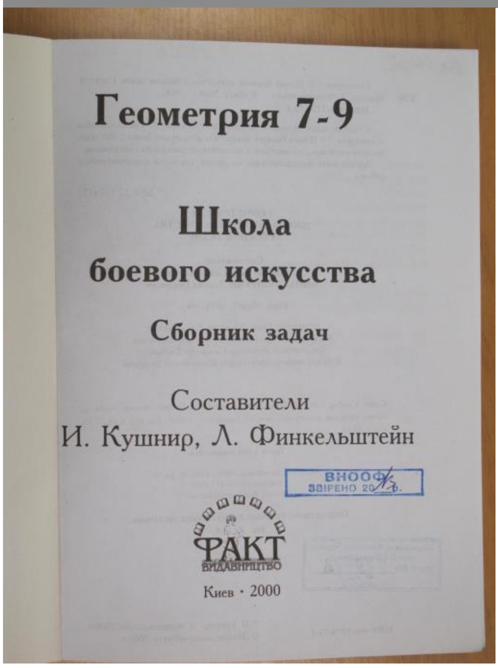


Геометрия 7-9

Школа боевого искусства

Сборник задач

Составители
И. Кушнир, Л. Финкельштейн

ФАКТ
ВИДАВНИЦТВО
Киев · 2000

Геометрия 7-9. Школа боевого искусства. Сборник задач. Сост.: И.
К96 Кушнир, Л. Финкельштейн — К.:Факт, 2000. — 384с.
ISBN 966-7274-72-1

Сборник задач составлен по книге И. Кушнира, Л. Финкельштейна «Геометрия 7-9. Школа боевого искусства» и содержит более 2 700 задач по всем разделам планиметрии. Соответствует школьным программам.

Может быть использован как на уроках, так и для самостоятельной работы.

ББК 22.151я721

ГЕОМЕТРИЯ 7-9
ШКОЛА БОЕВОГО ИСКУССТВА
СБОРНИК ЗАДАЧ

Составители:
КУШНИР Исаак Аркадьевич,
ФИНКЕЛЬШТЕЙН Леонид Петрович

Киев, "Факт", 2000, 384 с.

Редакторы *Елена Шведова, Елена Целева*
Корректоры *Елена Дейнеко, Елена Шарговская*
Технический редактор *Александр Дмитриев*
Художественное оформление *Иннокентий Выровой*

Сдано в набор 5.08.2000. Подписано к печати 25.10.2000. Формат 60х84 1/16. Печать офсетная. Бумага офсетная №1. Гарнитура "Таймс". Усл. изд. л. 14,27. Уч. изд. л. 15,29.

Тираж 3 000 экземпляров.

Издательство «Факт», 04080, Киев-80, а/я 76
Тел./факс (044) 417 6991
E-mail: fact@carrier.kiev.ua

Отпечатано с готовых диапозитивов заказчика.
Зак. № 154.

ISBN 966-7274-72-1

Предисловие

Вам предлагаются более 2,5 тысяч задач, взятых из сборников, опубликованных за последние пятьдесят лет. Собранные вместе, они являются не только дополнительным материалом к пособию «Геометрия 7-9. Школа боевого искусства», но и его естественным продолжением. К каждой теме и даже к каждой теореме школьного курса планиметрии как ученик, так и учитель найдёт здесь достаточное количество разнообразных и содержательных задач для подготовки к контрольной работе, зачёту, и, наконец, для продуманной системы самообразования.

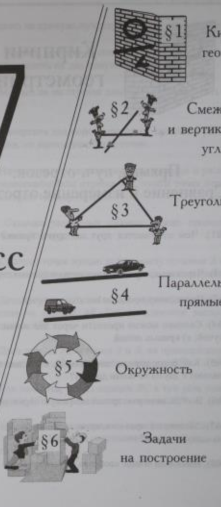
Решения значительной части задач доступны большинству учащихся, почти ко всем задачам даны ответы, а к некоторым — указания.

Совместная работа над задачником и пособием «Геометрия 7-9. Школа боевого искусства» является гарантией глубоких и прочных знаний современной школьной геометрии и высокого результата в решении задач.

Желаем успеха!

Составители

7 класс



§1 Кирпичи геометрии

Прямая, луч, отрезок. Сравнение и измерение отрезков.

7.1.1. (№1). Чем отличаются друг от друга прямая линия, луч и отрезок?

7.1.2. (№2). Через точку провести несколько прямых.

7.1.3. (№3). Через точку провести несколько лучей.

7.1.4. (№4). Сколько можно провести через две точки: а) прямых линий; б) лучей; в) кривых линий.

7.1.5. (№5). Как расположены две прямые, если две точки одной из них совпадают с двумя точками другой?

7.1.6. (№6). Всегда ли можно провести прямую через три точки?

7.1.7. (№7). Можно ли провести кривую линию через три точки, лежащие на одной прямой?

7.1.8. (№8). Имеют ли общие свойства луч и отрезок?

7.1.9. (№9). Можно ли прямую, луч, отрезок поделить пополам?

7.1.10. (№10). Прямая разбивает плоскость на две полуплоскости. Разбивается ли плоскость на две полуплоскости отрезком?

7.1.11. (№11). Можно ли на отрезке длиной 1 см разместить миллион точек?

7.1.12. (№12). Начертите две пересекающиеся прямые и расположите на них два отрезка, не имеющие общих точек.

7.1.13. (№13). Начертите две пересекающиеся прямые и расположите на них два непересекающихся отрезка так, чтобы точка пересечения прямых принадлежала одному из них.

7.1.14. (№14). Сколько различных прямых можно провести через четыре точки? Сделайте чертежи.

7.1.15. (№15). Сколько точек нужно взять между точками A и B, чтобы вместе с отрезком AB получилось шесть различных отрезков?

7.1.16. (№16). Даны отрезок AB, точка E, не лежащая на прямой AB и точка C, лежащая на прямой AB. Каково взаимное расположение прямой EC и отрезка AB?

7.1.17. (№17). Дана прямая EF и точки A и B, не принадлежащие этой прямой. Может ли прямая AB не пересекать отрезок EF?

7.1.18. (№18). Как записать, что а) отрезок BC в три раза меньше отрезка AC; б) отрезок AC в два раза больше отрезка BC?

7.1.19. (№19). От точки A отложены на одной прямой два отрезка: $AB = 2{,}4$ см, $AC = 6{,}8$ см. Найдите расстояние между серединами этих отрезков (два случая).

7.1.20. (№20). Отрезок AB продолжен на длину BC так, что AC в пять раз больше AB. Найти отношение $AB : BC$.

7.1.21. (№21). Отрезок AB равен 2,8 м. Найдите расстояние между серединой этого отрезка и точкой, которая делит его в отношении .

7.1.22. (№22). Как расположены точки A, N и B, если: а) $AN = NB$ и $AN + NB = AB$; б) $AN + NB = AB$?

7.1.23. (№23). Отрезок a разделён произвольной точкой на два отрезка. Чему равно расстояние между серединами этих отрезков?

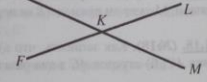
7.1.24. (№24). Отрезок a разделён на три равные части. Какую часть отрезка a составляет расстояние между серединами первой и третьей частей?

7.1.25. (№25). Отрезок, равный 36 см, разделён тремя произвольными точками на четыре части. Расстояние между серединами крайних частей равно 30 см. определите расстояние между серединами средних частей.

7.1.26. (№26). По данным отрезкам a и b построить отрезок $2a - b$.

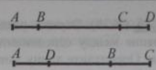
7.1.27. (№27). По сумме s и разности d отрезков a и b постройте эти отрезки.

7.1.28. (№28). Отрезки KL и KM равны (см. рис.). При каком условии отрезки ME и FL: а) равны; б) $FL > ME$; в) $FL < ME$?



7.1.29. (№29). На отрезке AB взяты точки C и D. Выразите отрезок CD всеми возможными способами через остальные образовавшиеся отрезки.

7.1.30. (№30). На каждом из рисунков отрезки AB и CD равны. Найдите ещё пары равных отрезков.



7.1.31. (№31). Даны отрезки $AB = 10$ см и $BC = 5$ см, принадлежащие одной прямой. Как расположены точки A, B и C, если $AC < 15$ см?

7.1.32. (№32). На прямой m от точки A отложены два отрезка так, что $AC > AB$ и точка A лежит между точками B и C. От точки C отложен отрезок CM так, что $BM = AC$. Сравните отрезки MC и AB.

7.1.33. (№33). Если на прямой даны точки A, B, C и D (точка C лежит между A и B) так, что $AB = CD$, то является ли середина отрезка AD также серединой отрезка BC? Обоснуйте ответ.

7.1.34. (№34). На прямой от точки A отложены два отрезка AB и AC, причём $AB < AC < 1{,}99AB$. Сравните отрезки BC и AB.

7.1.35. (№35). На прямой m от точки A отложены два отрезка AB и AC, причём $0{,}51AB < AC < AB$. Сравните отрезки BC и AC.

7.1.36. (№36). Расстояния между тремя точками A, B и C, расположенными на одной прямой, таковы: а) $AB = 15$ см; $CB = 7$ см; $AC = 8$ см; б) $AB = 12$ см; $CB = 15$ см; $AC = 3$ см. Как расположены эти точки в каждом случае?

7.1.37. (№37). Вдоль улицы длиной 813,6 м по прямой линии от одного её конца до другого через каждые 4,52 м требуется произвести посадку деревьев. Сколько для этого нужно вырыть ям?

7.1.38. (№38). В каком отношении нужно разделить отрезок на части так, чтобы середина меньшей части делила отрезок в отношении 1 : 3?

7.1.39. (№39). Отрезок разделён на части в отношении 1 : 2 : 3. Расстояние между серединами первых двух полученных частей равно 3 см. Определите длину данного отрезка.

7.1.40. (№40). Расстояние между точками A и B равно 6 см. Найдите на прямой AB все такие точки, у которых сумма расстояний от точек A и B равняется 8 см.

7.1.41. (№41). Расстояние между точками A и B равно 10 см. Найдите все такие точки M, что $MA + MB = 9$ см.

7.1.42. (№42). Известно, что $AB = 8$ см. Найдите на прямой AB все такие точки, чтобы расстояние от каждой из них до точки A было вдвое меньше чем расстояние до точки B.

7.1.43. (№43). Расстояние между точками A и B равно 12 см. Найдите на прямой AB все точки M, такие, что $MA + MB = = 12$ см.

7.1.44. (№44). Точка C — середина отрезка AB. Существуют ли на прямой AB такие точки M, что $MA + MC = 2MC$.

7.1.45. (№45). Расстояние между точками A и B равно 13 см. Найдите на прямой AB все точки M, для которых $MA - MB = 2$ см.

7.1.46. (№46). $AB = 7$ см. Найдите на прямой AB все точки M, для которых $MA - MB = 8$ см

7.1.47. (№47). Расстояние между точками A и B равно 10 см. Вне отрезка AB на прямой AB взято точку C так, что $AC = 4$ см. Найдите на отрезке AB все такие точки, которые ближе к C, чем к середине отрезка AB.

7.1.48. (№48). $AB = 12$ см. Найдите на прямой AB такие точки C и M, чтобы $CM = 5$ см и AC равнялось бы BM.

7.1.49. (№49). Точки A, B, C и D расположены на одной прямой, причём $AB = 15$ см, $AC = BD = 10$ см. Найдите длину отрезка CD.

7.1.50. (№50). Точки A, B, C и D расположены на одной прямой, причём $AB = 12$ см, $AD + BD = 17$ см, $CA - CB = 2$ см. Найдите длину отрезка CD.

7.1.51. (№51). Точки C и D лежат на прямой AB, причём отрезок AB равен 16 см, $CB - CA = 10$ см, $DA = 3DB$. Найдите длину отрезка CD.

7.1.52. (№52). Точки A, B, C и D последовательно расположены на одной прямой. Известно, что $AD = a$, $BC = b$. Найдите расстояние между серединами отрезков AB и CD.

7.1.53. (№53). На прямой m лежат точки M, N и K, причём $MN = 85$ мм, $NK = 1{,}15$ дм. Какой может быть длина отрезка MK в сантиметрах?

7.1.54. (№54). Точки A, B и C лежат на прямой a, причём $AB = 5{,}7$ м, $BC = 730$ см. Какой может быть длина отрезка AC в дециметрах?

7.1.55. (№55). На отрезке MN, равном 8 дм, лежат точки A и B по разные стороны от середины C отрезка MN, $CA = 7$ см, $CB = 0{,}24$ м. Найдите длины отрезков AN и BN в дециметрах.

7.1.56. (№56). Точка M — середина отрезка EF, длина которого равна 1,2 м. От точки M по разные стороны от неё, отложены два отрезка $MP = 1{,}6$ дм и $MQ = 40$ см. Найдите длины отрезков EP и QF в сантиметрах.

7.1.57. (№57). На прямой отмечены точки A, B и C (B между A и C). Известно, что $AB = 3$ см, $BC = 5$ см. Пользуясь только циркулем, разделите отрезок AB на части, длиной по 1 см.

7.1.58. (№58). Точка B находится между точками A и C, причём $AB = 37$ см, $BC = 17$ см. Пользуясь только циркулем, отложите на прямой AB отрезок длиной 1 см.

7.1.59. (№59). M — середина отрезка AB. Найдите на прямой AB все точки X, которые отвечают условию: $2XA = 3(XB + XM)$.

7.1.60. (№60). От A до F по прямолинейной дороге 35 км, остановки автобуса расположены в точках последовательно B, C, D, E. Зная, что $AC = 12$ км, $BD = 11$ км, $CE = 12$ км, $DF = 16$ км, найдите AB, BC, CD, DE, EF.

7.1.61. (№61). Пункты A, B, C, D, E, F, G, H последовательно расположены вдоль прямолинейного шоссе. Найдите расстояния между каждыми двумя соседними пунктами из числа названных, зная, что $AD = 19$ км, $BE = 21$ км, $CF = 19$ км, $DG = 20$ км, $AF = 32$ км, $CH = 30$ км, $EH = 14$ км.

