $1 - \frac{g}{2a_1} = \frac{1}{2} \Rightarrow \frac{g}{2a_1} = \frac{1}{2} \Rightarrow g = a_1 = 8 м/с^2$.

Ответ: $a_1 = 8 м/с^2$

Учебное издание

**Варианты заданий по физике
физико-математических турниров
2009-2017 гг**

Составитель

Ильин Александр Борисович
(iab@uriit.ru)

Югорский физико-математический лицей
г. Ханты-Мансийск, ул. Мира, 151

Перечень ежегодных мероприятий ЮФМА для школьников округа

- 1. Научная сессия старшеклассников округа (осенняя школа)** (9-10 классы, осенние каникулы).
- 2. Открытая окружная физико-математическая олимпиада для** (7, 8 классы, март-апрель).
- 3. Учебно-тренировочные сборы для членов сборных округа** (март-апрель).
- 4. Летняя профильная школа** (7-8 классы, июнь, математика, физика, информатика).
- 5. Заочное подготовительное отделение** (9 класс, октябрь-май, математика, физика).
- 6. Окружной физико-математический турнир** (9 класс, апрель - май, математика, физика)

Информация о всех мероприятиях размещается на сайте лицея и рассылается во все муниципальные образования округа в Информационных письмах лицея и Департамента образования округа.

Сайт лицея: ugrafmsh.ru