7.1.62 (№62). На прямой последовательно отмечены точки $A_1, A_2, A_3, A_4, \ldots$ так, что $A_1A_2 = 1$, $A_2A_3 = 2$, $A_3A_4 = 3, \ldots$ Назовите отрезки с концами в указанных точках, имеющие длину 45.

7.1.63. (№63). Пять прямых расположите на плоскости так, чтобы у них было ровно 8 точек пересечения, и через каждую из этих точек проходило не более двух прямых. Сколько получилось отрезков?

7.1.64. (№64). Даны n прямых. Известно, что имеется 5 точек, каждая из которых является общей хотя бы для двух прямых из числа данных. Определите наименьшее возможное число n.

Углы.
Сравнение и измерение углов.

7.1.65. (№65). Дан угол MEF и точка A, лежащая в его внутренней области. Проведите луч с началом в точке E так, чтобы образовались два угла, такие, что точка A не принадлежала бы их внутренним областям.

7.1.66. (№66). Через заданную точку проведите столько прямых, чтобы при их пересечении образовалось шесть углов.

7.1.67. (№67). Дан неразвёрнутый угол ABC. Проведите лучи с началом в точке B, чтобы образовались при этом шесть углов, из которых один был бы развёрнутым.

7.1.68. (№68). Углы AOB, BOC, COD, DOE и EOA имеют общую вершину O. Прямая a, не проходящая через точку O пересекает не менее двух лучей, которые являются сторонами этих углов. Рассмотрите все возможные случаи. Сделайте чертежи.

7.1.69. (№69). Углы MAF, FAK, KAP, PAQ и QAM имеют общую вершину A. Прямая m, не проходящая через точку A пересекает не более трёх лучей, которые являются сторонами этих углов. Рассмотрите все возможные случаи. Сделайте чертежи.

7.1.70. (№70). $\angle AOB = 120^\circ$. Проведите луч OC так, чтобы угол AOC равнялся 60° (рассмотрите два случая). а) Чему равен угол COB? б) Каким углом: острым, тупым или развёрнутым — является угол COB? в) Является ли луч OC биссектрисой угла AOB?

7.1.71. (№71). $\angle AOB = 100^\circ$, луч OE делит этот угол на два угла так, что $\angle BOE = 3\angle AOE$. а) Найдите эти углы; б) найдите угол AOF, если луч OF проведён так, что OE — биссектриса угла FOB. Каким углом — острым или тупым — является этот угол?

7.1.72. **(№72).** Угол AOB расположен во внутренней области угла COD. OE и OF — биссектрисы углов COA и BOD соответственно. Объясните, почему угол EOF прямой, если $\angle COD + \angle AOB = 180^\circ$.

7.1.73. **(№73).** Прямой угол разделён лучом, исходящим из его вершины, на два угла, такие, что половина одного угла равна трети другого. Найдите эти углы.

7.1.74. **(№74).** Прямой угол двумя лучами, исходящими из его вершины, разделён на три угла, один из которых равен разности двух других углов. Найдите величину большего из этих углов.

7.1.75. **(№75).** Сколько раз в сутки часовая и минутная стрелка образуют: а) развёрнутый угол; б) прямой угол?

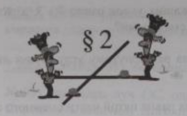
7.1.76. **(№76).** Можно ли без помощи транспортира построить угол в 1°, имея: а) шаблон угла в 13°? б) шаблон угла в 17°?

7.1.77. **(№77).** Точка O — начало восьми лучей, пары соседних лучей образуют углы в 10°, 20°, 30°, 40°, 50°, 60°, 70°, 80°. Каких углов на рисунке больше — острых или тупых? Есть ли на рисунке развёрнутые углы?

7.1.78. **(№78).** Моряки выражают угол не в градусах, а в румбах, считая, что развёрнутый угол делится на 16 румбов. Определите в градусах величину угла, составляющего 2 румба; 4 румба; 7,8 румба.

7.1.79. **(№79).** Во Франции одну сотую часть прямого угла принято называть градом (обозначается 1^g). Вычислите в градусах и минутах величины углов, составляющих 20^g; 35^g; 48^g.

7.1.80. **(№80).** Прямой угол иногда обозначают d. Определите в градусах и минутах величины углов, составляющих $\frac{5}{6}d$; $\frac{4}{15}d$; $1{,}7d$; $0{,}45\,d$; $0{,}63\,d$.



Смежные и вертикальные углы

7.2.1. **(№81).** Запасной путь на железнодорожной станции отходит от главного пути под углом в 20°. Начертите расположение путей.

7.2.2. **(№82).** Начертите угол, который в сумме с данным углом ABC составляет два прямых угла.

7.2.3. **(№83).** Смежные углы относятся как 4 : 1. Найдите эти углы.

7.2.4. **(№84).** Один из смежных углов больше другого на 40°. Найдите эти углы.

7.2.5. **(№85).** На прямой AB взята точка C и из неё проведен луч CD так, что угол ACD в четыре раза больше угла BCD. Определите величину этих углов.

7.2.6. **(№86).** Определите два смежных угла, один из которых на $\frac{2}{9}$ прямого угла больше другого.

7.2.7. **(№87).** Определите угол, который равен $\frac{3}{7}$ своего смежного.

7.2.8. **(№88).** Из двух прилежащих углов ABC и CBD первый равен 108°, а второй меньше его в полтора раза. Являются ли данные углы смежными?

7.2.9. **(№89).** Отношение двух прилежащих углов равно 7 : 3, а разность их равна 72°. Будут ли эти углы смежными?

7.2.10. **(№90).** Сумма двух углов равна развёрнутому углу. Будут ли эти углы смежными?

7.2.11. **(№91).** Третья часть одного угла равна пятой части смежного с ним угла. Какой угол больший?

7.2.12. **(№92).** Равны ли смежные углы двух равных углов?

7.2.13. **(№93).** Один угол больше другого. Сравните смежные с ними углы.

7.2.14. **(№94).** Биссектрисы двух смежных углов образуют равные углы с их общей стороной. Что можно сказать про эти смежные углы?

7.2.15. **(№95).** Биссектриса какого угла перпендикулярна к его сторонам?

7.2.16. **(№96).** Сумма данного угла и двух смежных с ним равна 290°. какой угол больше — данный или смежный с ним?

7.2.17. **(№97).** Развёрнутый угол разделен на три равные части. Равные ли углы образует биссектриса среднего угла со сторонами данного?

7.2.18. **(№98).** Вычислите смежные углы, если разность между ними равна прямому углу.

7.2.19. **(№99).** Определите смежные углы, если один из них составляет $\frac{5}{6}$ угла между биссектрисами.

7.2.20. **(№100).** Угол между биссектрисой одного из смежных углов и их общей стороной равен: а) половине; б) четвёртой части другого смежного угла. Найдите смежные углы.

7.2.21. **(№101).** Докажите, что угол, дополняющий меньший из двух смежных углов до 90°, равен полуразности смежных углов.

7.2.22. **(№102).** Из вершины угла AOB, равного $\frac{4}{7}d$ (см. задачу № 80), проведен луч OC, одинаково отклоненный от сторон угла. Определить величину этого отклонения (два случая).

7.2.23. **(№103).** Сумма трёх углов, из которых первый и третий вертикальные, равна $2{,}2d$. Найдите эти углы, если второй угол вдвое меньше первого.

7.2.24. **(№104).** При пересечении двух прямых образовалось четыре угла, каждый меньше развёрнутого. Найдите эти углы, зная, что один из них на 60° больше половины другого.

7.2.25. **(№105).** При пересечении двух прямых образовалось четыре угла, каждый меньше развёрнутого. Найдите эти углы, зная, что градусные меры двух из них относятся как 4 : 5.

7.2.26. **(№106).** Углы AOB и BOC — смежные, OM — биссектриса угла AOB, луч ON принадлежит внутренней области угла BOC и перпендикулярен OM. Является ли ON биссектрисой угла BOC?

7.2.27. **(№107).** Из вершины развёрнутого угла проведены два луча, которые делят его на три равные части. Покажите, что биссектриса среднего угла перпендикулярна сторонам развёрнутого угла.

7.2.28. **(№108).** Построены биссектрисы смежных углов. Какими были данные смежные углы, если на чертеже образовались три прямых угла и четыре равных.

7.2.29. **(№109).** Докажите, что сумма каждых трёх углов, не прилежащих один к другому и образуемых тремя прямыми, проходящими через одну точку, равна двум прямым углам.

7.2.30. **(№110).** Докажите, что сумма каждых пяти углов, не прилежащих один к другому и образуемых пятью прямыми, проходящими через одну точку, равна двум прямым углам. Сформулируйте и докажите аналогичное утверждение для n углов и n прямых

7.2.31. **(№111).** Из четырёх прилежащих углов AOB, BOC, COD и DOE каждый следующий больше предыдущего на 10°; стороны AO и OE составляют одну прямую. Вычислите и постройте эти углы.

7.2.32. **(№112).** Треть одного и три пятых другого из смежных углов дают в сумме прямой угол. Найдите эти смежные углы.

7.2.33. **(№113).** Один из смежных углов втрое больше разности между ними. Определите градусные меры этих углов.

7.2.34. **(№114).** Градусная мера одного из двух смежных углов делится на двадцать, а второй угол в целое число раз больше, чем первый. Найти эти углы.

7.2.35. **(№115).** Могут ли градусные меры двух смежных углов выражаться только: а) чётными; б) только нечётными цифрами?

7.2.36. **(№116).** Может ли сумма двух смежных углов равняться сумме двух вертикальных?

7.2.37. **(№117).** Как размещены одна относительно другой биссектрисы двух вертикальных углов?

7.2.38. **(№118).** Биссектрисы двух углов с общей вершиной образуют между собой угол 180°. Будут ли данные углы вертикальными?

7.2.39. **(№119).** Можно ли построить вертикальный угол для угла, который больше развёрнутого?

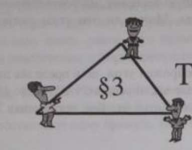
7.2.40. **(№120).** Один из четырёх углов, образуемых двумя пересекающимися прямыми равен 54°. Найти остальные углы.

7.2.41. **(№121).** Два угла имеют общую вершину, их соответственные стороны взаимно перпендикулярны. Могут ли эти углы оказаться вертикальными?

7.2.42. **(№122).** На листе бумаги изображен угол, но в пределах листа находятся его вершина и столь малые части сторон, что для его измерения нельзя воспользоваться транспортиром. Как определить градусную меру этого угла?

7.2.43. **(№123).** Доказать, что биссектрисы двух смежных углов перпендикулярны.

7.2.44. **(№124).** Развёрнутый угол AOB разделяет плоскость на две части. Точка E лежит в одной части, точка P — в другой; $\angle EOB = 50^\circ$; $\angle POB = 130^\circ$. Равны ли углы EOB и POA? Являются ли углы EOB и POA вертикальными? Ответы объясните.



§3 Треугольники

Элементы треугольника

7.3.1. **(№125).** Может ли одна высота треугольника располагаться вне его, а две другие высоты — внутри треугольника? А наоборот?

7.3.2. **(№126).** Можно ли медиану и биссектрису треугольника провести вне треугольника?

7.3.3. **(№127).** Может ли только одна высота треугольника совпадать с его стороной?

7.3.4. **(№128).** Существует ли треугольник, три высоты которого пересекаются в его вершине?

7.3.5. **(№129).** Верно ли утверждение: высота треугольника меньше каждой его стороны?

7.3.6. **(№130).** Чем отличается биссектриса треугольника от биссектрисы угла?

7.3.7. **(№131).** Медиана делит данный треугольник на два треугольника, периметры которых равны. Какой вид данного треугольника?

7.3.8. **(№132).** Треугольник, периметр которого равен 22 см, делится медианой на два треугольника с периметрами 12 см и 16 см. Найдите длину медианы треугольника.

7.3.9. **(№133).** Сколько внешних углов имеет треугольник? Есть ли среди них равные?

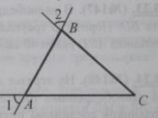
7.3.10. **(№134).** Внешний угол треугольника меньше внутреннего, смежного с ним. Какой вид данного треугольника?

7.3.11. **(№135).** Какой вид треугольника, если один из внешних углов равен внутреннему, смежному с ним?

7.3.12. **(№136).** Два внешних угла треугольника при разных его вершинах равны. Какой вид у данного треугольника?

7.3.13. **(№137).** Три внешних угла треугольника равны. Какой вид треугольника?

7.3.14. **(№138).** Стороны равнобедренного треугольника ($AC = BC$) продлили так, как показано на рисунке. Равны ли углы 1 и 2?



7.3.15. **(№139).** В равностороннем треугольнике периметр равен 16 м. Найти длину стороны треугольника.

7.3.16. **(№140).** В равнобедренном треугольнике периметр равен 1 м, а основание — 0,4 м. Найдите длину боковой стороны.

7.3.17. **(№141).** В равнобедренном треугольнике периметр равен 2 м, а боковая сторона 0,9 м. Найти длину основания треугольника.

7.3.18. **(№142).** В треугольнике ABC $AC = 2BC$. Под каким углом пересекаются медиана к стороне AC и биссектриса угла C?

7.3.19. (№143). Медиана, проведённая к одной из боковых сторон равнобедренного треугольника, делит его периметр на две части: 15 см и 9 см. Найдите стороны равнобедренного треугольника.

7.3.20. (№144). Найдите точку, равноудалённую: а) от всех вершин треугольника; б) от всех его сторон.

7.3.21. (№145). В треугольнике ABC $AB = BC = 14$ см. Перпендикуляр, проведённый к боковой стороне AB через её середину, пересекает основание AC в точке E. Точка E соединена с вершиной B. Периметр треугольника BEC равен 40 см. Найдите основание AC треугольника ABC.

7.3.22. (№146). Внутри треугольника ABC проведена к стороне BC прямая AD так, что угол CAD равен углу ACD. Периметры треугольников ABC и ABD равны 37 м и 24 м. Определите длину AC.

7.3.23. (№147). В равнобедренном треугольнике ABC проведена высота BD. Периметр треугольника ABC равен 50 см, а периметр треугольника ABD равен 40 см. Определите высоту BD.

7.3.24. (№148). На отрезке AC по разные стороны от него построены два равнобедренных треугольника ABC и AMC. Вершины этих треугольников соединены прямой BM. Докажите, что BM перпендикулярно AC.

7.3.25. (№149). Периметр треугольника больше его сторон на 32, 29 и 23 см. Определите периметр треугольника.

7.3.26. (№150). Длины сторон треугольника ABC a, b и c. Известно, что периметр больше $a + c$ в $\frac{4}{3}$ раза и больше $a + b$ в полтора раза. Во сколько раз периметр данного треугольника больше $b + c$?

7.3.27. (№151). На отрезке AB длиной 38 см между A и B отмечены точки $C_1, C_2, \ldots, C_n$ и построены равносторонние треугольники с основаниями AC_1, C_1C_2, C_2C_3, ... , C_nB. Зависит ли сумма длин сторон треугольников, лежащих вне отрезка AB, от количества отмеченных точек и их размещения на AB?

Признаки равенства треугольников

7.3.28. (№152). Назовите несколько признаков равенства равнобедренных треугольников.

7.3.29. (№153). Докажите, что в остроугольном равнобедренном треугольнике высоты, опущенные на боковые стороны, равны.

7.3.30. (№154). Равны ли равнобедренные треугольники, если боковая сторона и угол при вершине одного треугольника соответственно равны боковой стороне и углу при вершине другого треугольника?

7.3.31. (№155). На сторонах равнобедренного треугольника ABC ($AB = BC$) от его вершины B отложены равные отрезки BM и BH. Будут ли равны отрезки CM и AH?

7.3.32. (№156). На сторонах равнобедренного треугольника ABC ($AB = BC$) от его вершин A и C отложены равные отрезки AM и CH. Отрезки CM и AH пересекаются в точке O. Определите вид треугольника AOC.

7.3.33. (№157). В треугольнике ABC $AB = BC = AC$. На его сторонах взяты точки M, P. и K так, что $AM : MB = BP : PC = CK : KA = 1 : 3$. Докажите, что треугольник MPK — равносторонний.

7.3.34. (№158). Стороны равностороннего треугольника ABC продлены на отрезки AM, CP и BK так, что $MA : AB = PC : AC = BK : CB = 2 : 1$. Докажите, что треугольник MPK, что равносторонний.

7.3.35. (№159). Периметры двух треугольников равны. Будут ли равны треугольники?

7.3.36. (№160). Докажите, что высоты, проведённые к боковым сторонам тупоугольного равнобедренного треугольника, равны.

7.3.37. (№161). Докажите, что медианы, проведённые к боковым сторонам равнобедренного треугольника, равны (рассмотрите отдельно случаи, когда треугольник остроугольный и тупоугольный).

7.3.38. (№162). На одной стороне угла с вершиной A отмечены точки D и B, на другой стороне — C и E так, что $AD = AC = 3$ см, $AB = AE = 4$ см. Докажите, что: а) $BC = ED$; б) $KB = KE$, где K — точка пересечения отрезков BC и ED.

7.3.39. (№163). Докажите, что перпендикуляры, проведённые к сторонам угла на равных расстояниях от его вершины, пересекаются на биссектрисе этого угла.

7.3.40. (№164). Построены серединные перпендикуляры равных сторон равнобедренного треугольника. Докажите, что отрезки этих перпендикуляров, заключённые внутри треугольника, равны. Рассмотрите случаи, когда треугольник остроугольный, тупоугольный, прямоугольный.

7.3.41. (№165). Два равных отрезка точкой их пересечения делятся пополам. Докажите, что расстояния от концов одного отрезка до прямой, содержащей второй отрезок, равны.

7.3.42. (№166). Докажите, что два треугольника равны, если две стороны и медиана, проведённая к третьей стороне, одного треугольника

соответственно равны двум сторонам и медиане, проведённой к третьей стороне, другого треугольника.

7.3.43. (№167). На высоте CD, опущенной на основание AB равнобедренного треугольника ABC, взята точка M, которая соединена с вершинами A и B. Докажите, что треугольники AMC и BMC равны.

7.3.44. (№168). В треугольниках ABC и $A_1B_1C_1$ высоты CK и C_1K_1 равны. Найдите условия при которых данные треугольники равны.

7.3.45. (№169). Докажите, что если сторона и проведённые к ней медиана и высота одного треугольника равны соответствующим элементам другого треугольника, то такие треугольники равны.

7.3.46. (№170). Докажите, что треугольники равны, если две стороны и высота, проведённая к третьей стороне, одного треугольника соответственно равны двум сторонам и высоте, проведённой к третьей высоте треугольника.

7.3.47. (№171). В равнобедренном треугольнике проведены высоты к боковым сторонам. Докажите, что прямая, соединяющая точку их пересечения с вершиной треугольника, делит угол при вершине пополам.

7.3.48. (№172). Докажите, что если две высоты треугольника равны, то треугольник равнобедренный.

7.3.49. (№173). В равнобедренном треугольнике ABC с тупым углом при вершине C проведены высоты к боковым сторонам, продолжения которых пересекаются в точке F. Докажите, что эти высоты равны, а треугольник ABF равнобедренный.

7.3.50. (№174). В треугольниках ABC и $A_1B_1C_1$ $AC = A_1C_1$, $AB = A_1B_1$, $\angle A = \angle A_1$, $D \in BC$ и $DC = 2BD$, $D_1 \in B_1C_1$, $D_1C_1 = 2B_1D_1$. Докажите, что $AD = A_1D_1$.

7.3.51. **(№175).** Медианы AD и BO треугольника ABC, у которого $AC = BC$, продолжены так, что $DE = AD$ и $OK = BO$. Докажите, что $\angle AKC = \angle BEC$.

7.3.52. **(№176).** Отрезок прямой EF точками K и L делится на три равные части. Вне отрезка EF по разные стороны от прямой EF взяты точки A и B так, что $AE = BF$ и $AL = BK$. Градусные меры углов AEL и KFB относятся как $m : 1$. Найдите m.

7.3.53. **(№177).** ABC и $A_1B_1C_1$ — равнобедренные треугольники с основаниями AB и A_1B_1, точки M и M_1 — середины сторон BC и B_1C_1, $AB = A_1B_1$, $AM = A_1M_1$. Докажите, что $\Delta ABC = \Delta A_1B_1C_1$.

7.3.54. **(№178).** Докажите, что высоты треугольника, пересекаясь, не делятся пополам.

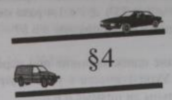
7.3.55. **(№179).** В концах отрезка AB в полуплоскости с границей AB построены AC и BD — равные перпендикуляры к AB. Докажите, что перпендикуляр к AB, проходящий через его середину, перпендикулярен к отрезку CD. Делит ли он пополам отрезок CD ?

7.3.56. **(№180).** Точка B находится между A и C. В одной полуплоскости построены перпендикуляры к AC: $AD = BC$ и $CE = AB$. Точка O — середина BD, точка M — середина BE. Докажите, что $AO = CM$.

7.3.57. **(№181).** На сторонах угла A взяты такие точки B и C, что $AB = AC$. Прямые BD и CE перпендикулярные AB и AC, соответственно, пересекаются в точке O. Лежит ли эта точка на биссектрисе угла A?

7.3.58. **(№182).** Точки A, B, C, D, E расположены так, что $AB = BC = CD = DE = EA$, $\angle BAE = \angle DEA$. Равны ли углы ABC и EDC? Рассмотреть все случаи.

7.3.59. **(№183).** Сформулируйте и решите задачу, аналогичную предыдущей, но для шести точек.



§4 Параллельные прямые

Признак параллельности прямых

7.4.1. **(№184).** При каком положении секущей равны все углы, образованные двумя параллельными прямыми и этой секущей?

7.4.2. **(№185).** Как расположены друг относительно друга биссектрисы двух равных и двух неравных углов, образованных при пересечении двух параллельных прямых третьей?

7.4.3. **(№186).** Докажите, что биссектриса внешнего угла при вершине равнобедренного треугольника параллельна его основанию. Сформулируйте и докажите обратную теорему.

7.4.4. **(№187).** Две параллельные прямые пересечены третьей прямой. Один из полученных восьми углов равен 72°. Чему равен каждый из остальных?

7.4.5. **(№188).** Две параллельные прямые пересечены третьей прямой. Один из внутренних углов равен 40°. Под каким углом его биссектриса пересекает другую параллель?

7.4.6. **(№189).** Углы 1 и 2 — внутренние накрест лежащие при пересечении секущей c двух прямых a и b. $\angle 1 = 75^\circ$, $\angle 2$ в 1,4 раза меньший от смежного с ним. Будут ли параллельными прямые a и b?

7.4.7. **(№190).** Углы 1 и 2 — внутренние односторонние при пересечении секущей c двух прямых a и b. Угол 1 вместе с углом, вертикальным к углу 2 равны 180°. Параллельны ли прямые a и b?

7.4.8. **(№191).** Две параллельные прямые пересечены третьей. Углы 3 и 4 — внутренние накрест лежащие. Найдите зависимость между углом 3 и углом 1, смежным с углом 4, если угол 3 равен 60°.

7.4.9. **(№192).** Прямая, параллельная боковой стороне равнобедренного треугольника, отсекает от него новый треугольник. Какой вид образованного треугольника?

7.4.10. **(№193).** Прямая, проведённая через вершину треугольника параллельно его противоположной стороне, образует с другими двумя сторонами равные углы. Какой вид этого треугольника?

7.4.11. **(№194).** Прямая, проведённая через вершину угла C треугольника ABC параллельно стороне AB, образует со стороной BC угол, равный углу C. Какой вид треугольника ABC?

7.4.12. **(№195).** В треугольнике ABC проведена биссектриса BD. Из вершины C проведена прямая параллельно BD до пересечения с продолжением стороны AB в точке E. какой вид треугольника BCE?

7.4.13. **(№196).** У какого треугольника биссектриса внешнего угла параллельна его стороне?

7.4.14. **(№197).** Через две вершины треугольника проведены прямые, параллельные противолежащим сторонам. Сравните угол между этими прямыми с углом при третьей вершине треугольника.

7.4.15. **(№198).** При пересечении прямых AB и CD прямой l образовалось восемь углов, из которых четыре — равные тупые углы. Параллельны ли прямые AB и CD ?

7.4.16. **(№199).** Докажите, что два перпендикуляра к сторонам угла, который меньше развёрнутого, пересекаются.

7.4.17. **(№200).** Две прямые параллельны. Две другие параллельные прямые пересекают их в точках A, B, C и D. Равны ли треугольники ABC и DCB ?

7.4.18. **(№201).** Прямые AB и CD параллельны. Прямая пересекает их в точках E и K. Общий перпендикуляр параллельных прямых делит пополам угол между EK и биссектрисой угла BEK. Найдите угол CKE.

7.4.19. **(№202).** Как с помощью шаблона прямого угла разделить пополам данный отрезок?

7.4.20. **(№203).** Как с помощью шаблона острого угла построить перпендикуляр к данной прямой в данной точке?

Сумма углов треугольника

7.4.21. **(№204).** Определите вид треугольника, у которого сумма двух углов: а) меньше третьего; б) равна третьему; в) больше третьего.

7.4.22. **(№205).** Сколько острых, прямых, тупых внешних углов может иметь треугольник?

7.4.23. **(№206).** В каком треугольнике каждый внешний угол вдвое больше внутреннего: а) смежного с ним; б) не смежного с ним?

7.4.24. (№207). Существует ли треугольник с такими внешними углами: а) $131°; 91°; 38°$; б) $124°; 102°; 117°$?

7.4.25. (№208). Существуют ли треугольники ABC и MPK для которых: $\angle A + \angle M = 180°$; $\angle B + \angle P = 180°$.

7.4.26. (№209). Какого вида треугольник ABC если $\angle A + 2\angle B = 90°$?

7.4.27. (№210). Может ли против средней по величине стороне треугольника лежать прямой угол?

7.4.28. (№211). В равностороннем треугольнике проведены две медианы. Чему равны углы между ними?

7.4.29. (№212). Выяснить вид равнобедренного треугольника, если угол при его основании в три раза меньше смежного с ним угла.

7.4.30. (№213). Докажите, что из углов треугольника хотя бы один не меньше $60°$.

7.4.31. (№214). Определите углы треугольника, если они относятся $1:2:3$.

7.4.32. (№215). Найдите углы треугольника, если один из них в четыре раза больше каждого из двух остальных.

7.4.33. (№216). Найдите углы треугольника, если величина одного из них равна $75°$, а два других относятся, как $4:11$.

7.4.34. (№217). Определите углы треугольника, если известно, что один угол треугольника составляет две пятых другого и одну четвёртую третьего.

7.4.35. (№218). Найдите углы треугольника, если известно, что два из них относятся, как $3:7$, а третий угол на $20°$ меньше суммы двух первых углов.

7.4.36. (№219). Найдите углы треугольника, если известно, что один из них равен половине суммы двух других, а другой — третьей части суммы двух других углов.

7.4.37. (№220). В равнобедренном треугольнике угол между равными сторонами составляет четверть угла между неравными сторонами. Найдите углы треугольника.

7.4.38. (№221). Найдите величину угла при вершине равнобедренного треугольника, если известно, что этот угол на $16°$ больше угла при основании.

7.4.39. (№222). Один из углов треугольника равен $60°$. Найдите острый угол, образованный биссектрисами двух других углов треугольника.

7.4.40. (№223). В треугольнике ABC биссектрисы углов A и C пересекаются в точке M. Определите угол ABC, если он равен половине угла AMC.

7.4.41. (№224). Дан угол A. Докажите, что если от его вершины отложить на луче отрезок AB, из точки B провести прямую, параллельную второму лучу данного угла, а на этой параллельной прямой внутри угла отложить отрезок BD, равный BA и соединить точку D с вершиной A, то прямая AD делит данный угол пополам.

7.4.42. (№225). В равнобедренном треугольнике угол между основанием и высотой, опущенной на боковую сторону, равен $48°$. Определите углы треугольника.

7.4.43. (№226). Биссектриса угла при основании равнобедренного треугольника образует с боковой стороной угол, равный углу при основании. Определите углы треугольника.

7.4.44. (№227). Биссектриса угла при основании равнобедренного треугольника образует с боковой стороной угол, равный углу между равными сторонами. Определите углы треугольника.

7.4.45. (№228). Биссектриса угла при основании равнобедренного треугольника отсекает равнобедренный треугольник. Найдите углы начального треугольника.

7.4.46. (№229). Треугольник ABC равнобедренный, $\angle A = 104°$. Найдите углы, которые образовывает биссектриса угла B со стороной AC.

7.4.47. (№230). Угол между биссектрисой и высотой равнобедренного треугольника, проведёнными из одной вершины, равен $12°$. Определите углы треугольника.

7.4.48. (№231). В равнобедренном треугольнике сторона делит пополам угол между высотой и биссектрисой, проведёнными из одной вершины. Определите углы треугольника.

7.4.49. (№232). Угол при вершине равнобедренного треугольника равен $36°$. Докажите, что биссектриса угла при основании, продолженная до пересечения с противоположной стороной, делит равнобедренный треугольник на два других тоже равнобедренных треугольника.

7.4.50. (№233). В треугольнике ABC проведены высоты AK и CE. H — точка их пересечения. Найдите угол AHC, если $\angle BAC = 22°$ и $\angle BCA = 75°$.

7.4.51. (№234). В равнобедренном треугольнике ABC высоты AK и CE, опущенные на боковые стороны, образуют угол $48°$. Определите углы треугольника ABC.

7.4.52. (№235). В треугольнике ABC из вершины C проведены биссектрисы внутреннего и внешнего углов. Первая биссектриса образует со стороной AB угол, равный $31°$. Какой угол образует с продолжением стороны AB вторая биссектриса?

7.4.53. (№236). Высота, проведённая к боковой стороне равнобедренного треугольника, делит его угол в отношении $1:5$, считая от основания. Определите углы треугольника.

7.4.54. (№237). Высота треугольника образует с двумя его сторонами углы $30°$ и $42°$. Определите углы треугольника

Углы с взаимно параллельными и перпендикулярными сторонами

7.4.55. (№238). Биссектриса острого угла прямоугольного треугольника образует с катетом угол, равный одному из острых углов треугольника. Определите углы треугольника.

7.4.56. (№239). Биссектриса внутреннего угла треугольника ABC отсекает равнобедренный треугольник с углом $80°$. Определите углы треугольника ABC.

7.4.57. (№240). Докажите, что углы между биссектрисами острых углов и биссектрисами внешних тупых углов прямоугольного треугольника равны или дополняют друг друга до $180°$.

7.4.58. (№241). Угол при вершине равнобедренного треугольника относится к углу при основании как $4:7$. В каком отношении делит высота, опущенная на боковую сторону, угол при основании?

7.4.59. (№242). Угол C при вершине равнобедренного треугольника ABC равен 70°. Проведена биссектриса угла A, которая пересекает сторону BC в точке M. Докажите, что $AM < AC$.

7.4.60. (№243). Угол C при вершине равнобедренного треугольника ABC равен 80°. Боковая сторона BC продолжена за вершину на отрезок CK, равный BC. Докажите, что отрезок AK перпендикулярен AB и $AK > AB$.

7.4.61. (№244). Докажите, что в треугольнике, у которого разность углов при основании равна прямому углу, биссектрисы внутреннего и внешнего углов при вершине равны.

7.4.62. (№245). Один из углов треугольника равен полусумме двух других. Стороны, образующие этот угол, относятся, как 1 : 2. Найдите углы треугольника.

7.4.63. (№246). Отношение двух внутренних углов треугольника 2 : 3, а внешних углов при тех же вершинах — 11 : 9. Найдите третий внешний угол треугольника.

7.4.64. (№247). Точка M находится внутри треугольника ABC. Найдите сумму углов AMB, AMC и BMC.

7.4.65. (№248). Биссектрисы двух внутренних углов остроугольного треугольника пересекают противолежащие стороны под углами 63° и 81°. Найдите углы треугольника.

7.4.66. (№249). Треугольник ABC — прямоугольный, BD и CE — биссектрисы его острых углов, отрезки DK и EM — перпендикуляры к BC. Найдите угол KAM.

7.4.67. (№250). Гипотенуза прямоугольного треугольника в четыре раза больше проведенной к ней высоты. Найдите углы этого треугольника.

7.4.68. (№251). Высота и медиана, проведённые из одной вершины треугольника, разделили его угол на три равные части. Найдите углы треугольника.

7.4.69. (№252). Можно ли равнобедренный треугольник разрезать на пять треугольников с такими же углами, как у начального треугольника.

7.4.70. (№253). В прямоугольном треугольнике ABC $AB = AC$. Внутри треугольника взята такая точка M, $\angle MBA = \angle MAB = 15^\circ$. Найдите угол BMC.

7.4.71 (№254). В треугольнике ABC $AB = AC$, $\angle BAC = 80^\circ$. Внутри треугольника взята такая точка M, что $\angle MBC = 10^\circ$, $\angle MCB = 30^\circ$. Найдите угол AMB.

7.4.72. (№255). В треугольнике ABC $AB = BC$, $\angle B = 20^\circ$. На стороне AB взята такая точка M, что $BM = AC$. Найдите угол MCA.

§5 Окружность

Описанная и вписанная окружности

7.5.1. (№256). Большое колесо зубчатой передачи имеет 72 зубца. Сколько градусов окружности колеса занимает один зубец колеса вместе со впадиной?

7.5.2. (№257). Меньшее колесо зубчатой передачи имеет 24 зубца. Сколько градусов содержит дуга, занимаемая одним зубцом колеса вместе со впадиной?

7.5.3. (№258). Какую часть оборота сделает большее колесо с 72 зубцами, когда сцепленной с ним меньшее, имеющее 24 зубца, сделает один полный оборот?

7.5.4. (№259). Выразить в градусах, минутах и секундах $\frac{1}{72}$ часть окружности.

7.5.5. (№260). Выразить в градусах, минутах и секундах $\frac{1}{81}$ часть окружности.

7.5.6. (№261). Выразить в градусах, минутах и секундах 0,001 часть окружности.

7.5.7. (№262). Выразить в градусах, минутах и секундах $\frac{1}{14}$ часть окружности.

7.5.8. (№263). Выразить в градусах, минутах и секундах $\frac{5}{11}$ частей окружности.

7.5.9. (№264). Найти, какую часть окружности составляет дуга 15°.

7.5.10. (№265). Найти, какую часть окружности составляет дуга $22^\circ30'$.

7.5.11. (№266). Найти, какую часть окружности составляет дуга 108°.

7.5.12. (№267). Найти, какую часть окружности составляет дуга $24'$.

7.5.13. (№268). Найти, какую часть окружности составляет дуга $18''$.

7.5.14. (№269). Найти, какую часть окружности составляет дуга $18^\circ45'$.

7.5.15. (№270). Найти, какую часть окружности составляет дуга $2^\circ30''$.

7.5.16. (№271). Найти, какую часть окружности составляет дуга $10^\circ40''$.

7.5.17. (№272). Определить угол между стрелками на часах, когда часы показывают 5 час.

7.5.18. (№273). Определить угол между стрелками на часах, когда часы показывают 3 час. 25 мин.

7.5.19. (№274). Определить угол между стрелками на часах, когда часы показывают 4 час. 50 мин.

7.5.20. (№275). Хорда стягивает дугу в $90°$ и равна 16 см. Определить ее расстояние от центра.

7.5.21. (№276). В окружности, радиус которой 1,4 м, определить расстояние от центра до хорды, стягивающей дугу в $120°$.

7.5.22. (№277). Дуга AB содержит $72°27'$; из ее конца B проведена касательная до встречи в точке C с продолжением радиуса OA. Определить $\angle ACB$.

7.5.23. (№278). Сколько градусов и минут содержит дуга, если радиус, проведенный в конец ее, составляет с ее хордой угол в $37°23'$?

7.5.24. (№279). Дуга содержит $117°23'$. Определить угол между хордой и продолжением радиуса, проведенного в конец дуги.

7.5.25. (№280). ABC — секущая; BD — хорда; $\cup BD$ содержит $43°$; $\cup BDC$ содержит $213°41'$. Определить $\angle ABD$.

7.5.26. (№281). Вычислить угол, вписанный в дугу, составляющую $\frac{17}{32}$ окружности.

7.5.27. (№282). Сколько градусов и минут содержит дуга, которая вмещает угол, равный $37°21'$?

7.5.28. (№283). Дуга содержит $84°52'$. Под каким углом из точек этой дуги видна ее хорда?

7.5.29. (№284). Хорда делит окружность в отношении 5 : 11. Определить величину вписанных углов, опирающихся на эту хорду.

7.5.30. (№285). AB и AC — две хорды: $\cup AB$ содержит $110°23'$; $\cup AC$ содержит $38°$. Определить $\angle BAC$. (Два ответа).

7.5.31. (№286). Хорда AB делит окружность на две дуги, из которых меньшая равна $130°$, а большая делится хордой AC в отношении 31 : 15 (начиная от A). Определить $\angle BAC$.

7.5.32. (№287). Хорды AB и AC лежат по разные стороны от центра окружности и заключают $\angle BAC$, равный $72°30'$; $\cup AB : \cup AC = 19:24$. Определить эти дуги.

7.5.33. (№288). Окружность разделена в отношении 7 : 11 : 6, и точки деления соединены между собой. Определить углы полученного треугольника.

7.5.34. (№289). Один из углов треугольника $40°$. Стороны этого угла видны из центра описанной окружности под углами, которые относятся, как 2 : 3. Найдите эти углы.

7.5.35. (№290). Найдите углы треугольника, две стороны которого видны из центра описанной окружности под углами $122°$ и $104°$.

7.5.36. (№291). Найдите углы треугольника, две стороны которого видны из центра описанной окружности под углами $29°$ и $47°$.

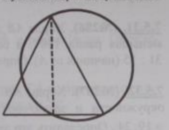
7.5.37. (№292). Определить, сколько градусов содержит дуга, если перпендикуляр, проведенный к хорде из ее конца, делит дополнительную (до окружности) дугу в отношении 5 : 2.

7.5.38. (№293). Если в треугольнике медиана равна половине соответствующей стороны, то угол против этой стороны прямой. Доказать это с помощью вспомогательной окружности.

7.5.39. (№294). Доказать, что всякая трапеция, вписанная в круг, — равнобедренная.

7.5.40. (№295). В сегмент AMB вписана трапеция $ACDB$, у которой сторона $AC = CD$ и $\angle CAB = 51°20'$. Сколько градусов содержит дуга AMB?

7.5.41. (№296). Угол при вершине равнобедренного треугольника равен $40°$. Одна из боковых сторон служит диаметром полуокружности, которая делится другими сторонами на три части (см. рис.). Найдите эти части.



7.5.42. (№297). Основание равностороннего треугольника служит диаметром окружности. На какие части делятся стороны треугольника полуокружностью и полуокружность — сторонами треугольника?

7.5.43. (№298). Построить несколько точек окружности, имеющей данный диаметр, пользуясь лишь чертежным треугольником.

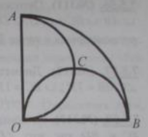
7.5.44. (№299). Построить прямоугольный треугольник по гипотенузе $c = 5$ см и высоте, опущенной из вершины прямого угла на гипотенузу и имеющей длину 2 см.

7.5.45. (№300). Построить прямоугольный треугольник по гипотенузе, равной 3,5 см, и проекции одного из катетов на гипотенузу, если эта проекция равна 2,9 см.

7.5.46. (№301). Найти геометрическое место середин всех хорд, пересекающихся в одной точке. Рассмотреть два случая: 1) точка на окружности; 2) точка внутри окружности.

7.5.47. (№302). Через точку касания двух окружностей проведена секущая. Радиусы и касательные, проведенные через концы образовавшихся хорд, параллельны. Доказать.

7.5.48. (№303). На радиусах OA и OB четверти круга AOB построены (как на диаметрах) полукруги ACO и OCB (см. рис.). Доказать, что прямая OC делит угол AOB пополам.



7.5.49. (№304). На радиусах OA и OB четверти круга AOB построены (как на диаметрах) полукруги ACO и OCB (см. рис.). Доказать, что точки A, C и B лежат на одной прямой.

7.5.50. (№305). На радиусах OA и OB четверти круга AOB построены (как на диаметрах) полукруги ACO и OCB (см. рис.). Доказать, что дуги AC, CO и CB равны между собой.

7.5.51. (№306). Через конец хорды, делящей окружность в отношении 3 : 5, проведена касательная. Определить острый угол между хордой и касательной.

7.5.52. (№307). AB и AC — равные хорды, MAN — касательная; $\cup BC$, на которой не лежит точка A, содержит $213°42'$. Определить углы MAB и NAC.

7.5.53. (№308). C — точка на продолжении диаметра AB; CD — касательная, D — точка касания; $\angle ADC = 114°25'$. Сколько градусов и минут содержит $\cup BD$?

7.5.54. (№309). AB — диаметр окружности; BC — касательная. Секущая AC делится окружностью в точке D пополам. Определить $\angle DAB$.

7.5.55. (№310). M — середина высоты BD в равнобедренном треугольнике ABC; точка M служит центром дуги, описанной радиусом MD между сторонами BA и BC. Определить градусную величину этой дуги, если известно, что $\angle BAC = 62°17'$.

7.5.56. **(№311).** Окружность разделена точками A, B, C и D так, что $\cup AB : \cup BC : \cup CD : \cup DA = 2:3:5:6$. Проведены хорды AC и BD, пересекающиеся в точке M. Определить $\angle AMB$.

7.5.57. **(№312).** Диаметр AB и хорда CD пересекаются в точке M; $\angle CMB = 73°$; $\cup BC = 110°$. Сколько градусов содержит $\cup BD$?

7.5.58. **(№313).** Из концов $\cup AB$, содержащей $m°$, проведены хорды AC и BD так, что $\angle DMC$, образуемый их продолжениями, равен $\angle DNC$, вписанному в $\cup CD$. Определить эту дугу.

7.5.59. **(№314).** В четырехугольнике $ABCD$ углы B и D — прямые; диагональ AC образует со стороной AB угол в $40°$, а со стороной AD — угол в $30°$. Определить острый угол между диагоналями AC и BD.

7.5.60. **(№315).** Окружность разделена точками A, B, C и D так, что $\cup AB : \cup BC : \cup CD : \cup DA = 3:2:13:7$. Хорды AD и BC продолжены до пересечения в точке M. Определить $\angle AMB$.

7.5.61. **(№316).** Дана окружность с хордой и касательной, причем точка касания лежит на меньшей из двух дуг, стягиваемых хордой. Найти на касательной точку, из которой хорда видна под наибольшим углом.

7.5.62. **(№317).** Секущая ABC отсекает $\cup BC$, содержащую $112°$; касательная AD точкой касания D делит эту дугу в отношении 7 : 9. Определить $\angle BAD$.

Указание (для некоторых следующих задач). Определяя описанный угол, полезно помнить следующее: тот угол между двумя касательными, внутри которого заключена окружность, служит дополнением до $180°$ к углу между радиусами, проведенными в точке касания.

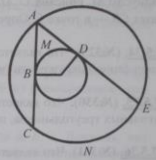
7.5.63. **(№318).** Из концов дуги в $200°30'$ проведены касательные до взаимного пересечения. Определить угол между ними.

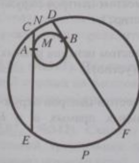
7.5.64. **(№319).** Угол между двумя радиусами содержит $102°37'$. Определить угол между касательными, проведенными через концы этих радиусов.

7.5.65. **(№320).** Описанный угол содержит $73°25'$. Определить дуги, заключенные между его сторонами.

7.5.66. **(№321).** Хорда делит окружность в отношении 11 : 16. Определить угол между касательными, проведенными из концов этой хорды.

7.5.67. **(№322).** Внутри данной окружности (см. рис.) помещается другая окружность. ABC и ADE — хорды большей окружности, касающиеся в точках B и D меньшей окружности; BMD — меньшая из дуг между точками касания; CNE — дуга между концами хорд. Определить $\cup CNE$, если $\cup BMD$ содержит $130°$.





7.5.68. **(№323).** Внутри данной окружности (см. рис.) находится другая окружность, CAE и DBF — две хорды большей окружности (не пересекающиеся), касающиеся меньшей окружности в точках A и B; AMB — меньшая из дуг между точками касания; CND и EPF — дуги между концами хорд. Сколько градусов содержит $\cup CND$, если $\cup AMB = 154°$ и $\cup EPF = 70°$?

7.5.69. **(№324).** Окружность разделена в отношении 5 : 9 : 10, и через точки деления проведены касательные. Определить больший угол в полученном треугольнике.

7.5.70. **(№325).** AB и AC — две хорды, образующие $\angle BAC = 74°24'$. Через точки B и C проведены касательные до пересечения в точке M. Определить $\angle BMC$.

7.5.71. **(№326).** Определить величину описанного угла, если расстояние (кратчайшее) от его вершины до окружности равно радиусу.

7.5.72. **(№327).** Дуга AB содержит $40°24'$. На продолжении радиуса OA отложен отрезок AC, равный хорде AB, и точка C соединена с B. Определить $\angle ACB$.

7.5.73. **(№328).** В треугольнике ABC угол C — прямой. Из центра C радиусом AC описана $\cup ADE$, пересекающая гипотенузу в точке D, а катет CB — в точке E. Определить дуги AD и DE, если $\angle B = 37°24'$.

7.5.74. **(№329).** Что является геометрическим местом середин равных хорд данной окружности (устно)?

7.5.75. **(№330).** Что является геометрическим местом вершин прямоугольных треугольников, построенных на данной гипотенузе (устно)?

7.5.76. **(№331).** Что является геометрическим местом центров окружностей, проходящих через две данные точки (устно)?

7.5.77. **(№332).** Что является геометрическим местом центров равных окружностей, проходящих через данную точку (устно)?

7.5.78. **(№333).** Что является геометрическим местом центров окружностей, касающихся двух данных параллельных прямых a и b (устно)?

7.5.79. **(№334).** Что является геометрическим местом центров окружностей, касающихся двух данных пересекающихся прямых a и b (устно)?

7.5.80. **(№335).** (Устно.) Из точки A окружности O проведены диаметр и хорда. Какой угол образуют они между собой, если хорда равна радиусу?

7.5.81. **(№336).** (Устно.) Гипотенуза прямоугольного треугольника равна a. Определить расстояние между ортоцентром треугольника и центром описанной окружности.

7.5.82. **(№337).** (Устно.) Треугольник, наибольшая сторона которого равна 5, вписан в окружность. Определить радиус окружности, если вершины треугольника делят окружность в отношении 1 : 2 : 3.

7.5.83. **(№338).** (Устно.) В окружности радиуса, равного 5, проведена хорда на расстоянии 2,5 от центра. Определить дугу, стягиваемую этой хордой.

7.5.84. **(№339).** (Устно.) Около равнобедренного треугольника описана и в него вписана окружность. На какой из главных линий треугольника лежат их центры?

7.5.85. **(№340).** Стороны треугольника равны a, b, c. Доказать, что через каждую пару его вершин и основания двух высот, опущенных из этих вершин на противоположные им стороны, можно провести окружности и определить их радиусы.

7.5.86. **(№341).** Дан отрезок AB. Найти точку M, отстоящую от концов A и B отрезка на расстояния, равные данным отрезкам a и b. При каком условии задача имеет решение?

7.5.87. **(№342).** Сколько решений имеет задача: построить прямоугольный треугольник по гипотенузе и медиане, проведенной из вершины прямого угла?

7.5.88. **(№343).** Один из острых углов прямоугольного треугольника равен $35°$. Под каким углом виден каждый его катет из центра описанной окружности?

7.5.89. (№344). Две окружности радиуса *r* пересекаются в точках *A* и *B*. Определить в градусах меньшую из дуг, ограниченную точками пересечения, если угол между радиусами, проведенными в точку пересечения окружностей, равен $\frac{4}{3}d$.

7.5.90. (№345). Из точки *A*, взятой на окружности, под углом $30°$ проведены диаметр *AB* и хорда *AC*. В точке *C* построена касательная, пересекающая продолжение диаметра в точке *D*. Доказать, что треугольник *ACD* равнобедренный.

7.5.91. (№346). В окружность вписан треугольник *ABC*. Углы *A* и *B* соответственно равны $50°$ и $70°$. Определить угол, образованный касательной к окружности в вершине *C* и продолжением стороны *AB*.

7.5.92. (№347). Высота, опущенная из вершины *C* вписанного в окружность треугольника *ABC*, продолжена до пересечения с окружностью в точке *E*. Это точка соединена с точкой *D*, диаметрально противоположной вершине *C*. Доказать, что отрезок *DE* параллелен отрезку *AB*.

7.5.93. (№348). Около прямоугольного треугольника *ABC* описана окружность. Из конца диаметра проведена хорда, параллельная медиане, проведенной к гипотенузе. Доказать, что катет треугольника служит биссектрисой угла, образованного диаметром и хордой.

7.5.94. (№349). В данный угол *A* вписана окружность, касающаяся сторон угла в точках *B* и *C*. В произвольно взятой точке *D* окружности проведена касательная. Определить периметр треугольника, образованного касательной и сторонами угла, если длина отрезка касательной, заключенной внутри угла, равна 5, а длина отрезка *AB* равна 10. Рассмотреть два случая.

7.5.95. (№350). Доказать, что угол, образованный двумя касательными к окружности, вдвое больше угла, образованного хордой *AB*, соединяющей точки касания с радиусом, проведенным в одну из этих точек.

7.5.96. (№351). Концы хорды данной окружности недоступны. Построением определить длину хорды.

7.5.97. (№352). В окружности проведены две равные, не параллельные между собой хорды без общих концов. Доказать, что концы этих хорд являются вершинами равнобочной трапеции.

7.5.98. (№353). Доказать, что из всех хорд, проходящих через данную точку, расположенную внутри окружности, но не являющуюся ее центром, наименьшая та, которая этой точкой делится пополам.

7.5.99. (№354). Доказать, что сторона треугольника, лежащая против угла в $30°$, равна радиусу окружности, описанной около этого треугольника.

7.5.100. (№355). В окружности с центром в точке *O* проведена хорда *AB*, которая продолжена на отрезок *BC*, равный радиусу. Прямая *OC* пересекает окружность в точке *D* (точка *O* лежит между точками *C* и *D*). Доказать, что $\angle AOD = 3\angle ACD$.

7.5.101. (№356). Доказать, что сумма диаметров окружностей, вписанной в прямоугольный треугольник и описанной около него, равна сумме его катетов.

7.5.102. (№357). Около равностороннего треугольника *ABC* описана окружность. На дуге *BC* взята произвольная точка *M*. Доказать, что $AM = BC + CM$.

7.5.103. (№358). Высоты треугольника *ABC*, проведенные из вершин *A* и *B*, при своем продолжении встречают окружность, описанную

около треугольника *ABC*, соответственно в точках *E* и *D*. Доказать, что ортоцентр *C* треугольника *ABH* делит дугу *ECD* пополам.

7.5.104. (№359). Высоты треугольника *ABC*, проведенные из вершин *A* и *B*, при своем продолжении встречают окружность, описанную около треугольника *ABC*, соответственно в точках *E* и *D*. Доказать, что отрезки *EH* и *DH* делятся пополам соответствующими сторонами треугольника (*H* — ортоцентр треугольника *ABC*).

7.5.105. (№360). Доказать, что окружность, проходящая через ортоцентр треугольника и через две его вершины, равна окружности, описанной около треугольника.

7.5.106. (№361). В остроугольном треугольнике *ABC* проведены высоты *AL*, *BN*, *CM*. Доказать, что отрезки этих высот служат биссектрисами треугольника *LMN*.

7.5.107. (№362). Касательные к окружности с центром *O*, проведенные в концах данного диаметра *AB*, пересекают произвольную касательную *t* в точках *C* и *D*. Определить угол *DOC*.

7.5.108. (№363). Докажите, что из двух пересекающихся хорд, не проходящих через центр окружности, хоть одна не делится пополам.

7.5.109. (№364). Докажите, что из центра вписанной окружности каждая сторона треугольника видна под тупым углом.

7.5.110. (№365). Окружность касается гипотенузы и продолжений катетов. Докажите, что диаметр окружности равен периметру прямоугольного треугольника.

7.5.111. (№366). На сторонах прямого угла *M* отмечены такие точки *A* и *B*, *C* и *D*, что $BD = AB + CD$. Докажите, что разность диаметров окружностей, вписанных в треугольники *MBD* и *MAC*, равна *AC*.

7.5.112. (№367). Какую фигуру образуют все точки плоскости, из которых данная окружность видна под прямым углом?

7.5.113. (№368). Даны точки *A*, *B*, *C*, *D*. Постройте окружность, которая проходит через точки *A* и *B*, а касательные к ней, проведенные из точек *C* и *D*, равной длины.

7.5.114. (№369). Треугольник *ABC* — остроугольный, *BM* и *CM* — перпендикуляры к *AB* и *AC*. Докажите, что точка *M* лежит на окружности, описанной около треугольника *ABC*.

7.5.115. (№370). *O* — центр окружности, вписанной в треугольник *ABC*. Докажите, что центр окружности, проходящей через точки *A*, *B*, *O*, лежит на прямой *CO*.

7.5.116. (№371). Два угла треугольника имеют величины $52°$ и $58°$. Вписанная окружность касается сторон треугольника в точках *K*, *L*, *M*. Определите величины углов треугольника *KLM*.

7.5.117. (№372). O_1 и O_2 — центры вписанной и описанной окружностей треугольника *ABC*. Зная, что $\angle AO_1B = \angle AO_2B$, найдите $\angle C$.

7.5.118. (№373). AA_1 и BB_1 — высоты треугольника *ABC*. Постройте треугольника *ABC* по точкам A_1, B_1 и прямой *AB*.

7.5.119. (№374). Прямая *DE* проходит через вершину *A* треугольника *ABC* и касается описанной около треугольника окружности. Докажите, что углы *DAB* и *EAC* равны соответствующим углам треугольника.

7.5.120. (№375). Высота, биссектриса и медиана, проведенные из одной вершины треугольника, разделили его угол на 4 равные части. Найдите величины углов треугольника.

7.5.121. (№376). Высота и медиана, проведенные из одной вершины треугольника, разделили угол на части, которые относятся, как 4 : 7 : 4. Найдите величины углов треугольника.

7.5.122. (№377). В треугольнике ABC на стороне BC есть такая точка M, что $BM = 2MC$ и $\angle AMB = 60^\circ$. Зная, что $\angle BAC = 60^\circ$, найдите величины остальных углов треугольника.

7.5.123. (№378). AB — диаметр; C, D и E — точки на одной полуокружности $ACDEB$. На диаметре AB взяты: точка F так, что $\angle CFA = \angle DFB$, и точка G — так, что $\angle DGA = \angle EGB$. Определить $\angle FDG$, если $\cup AC$ содержит 60° и $\cup BE$ содержит 20°.

7.5.124. (№379). Найти геометрическое место центров окружностей, касающихся данной окружности в данной на ней точке.

7.5.125. (№380). Провести окружность, которая проходила бы через данную точку и касалась бы данной окружности в данной точке.

7.5.126. (№381). Найти геометрическое место центров окружностей, описанных данным радиусом и касающихся данной окружности.

7.5.127. (№382). Данным радиусом провести окружность, которая касалась бы данной прямой и данного круга.

Задачи на построение

7.6.1. (№383). Постройте угол, который на 25% меньше данного угла.

7.6.2. (№384). Постройте угол, который вдвое меньше разности двух данных углов.

7.6.3. (№385). Опустите из данной точки перпендикуляр на данную прямую с помощью шаблона острого угла.

7.6.4. (№386). Разделите данный отрезок пополам с помощью линейки и циркуля постоянного раствора, меньшего половины длины отрезка.

7.6.5. (№387). Разделите данный отрезок на 8 равных частей с помощью шаблона острого угла.

7.6.6. (№388). Дан треугольник MPK. Постройте треугольник ABC, в котором $\angle A = \angle M$, $AB = MP$, $AC = 2MK$.

7.6.7. (№389). Дан треугольник MPK. Постройте треугольник ABC, в котором $\angle A = \angle M$, $\angle B = \angle K$, $AB = 2MK$.

7.6.8. (№390). Постройте равносторонний треугольник, у которого сторона вдвое меньше данного отрезка.

7.6.9. (№391). Постройте равнобедренный треугольник, у которого боковая сторона равна данному отрезку, а основание в 2 раза меньше боковой стороны.

7.6.10. (№392). Даны неразвернутый угол и отрезок. Постройте треугольник, у которого одна сторона в 2 раза больше другой и равна данному отрезку, а угол, заключенный между этими сторонами, равен данному углу.

7.6.11. (№393). Постройте остроугольный равнобедренный треугольник по основанию и разности двух неравных сторон.

7.6.12. (№394). Даны два острых угла и отрезок. Постройте треугольник, у которого сторона равна половине данного отрезка, а прилежащие к ней углы — двум данным углам.

7.6.13. (№395). Постройте равнобедренный треугольник по периметру и боковой стороне.

7.6.14. (№396). Постройте треугольник ABC со стороной AB, равной данному отрезку, и с углами A и C, равными 60° и 105°, соответственно.

7.6.15. (№397). В треугольнике ABC биссектрисы BB_1 и CC_1 пересекаются в точке O. Постройте треугольник ABC по отрезкам OB_1, OC, B_1C.

7.6.16. (№398). Постройте треугольник ABC со сторонами AB и AC, равными соответственно данным отрезкам, так, чтобы $\angle B = 120^\circ$, $\angle C = 45^\circ$.

7.6.17. (№399). В треугольнике ABC высоты пересекаются в точке O. Постройте этот треугольник по отрезкам OA, BO, AB.

7.6.18. (№400). Построить равнобедренный треугольник $ABC(b = c)$: $\angle A, h_b$.

7.6.19. (№401). Построить равнобедренный треугольник $ABC(b = c)$: $\angle A, h_c$.

7.6.20. (№402). Построить равнобедренный треугольник $ABC(b = c)$: $\angle A, h_a$.

7.6.21. (№403). Построить равнобедренный треугольник $ABC(b = c)$: $\angle B, h_c$.

7.6.22. (№404). Построить равнобедренный треугольник $ABC(b = c)$: $\angle C, h_b$.

7.6.23. (№405). Построить равнобедренный треугольник $ABC(b = c)$: $\angle C, h_c$.

7.6.24. (№406). Построить равнобедренный треугольник $ABC(b = c)$: b, h_c.

7.6.25. (№407). Построить равнобедренный треугольник $ABC(b = c)$: c, h_b.

7.6.26. (№408). Построить равнобедренный треугольник $ABC(b = c)$: $\angle A, l_b$.

7.6.27. **(№409).** Построить равнобедренный треугольник $ABC\,(b=c)$: $\angle B, l_c$.

7.6.28. **(№410).** Построить равнобедренный треугольник $ABC\,(b=c)$: b, m_b.

7.6.29. **(№411).** Постройте равнобедренный треугольник по основанию и высоте, проведенной к боковой стороне.

7.6.30. **(№412).** Построить треугольник *ABC*: a, h_b, h_c.

7.6.31. **(№413).** Построить треугольник *ABC*: a, h_a, h_b.

7.6.32. **(№414).** Построить треугольник *ABC*: $\angle B, h_a, h_b$.

7.6.33. **(№415).** Построить треугольник *ABC*: $\angle C, h_a, h_b$.

7.6.34. **(№416).** Построить треугольник *ABC*: $\angle B, h_b, h_c$.

7.6.35. **(№417).** Построить треугольник по основанию и проведенным к боковой стороне медиане и высоте.

7.6.36. **(№418).** Постройте треугольник по основанию, медиане, проведенной к основанию, и высоте, проведенной к боковой стороне.

7.6.37. **(№419).** Построить треугольник *ABC* по двум сторонам и высоте, проведенной к третьей стороне.

7.6.38. **(№420).** Построить треугольник *ABC* по двум сторонам и высоте, проведенной к одной из данных сторон.

7.6.39. **(№421).** Построить равнобедренный треугольник по боковой стороне и проведенной к ней высоте.

7.6.40. **(№422).** Даны прямая *a* и отрезок *AB*, пересекающий эту прямую. Постройте на прямой *a* точку *C* так, чтобы эта прямая содержала биссектрису угла треугольника *ABC*.

7.6.41. **(№423).** Даны угол *A* и точка *M* внутри его. Постройте на сторонах угла точки *B* и *C* так, чтобы отрезок *AM* был медианой треугольника *ABC*.

7.6.42. **(№424).** Даны отрезки PQ, P_1Q_1, P_2Q_2 и угол α. Как построить треугольник *ABC*, в котором отрезок *AM*, равный *PQ*, лежал бы на стороне *AB*, отрезок *CE*, равный P_1Q_1 — на стороне *BC*, $AC - ME = P_2Q_2$, $ME \parallel AC$, $\angle AMC = \alpha$?

7.6.43. **(№425).** На сторонах *AB*, *BC* и *AC* треугольника *ABC* взяты соответственно точки *M*, *P*, *K* так, что $MK \parallel BC$, $PK \parallel AB$. Как построить треугольник *ABC* по отрезкам *KM*, *KB*, *KP* и углу *PKC*?

7.6.44. **(№426).** Даны неразвернутый угол *ABC* и отрезок *QP*. На стороне *BA* угла *ABC* постройте точку, удаленную от прямой *BC* на расстояние *QP*.

7.6.45. **(№427).** Даны треугольник *ABC* и точка *M*, лежащая на стороне *BC*. На стороне *AB* постройте точку, удаленную от прямой *AC* на то же расстояние, что и точка *M*.

7.6.46. **(№428).** Даны прямая *a*, точка *A*, не лежащая на этой прямой, и отрезок *OP*, больший, чем перпендикуляр, опущенный из точки *A* на прямую *a*. Постройте точки, удаленные от прямой *a* и точки *A* на расстояние, равное отрезку *OP*.

7.6.47. **(№429).** Даны прямая *a*, точка *A*, взятая на этой прямой, и отрезки *OP* и *KM* ($KM > OP$). Постройте точку *B*, удаленную от прямой *a* на расстояние, равное *OP*, так, чтобы $AB = KM$.

7.6.48. **(№430).** Даны неразвернутый угол и отрезок. Внутри данного угла постройте точку, удаленную от сторон угла на расстояние, равное данному отрезку.

7.6.49. **(№431).** Даны прямая *a*, точка *A*, не лежащая на данной прямой, и некоторый отрезок. (Точка *A* удалена от прямой *a* на расстояние, меньшее удвоенной длины данного отрезка). Постройте точки, удаленные от прямой *a* и точки *A* на расстояние, равное данному отрезку.

7.6.50. **(№432).** Даны две точки *a* и *B*, отрезок *PO*. Постройте точки, удаленные от прямой *AB* на расстояние *PO* и равноудаленные от концов отрезка *AB*.

7.6.51. **(№433).** Дан угол *ABC*, через вершину которого вне угла проведены прямая *a*, и отрезок *PO*. Внутри угла *ABC* постройте точку, удаленную от прямой *a* на расстояние *PO* и равноудаленную от прямых *AB* и *BC*.

7.6.52. **(№434).** Провести через данную точку *M* прямую, каждая точка которой удалена от данного круга больше чем на *a*.

7.6.53. **(№435).** Построить окружность, которая касается двух данных параллельных прямых и проходит через данную точку *M*, расположенную между данными прямыми.

7.6.54. **(№436).** Построить окружность, проходящую через данную точку *A* и касающуюся данной прямой в данной на ней точке *B*.

7.6.55. **(№437).** Построить окружность, которая касается данной прямой и в точке *M* касается данной окружности.

7.6.56. **(№438).** Построить окружность, которая касается двух данных окружностей, причем одной из них — в данной точке.

7.6.57. **(№439).** Построить окружность данного радиуса, касающуюся данной окружности и данной прямой.

7.6.58. **(№440).** Построить окружность данного радиуса, касающуюся данной прямой и проходящую через данную точку *M*.

7.6.59. **(№441).** Построить окружность радиуса *R*, проходящую через данную точку *M* и касающуюся данной окружности.

7.6.60. **(№442).** Через данную в круге точку провести хорду, которая делилась бы этой точкой пополам.

7.6.61. **(№443).** Описать окружность с центром в данной точке на стороне данного угла, которая на другой стороне угла отсекала бы хорду данной длинны.

7.6.62. **(№444).** Данным радиусом описать окружность, которая касалась бы данной прямой в данной точке.

7.6.63. **(№445).** Даны две параллельные прямые и секущая. Провести окружность, касающуюся всех трех прямых.

7.6.64. **(№446).** Провести окружность, которая проходила бы через данную точку и касалась бы данной окружности в данной точке.

7.6.65. **(№447).** Описать окружность, которая касалась бы двух данных параллельных прямых и круга, находящегося между ними.

7.6.66. **(№448).** Через точку пересечения двух окружностей провести секущую так, чтобы часть ее, заключенная внутри окружностей, имела данную длину.

7.6.67. **(№449).** Построить прямоугольный треугольник *ABC* ($\angle C = 90°$): $c + a, b$.

7.6.68. **(№450).** Построить прямоугольный треугольник ABC ($\angle C = 90^\circ$): $c + a, \angle B$.

7.6.69. **(№451).** Построить прямоугольный треугольник ABC ($\angle C = 90^\circ$): $c - a, b$.

7.6.70. **(№452).** Построить прямоугольный треугольник ABC ($\angle C = 90^\circ$): $c - a, \angle B$.

7.6.71. **(№453).** Построить прямоугольный треугольник ABC ($\angle C = 90^\circ$): $a + b, c$.

7.6.72. **(№454).** Построить прямоугольный треугольник ABC ($\angle C = 90^\circ$): $a + b, \angle B$.

7.6.73. **(№455).** Построить прямоугольный треугольник ABC ($\angle C = 90^\circ$): $a - b, c$.

7.6.74. **(№456).** Построить прямоугольный треугольник ABC ($\angle C = 90^\circ$): $a - b, \angle B$.

7.6.75. **(№457).** Постройте треугольник по основанию, углу при основании и сумме боковых сторон.

7.6.76. **(№458).** Вне отрезка AB построены такие точки C и D, что $AC = BC$ и $AD = BD$. Верно ли, что прямая CD перпендикулярна AB? Как воспользоваться этой задачей при построение серединного перпендикуляра отрезка, выполняя построение в одной полуплоскости?

7.6.77. **(№459).** Точки A и B находятся на сторонах угла. Постройте отрезок, перпендикулярный AB и имеющий середину на AB, а концы на сторонах угла.

7.6.78. **(№460).** Постройте треугольник по основанию, углу при основании и разности боковых сторон.

7.6.79. **(№461).** Как опустить из точки M перпендикуляр на прямую l, если обычное построение невозможно, так как перпендикуляр проходит близко к краю доступной части плоскости?

7.6.80. **(№462).** Постройте треугольник ABC по вершине A и прямым l_1 и l_2, на которых лежат биссектрисы углов B и C треугольника.

7.6.81. **(№463).** Постройте треугольник по двум углам и разности сторон, лежащих против этих углов.

7.6.82. **(№464).** Постройте прямоугольный треугольник по острому углу и сумме гипотенузы с проведенной к ней медиане.

7.6.83. **(№465).** Постройте треугольник по основанию, высоте, проведенной к боковой стороне, и радиусу описанной окружности.

7.6.84. **(№466).** Постройте треугольник по высоте и медиане, проведенным к основанию, и радиусу описанной окружности.

7.6.85. **(№467).** Постройте треугольник ABC, если дана прямая, на которой лежит биссектриса угла A, и точка касания сторон AB и BC вписанной в треугольник окружности.

7.6.86. **(№468).** Постройте две окружности, каждая из которых касается одной из равных сторон треугольника и продолжений двух других сторон. Докажите, что эти окружности равны, а прямая, проходящая через их центры, параллельна основанию треугольника.

8 класс

Четырёхугольники

Звёздные теоремы. Коллекции задач. Снова построения.

Подобие треугольников

Практикум по теореме Пифагора

Тригонометрия помогает геометрии

Практикум по задачам восьмого класса

Четырёхугольники

Параллелограмм

8.1.1. (№469). Сколько треугольников и сколько пар равных треугольников на чертеже, на котором изображены параллелограмм и его диагонали?

8.1.2. (№470). В четырехугольнике проведены его диагонали. Какое наибольшее число прямых углов может оказаться на рисунке?

8.1.3. (№471). Верно ли, что среди углов выпуклого четырехугольника всегда найдется хоть один прямой или тупой угол?

8.1.4. (№472). (Устно.) Можно ли утверждать, что четырехугольник, у которого две стороны параллельны, а две другие равны, есть параллелограмм?

8.1.5. (№473). (Устно.) Назовите наименьшее число элементов параллелограмма, которыми он однозначно определяется.

8.1.6. (№474). (Устно.) Почему точка пересечения диагоналей параллелограмма является его центром симметрии?

8.1.7. (№475). (Устно.) На какой угол нужно повернуть параллелограмм вокруг его центра симметрии, чтобы он совместился сам с собой?

8.1.8. (№476). На стороне параллелограмма взята точка N. Как найти ей симметричную точку N_1 относительно центра симметрии параллелограмма?

8.1.9. (№477). (Устно.) Почему сумма расстояний любой точки, лежащей внутри параллелограмма, до всех его сторон есть величина постоянная?

8.1.10. (№478). (Устно.) Один из углов параллелограмма составляет 25% другого его угла. Найти углы параллелограмма.

8.1.11. (№479). Один из углов параллелограмма равен $\frac{3}{7}d$. Определите остальные углы.

8.1.12. (№480). Определить углы параллелограмма, если один из них больше другого на $\frac{3}{7}d$.

8.1.13. (№481). В параллелограмме $ABCD$ сторона AB равна 9 см и составляет $\frac{3}{10}$ всего периметра. Определить другие стороны этого параллелограмма.

8.1.14. (№482). Две стороны параллелограмма относятся, как 3:4, а периметр его равен 2,8 м. Определить стороны.

8.1.15. (№483). В параллелограмме $ABCD$ проведена биссектриса угла A, которая пересекает сторону BC в точке E. Определить отрезки BE и EC, если $AB = 9$ см и $AD = 15$ см.

8.1.16. (№484). Две стороны четырёхугольника параллельны, а две другие — равны. Будет ли этот четырёхугольник параллелограммом ?

8.1.17. (№485). Стороны параллелограмма равны 8 см и 3 см; биссектрисы двух углов параллелограмма, прилежащие к большей стороне, делят противолежащую сторону на три части. Найти каждую из них.

8.1.18. (№486). Одна из сторон параллелограмма равна 5 м. Могут ли его диагонали быть равными 4 м и 6 м?

8.1.19. (№487). Одна из сторон параллелограмма равна 5 м. Могут ли его диагонали быть равными 4 м и 3 м?

8.1.20. (№488). Одна из сторон параллелограмма равна 5 м. Могут ли его диагонали быть равными 6 м и 7 м?

8.1.21. (№489). Доказать, что всякий четырехугольник, диагонали которого взаимно делятся пополам, есть параллелограмм.

8.1.22. (№490). Может ли диагональ параллелограмма равняться его стороне?

8.1.23. (№491). В параллелограмме $ABCD$ через точку пересечения диагоналей проведена прямая, которая отсекает на сторонах BC и AD отрезки $BE = 2$ м и $AF = 2{,}8$ м. Определить стороны BC и AD.

8.1.24. (№492). В параллелограмме $ABCD$ высота, которая проведена из вершины B, делит основание AD пополам. Определить диагональ BD и стороны параллелограмма, если известно, что периметр параллелограмма содержит 3,8 м и превышает периметр треугольника ABD на 1 м.

8.1.25. (№493). Построить параллелограмм, стороны которого даны, если высота, проведенная из вершины тупого угла, делит противолежащую сторону пополам

8.1.26. (№494). Построить параллелограмм по двум сторонам длиной в 2 см и 3 см и углу между ними, содержащему 110^0.

8.1.27. (№495). Построить параллелограмм по двум диагоналям, равным 6,0 см и 5,0 см, и одной из сторон, равной 4,0 см.

8.1.28. (№496). Построить параллелограмм по двум диагоналям, равным 5 см и 4 см, и углу между ними, равному 135^0.

8.1.29. (№497). Построить параллелограмм по основанию, равному 2,0 см, высоте, равной 1,5 см, и диагонали, равной 3,2 см.

8.1.30. (№498). Каждая из боковых сторон равнобедренного треугольника равна 5 дм. Из точки, взятой на основании этого треугольника, проведены две прямые, параллельные боковым сторонам. Вычислить периметр получившегося параллелограмма.

8.1.31. (№499). Найти углы параллелограмма, зная, что один из них в 8 раз меньше суммы всех остальных.

8.1.32. (№500). Определить углы параллелограмма, если известно, что один из них равен сумме двух других углов.

8.1.33. (№501). Определить углы параллелограмма, если известно, что один из них в четыре раза больше суммы двух других углов.

8.1.34. (№502). Найти углы параллелограмма, если половина одного угла равна трети другого

8.1.35. (№503). Биссектриса внутреннего угла параллелограмма пересекает сторону под углом 38^0. Найти величину угла параллелограмма.

8.1.36. (№504). Биссектриса внутреннего угла параллелограмма пересекает сторону под углом, равным одному из углов параллелограмма. Определить углы параллелограмма.

8.1.37. (№505). Периметр параллелограмма P. Найти длины сторон, зная, что диагональ параллелограмма делит угол на части 90^0 и 30^0.

8.1.38. (№506). Сколько существует параллелограммов, вершинами которых есть три данных точки, которые не лежат на одной прямой?

8.1.39. (№507). Из вершин тупых углов параллелограмма проведены высоты. Являются ли концы этих четырех высот вершинами какого-либо параллелограмма?

8.1.40. (№508). В выпуклом четырехугольнике $ABCD$ $AB = CD$, $\angle B = 70^0$, $\angle BCA = 60^0$, $\angle ACD = 50^0$. Докажите, что $BC = AD$.

8.1.41. (№509). В выпуклом шестиугольнике $ABCDEP$ все стороны равны, $\angle A = \angle D$. Докажите, что $BP \parallel CE$.

8.1.42. (№510). Дан параллелограмм $ABCD$. На продолжении диагонали AC за вершины A и C отмечены точки A_1 и C_1 соответственно так, что $AA_1 = CC_1$. Докажите, что $\angle BA_1D = \angle BC_1D$.

8.1.43. (№511). На основании AC равнобедренного треугольника ABC отмечена точка K, а на сторонах AB и BC — точки M и P соответственно, причем $PK = MB$, $\angle KPC = 80^0$, $\angle C = 50^0$. Докажите, что $\angle KMB + \angle MBP = 180^0$.

8.1.44. (№512). Внутри треугольника ABC отмечена точка M, а на сторонах AB и AC — точки K и H соответственно так, что отрезки AM и KH имеют общую середину, а $\angle KMH = \angle C$. Докажите, что треугольник ABC является равнобедренным.

8.1.45. (№513). В четырехугольнике $ABCD$ $AB \parallel CD$, $BC \parallel AD$, $AC = 20$ см, $BD = 10$ см, $AB = 13$ см. Диагонали четырехугольника пересекаются в точке O. Найти периметр треугольника COD.

8.1.46. (№514). Из вершины B параллелограмма $ABCD$ с острым углом A проведен перпендикуляр BK к прямой AD; $BK = \frac{1}{2} AB$. Найдите $\angle C$ и $\angle D$.

8.1.47. (№515). В четырехугольнике $ABCD$ $AB \parallel CD, BC \parallel AD$, O — точка пересечения диагоналей. Периметр треугольника AOD равен 25 см, $AC = 16$ см, $BD = 14$ см. Найдите BC.

8.1.48. (№516). Дан параллелограмм $ABCD$ с острым углом A. Из вершины B опущен перпендикуляр BK к прямой AD; $AK = BK$. Найдите $\angle C$ и $\angle D$.

8.1.49. (№517). В четырехугольнике $ABCD$ $\angle A + \angle B = 180^0$, $AB \parallel CD$. На сторонах BC и AD отмечены точки M и K соответственно так, что $BM = KD$. Докажите, что точки M и K находятся на одинаковом расстоянии от точки пересечения диагоналей четырехугольника.

8.1.50. (№518). В четырехугольнике $MPKH$ $\angle PMK = \angle HKM$, $PK \parallel MH$. Через точку пересечения диагоналей проведена прямая, пересекающая стороны PK и MH в точках A и B соответственно. Докажите, что $AP = HB$.

8.1.51. (№519). Диагонали параллелограмма $ABCD$ пересекаются в точке O. Известно, что сумма длин диагоналей равна 36 см, а периметры треугольников ABO и BCO составляют соответственно 28 см и 33 см. Найти периметр параллелограмма

8.1.52. (№520). Биссектриса угла A параллелограмма $ABCD$ пересекает сторону BC в точке M. Найти периметр параллелограмма, если известно, что $AB = 12$ см, $MC = 17$ см.

8.1.53. (№521). Из произвольной точки основания равнобедренного треугольника проведены прямые, параллельные боковым сторонам. Доказать, что периметр получившегося параллелограмма не зависит от положения точки и равен сумме боковых сторон треугольника.

8.1.54. (№522). Доказать, что угол между высотами параллелограмма, проведенными из одной вершины, равен одному из его углов.

8.1.55. (№523). Две высоты параллелограмма пересекают одну из диагоналей под углами 65^0 и 78^0. Определить величину углов параллелограмма

8.1.56. (№524). Доказать, что биссектрисы двух неравных внешних углов параллелограмма и биссектрисы углов, прилежащих к одной стороне, перпендикулярны, а биссектрисы противоположных углов параллельны или принадлежат одной прямой.

8.1.57. (№525). Найти сумму двух углов, из которых один равен углу параллелограмма, а другой — углу между высотами, проведенными из той же вершины параллелограмма. Рассмотреть два случая.

8.1.58. (№526). Периметр параллелограмма равен 42 см. Биссектрисы углов при одной стороне пересекаются на другой стороне. Найти длины сторон параллелограмма.

8.1.59. (№527). Периметр параллелограмма $ABCD$ равен 48 см. Биссектрисы углов A и D делят сторону BC на три равные части. Найти длины сторон параллелограмма.

8.1.60. (№528). На сторонах BC и AD параллелограмма $ABCD$ взяты точки M и K, $AB = BM = KD$, $\angle AMB = 30^0$. Найдите углы параллелограмма и сравните отрезки AM и CK.

8.1.61. (№529). В выпуклом четырехугольнике $ABCD$ $\angle A + \angle B = \angle B + \angle C = 180^0$. Через точку O пересечения диагоналей четырехугольника проведена прямая, пересекающая стороны BC и AD в точках M и K, соответственно; $\angle BOM = 90^0$. Докажите, что $BK = BM$.

8.1.62. (№530). На сторонах BC и CD параллелограмма $ABCD$ отмечены точки M и H соответственно так, что отрезки BH и MD пересекаются в точке O; $\angle BHD = 95^0$, $\angle DMC = 90^0$, $\angle BOD = 155^0$. Найдите отношения длин отрезков AB и MD и углы параллелограмма.

8.1.63. (№531). В выпуклом четырехугольнике $MPKH$ $\angle M + \angle P = 180^0$, $\angle MKH = \angle KMP$. На сторонах MH и PK отмечены точки A и B так, что $PB = PA$. Отрезок AB проходит через точку пересечения диагоналей четырехугольника. Докажите, что $HP \perp AB$.

8.1.64. (№532). На сторонах BC и CD параллелограмма $ABCD$ взяты точки K и M соответственно. Отрезки BM и KD пересекаются в точке O, $\angle BOD = 140^0$, $\angle DKB = 110^0$, $\angle BMC = 90^0$. Найдите отношение длин отрезков MC и AD и углы параллелограмма.

8.1.65. (№533). В параллелограмме $ABCD$ на сторонах AD и BC взяты точки K и E соответственно так, что $\angle KBE = 90^0$ и отрезок EK проходит через точку O пересечения диагоналей. Докажите, что $BO = OE$.

8.1.66. (№534). На сторонах AC и BC треугольника ABC отмечены точки D и E соответственно, а внутри треугольника — точка M так, что четырехугольник $DCEM$ является параллелограммом и $DE \parallel AB$. Прямая DM пересекает отрезок AB в точке K, а прямая EM — в точке H. Докажите, что $AK = HB$.

8.1.67. (№535). В параллелограмме $ABCD$ через точку O — пересечения диагоналей — проведена прямая, пересекающая стороны BC и AD в точках K и E соответственно, $BO = OE$. Найдите угол KBE.

<u>8.1.68.</u> (№536). На сторонах AB и AD параллелограмма $ABCD$ взяты точки M и K соответственно, $MK \parallel BD$. Прямая MK пересекает луч CB в точке E, а луч CD — в точке P. Докажите, что $EM = KP$.

<u>8.1.69.</u> (№537). Длины сторон параллелограмма a и b, внутренние углы относятся как $1:5$. Найти длины высот параллелограмма.

<u>8.1.70.</u> (№538). В треугольнике MPK $\angle M = 65^\circ$. На сторонах MK, MP, PK отмечены точки A, B, C соответственно так, что середина стороны PK — точка C, $AM = KC$, $BP = AC$, $\angle BAM = 50^0$. Докажите, что $\angle CPB + \angle ABP = 180^0$.

<u>8.1.71.</u> (№539). Дан равнобедренный треугольник ABC с основанием AC. На сторонах AB, BC, AC отмечены точки D, E, P соответственно так, что отрезки AE и DP имеют общую середину. Докажите, что $\angle DEP = \angle BCA$.

<u>8.1.72.</u> (№540). Точки M и K являются соответственно серединами сторон AB и BC треугольника ABC. Через вершину C вне треугольника проведена прямая, параллельная AB и пересекающая луч MK в точке E. Докажите, что $KE = \frac{1}{2}AC$.

<u>8.1.73.</u> (№541). На сторонах BC и AD выпуклого четырехугольника $ABCD$ соответственно взяты точки M и K так, что пары отрезков AM и BK, KC и MD имеют общие середины. Докажите, что $\angle BAD = \angle BCD$.

<u>8.1.74.</u> (№542). Точки A и B принадлежат соответственно сторонам PE и ET треугольника PET. Прямая, проходящая через вершину T вне треугольника, пересекает луч AB в точке K, $AP = KT$; $AB = BK = \frac{1}{2}PT$. Докажите, что точка A является серединой отрезка PE.

<u>8.1.75.</u> (№543). На стороне BC выпуклого четырехугольника $ABCD$ отмечена точка M, а вне четырехугольника — точка K так, что пары отрезков AK и BM, KD и MC имеют общие середины. Докажите, что $\angle ABC = \angle ADC$.

<u>8.1.76.</u> (№544). На сторонах BC и AD выпуклого четырехугольника $ABCD$ отмечены точки K и M соответственно. Отрезок AK пересекает диагональ BD в точке P, а отрезок CM — в точке E. Известно, что $AK \parallel CM$, $PK = EM$, $BP = ED$, $KC = AM$. Докажите, что $\angle BAD = \angle BCD$.

<u>8.1.77.</u> (№545). В выпуклом четырехугольнике $ABCD$ диагонали пересекаются в точке O, $BO = OD$, $AO < OC$. Докажите, что $\angle BAD > \angle BCD$.

<u>8.1.78.</u> (№546). На сторонах BC и AD выпуклого четырехугольника $ABCD$ отмечены точки K и P соответственно. Диагональ BD пересекает отрезок PC в точке E, а отрезок AK — в точке T. Известно, что $KC = AP$, $AT = EC$, $TK = EP$. Докажите, что $\angle ABC = \angle ADC$.

<u>8.1.79.</u> (№547). В выпуклом четырехугольнике $ABCD$ диагонали пересекаются в точке O, $BO = OD$, $\angle BAD = \angle BCD$. Докажите, что $AO = OC$.

<u>8.1.80.</u> (№548). На сторонах BC и CD параллелограмма $ABCD$ построены равносторонние треугольники DCN и BCM, расположенные с этим параллелограммом по разные стороны соответственно от BC и CD. Доказать, что треугольник AMN равносторонний. Рассмотреть случай, когда треугольники DCN и BCM построены с той же стороны от BC и CD, что и параллелограмм.

<u>8.1.81.</u> (№549). В параллелограмме $ABCD$ проведены прямые AA_1 и CC_1 так, что углы DAA_1 и C_1CB равны (точка A_1 лежит на стороне CD, точка C_1 — на стороне AB). Доказать, что четырехугольник AA_1CC_1 — параллелограмм.

<u>8.1.82.</u> (№550). Всегда ли биссектрисы внутренних углов параллелограмма, пересекаясь, образуют прямоугольник?

<u>8.1.83.</u> (№551). Доказать, что середины двух противолежащих сторон четырехугольника и середины его диагоналей являются вершинами параллелограмма. Выяснить в каком частном случае эта теорема теряет силу.

<u>8.1.84.</u> (№552). На плоскости четырехугольника дана точка M. Доказать, что точки, симметричные с точкой M относительно середин сторон четырехугольника. являются вершинами параллелограмма.

<u>8.1.85.</u> (№553). В параллелограмме $ABCD$ отношение смежных сторон равно 1 : 2. Середина M большей стороны AB соединена с вершинами C и D. Доказать, что угол CMD равен 90^0.

<u>8.1.86.</u> (№554). В треугольнике ABC проведена медиана CD. Из середин E и F отрезков AD и BD проведены прямые, параллельные медиане, пересекающиеся со сторонами AC и BC соответственно в точках K и L. Доказать, что $KL \parallel AB$.

<u>8.1.87.</u> (№555). Даны параллелограммы $ABCD$ и $AEFD$. Доказать, что в общем случае четырехугольник $BEFC$ — параллелограмм. Выяснить, в каком случае теорема теряет силу.

<u>8.1.88.</u> (№556). Точки F, E, D являются соответственно серединами сторон AC, BC и AB треугольника ABC. Точки F и E соединены отрезком прямой, который продолжена на отрезок EK, равный EF. Доказать, что стороны треугольника CDK равны медианам треугольника ABC.

<u>8.1.89.</u> (№557). Придумайте и обоснуйте признаки параллелограмма, отличные от рассмотренных в школьном пособии по геометрии.

<u>8.1.90.</u> (№558). Точка M находится внутри угла, вершина которого недоступна (то есть лежит за пределами доступной части плоскости). Постройте луч с началом M, направленный на вершину угла.

<u>8.1.91.</u> (№559). Точка M находится внутри данного угла. Постройте отрезок, у которого концы лежат на сторонах данного угла, а середина — в точке M.

<u>8.1.92.</u> (№560). Точки A и C находятся внутри данного угла. Постройте параллелограмм $ABCD$, у которого вершины B и D находятся на сторонах данного угла.

<u>8.1.93.</u> (№561). $ABCD$ — параллелограмм. Вне его построены квадраты $ABPE$ и $BCKM$. Докажите, что отрезки ED и DK взаимно перпендикулярны.

<u>8.1.94.</u> (№562). Постройте параллелограмм $ABCD$ по положению вершин A и B и расстояниям от данной точки M до вершин C и D.

<u>8.1.95.</u> (№563). Постройте параллелограмм $ABCD$, если дана прямая BD и основания высот, проведенных из вершины B.

<u>8.1.96.</u> (№564). $ABCD$ — параллелограмм. Вне его построены равносторонние треугольники ABM и BCT. Докажите, что ΔMDT — равносторонний.

<u>8.1.97.</u> (№565). Периметр параллелограмма 48 см. Биссектриса одного из углов делит параллелограмм на две части, разность периметров которых 6 см. Найдите длины сторон.

<u>8.1.98.</u> (№566). Через точку M на основании данного равнобедренного треугольника проведены прямые, соответственно параллельные боковым сторонам треугольника. Докажите, что периметр полученного параллелограмма не зависит от выбора точки M.

8.1.99. (№567). Биссектриса угла D параллелограмма $ABCD$ пересекает сторону BC и продолжение стороны AB в точках M и N. Докажите, что треугольники ADN и MCD — равнобедренные.

8.1.100. (№568). Диагональ параллелограмма делит его угол в отношении 1 : 3. Зная, что длины сторон относятся, как 1 : 2, найдите углы параллелограмма.

Прямоугольник

8.1.101. (№569). (Устно.) Под каким углом пересекаются диагонали прямоугольника, если его меньшая сторона относится к диагонали как 1 : 2?

8.1.102. (№570). (Устно.) Два угла четырехугольника прямые. Будет ли он прямоугольником? Выполнить чертеж.

8.1.103. (№571). В прямоугольнике диагональ образует со стороной угол, равный $\frac{2}{5}d$. Определить угол между диагоналями, обращенный к меньшей стороне.

8.1.104. (№572). В прямоугольнике определить угол между меньшей стороной и диагональю, если он на $\frac{1}{3}d$ меньше угла между диагоналями, опирающегося на ту же сторону.

8.1.105. (№573). Существует ли внутри прямоугольника точка, одинаково удаленная от всех его сторон?

8.1.106. (№574). Существует ли внутри прямоугольника точка, одинаково удаленная от всех его вершин?

8.1.107. (№575). В прямоугольнике точка пересечения диагоналей отстоит от меньшей стороны на 4 см дальше, чем от большей стороны. Периметр этого прямоугольника равен 56 см. Определить его стороны.

8.1.108. (№576). В прямоугольнике диагонали пересекаются под углом в $\frac{2}{3}d$. Сумма обеих диагоналей и обеих меньших сторон равна 3,6 м. Определить длину диагоналей.

8.1.109. (№577). $ABCD$ — данный прямоугольник; M — середина стороны BC. Дано, что прямые MA и MD взаимно перпендикулярны и что периметр прямоугольника $ABCD$ равен 24 м. Определить его стороны.

8.1.110. (№578). Дан прямоугольник; перпендикуляр, опущенный из вершины на диагональ, делит прямой угол на две части в отношении $3:1$. Найти угол между этим перпендикуляром и другой диагональю.

8.1.111. (№579). В прямоугольный треугольник, каждый катет которого равен 6 см, вписан прямоугольник, имеющий с треугольником общий угол. Найти периметр прямоугольника.

8.1.112. (№580). В равнобедренный прямоугольный треугольник вписан прямоугольник так, что две его вершины находятся на гипотенузе, а две другие — на катетах. Определить стороны прямоугольника, если известно, что они относятся, как 5 : 2, а гипотенуза треугольника равна 45 см.

8.1.113. (№581). Перпендикуляр, опущенный из вершины прямоугольника на его диагональ, делит ее в отношении 1 : 3. Определить длину диагонали, если известно, что точка ее пересечения с другой диагональю удалена от большей стороны на 2 м.

8.1.114. (№582). Построить прямоугольник по основанию, равному 2,4 см, и диагонали, равной 3,1 см.

8.1.115. (№583). Построить прямоугольник по диагонали, равной 4,2 см, и углу между диагоналями, равному 135^0.

8.1.116. (№584). Построить прямоугольник по основанию, равному 3,2 см, и углу между диагоналями, равному 120^0.

8.1.117. (№585). Внутри данного угла построен другой, одноименный угол, стороны которого параллельны сторонам данного и равно отстоят от них. Доказать, что биссектрисы обоих углов совпадают.

8.1.118. (№586). Разделить пополам угол, вершина которого не помещается на чертеже.

8.1.119. (№587). Между сторонами данного острого угла поместить отрезок данной длины так, чтобы он был перпендикулярен к одной стороне угла.

8.1.120. (№588). В прямоугольнике $ABCD$ проведены биссектрисы углов A и C, которые пересекают стороны CD и AB соответственно в точках M и N. Выявить вид четырехугольника $AMCN$.

8.1.121. (№589). В прямоугольнике $ABCD$ сторона AD меньше стороны CD. Доказать, что если биссектрисы каждой пары углов, принадлежащих к большей стороне, пересекаются на противоположной стороне, то они своим пересечением образуют квадрат.

8.1.122. (№590). В прямоугольнике $ABCD$ из вершины D опущен перпендикуляр на диагональ AC. Доказать, что угол, образованный этим перпендикуляром и второй диагональю BD, равен разности углов, которые диагональ AC образует со смежными сторонами прямоугольника.

8.1.123. (№591). Точки пересечения осей симметрии прямоугольника с его сторонами служат вершинами второго четырехугольника, а середины сторон последнего — вершинами третьего четырехугольника. Найти отношение периметров первого и третьего четырехугольников.

8.1.124. (№592). Диагональ прямоугольника делит его угол в отношении 1 : 2. Определить диагональ прямоугольника, если сумма обеих диагоналей и меньших сторон равна 24.

8.1.125. (№593). В прямоугольнике $ABCD$ диагонали пересекаются в точке O. E — середина стороны AB, $\angle BAC = 50^0$. Найдите угол EOD.

8.1.126. (№594). Дана окружность с диаметрами AB и CD. Доказать, что четырехугольник $ACBD$ является прямоугольником.

8.1.127. (№595). В прямоугольнике $MPKH$ диагонали пересекаются в точке O. Отрезок OA является высотой треугольника MOP, $\angle AOP = 15^0$. Найдите $\angle OHK$.

8.1.128. (№596). В параллелограмме $ABCD$ с острым углом A диагонали пересекаются в точке O. На отрезках AO и OC взяты точки P и K соответственно, $OP = OD$, $OK = OB$. Докажите, что четырехугольник $PBKD$ является прямоугольником.

8.1.129. (№597). В прямоугольнике $ABCD$ O — точка пересечения диагоналей, BH и DE — высоты треугольников ABO и COD, соответственно, $\angle BOH = 60^0$, $AH = 5$ см. Найдите OE.

8.1.130. (№598). В четырехугольнике $ABCD$ диагонали пересекаются в точке O; $AO = OD$, $BO = OC$, $\angle BAC = \angle DCA$. Найдите угол ABC.

8.1.131. (№599). В прямоугольнике $MPKH$ O — точка пересечения диагоналей, PA и HB — перпендикуляры, проведенные из вершин P и H к прямой MK. Известно, что $MA = OB$. Найдите угол POM.

<u>8.1.132.</u> (№600). В четырехугольнике $MPKH$ диагонали пересекаются в точке O, $\angle OMH = \angle OHM$, $PH = MK$, $PK = MH$. Найдите угол MHK.

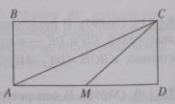
<u>8.1.133.</u> (№601). В прямоугольнике $ABCD$ точки M и K — середины сторон AB и AD соответственно. На прямой AC взята точка P, на прямой BD — точка E, $MP \perp AC$, $KE \perp BD$, причём $4KE = AD$. Найдите отношение отрезков AP и PC.

<u>8.1.134.</u> (№602). На основании AC равнобедренного треугольника ABC взята точка P, а на сторонах AB и BC — соответственно точки M и K, $AM = CK$, $2MK = AC = 4AP$. Найдите угол PMK.

<u>8.1.135.</u> (№603). В прямоугольнике $MPKH$ O — точка пересечения диагоналей. Точки A и B — середины сторон MP и MH соответственно. Точка C делит отрезок MK в отношении 1 : 7, считая от точки M; $AC \perp MK$. Найдите отношение отрезков BO и PH.

<u>8.1.136.</u> (№604). На диагонали AC прямоугольника $ABCD$ взята точка E. Известно, что $\angle EDC = \angle CAD = 15^0$. Докажите, что $BE < 5ED$.

<u>8.1.137.</u> (№605). На отрезках MH и MK в прямоугольнике $MPKH$ взяты точки E и T соответственно, $\angle KEH = 30^0$, $ET \perp MK$, $\angle KMH = 15^0$. Докажите, что $PT > 0{,}49KH$.



<u>8.1.138.</u> (№606). Точка M делит сторону AD прямоугольника $ABCD$ так, что $MD = CD$ и $MA = MD$. Определить величину угла между диагоналями прямоугольника.

<u>8.1.139.</u> (№607). Точка M делит сторону AD прямоугольника $ABCD$ в отношении 1 : 2, при этом $MB = MD$. Найти угол между диагоналями прямоугольника.

<u>8.1.140.</u> (№608). Диагонали четырехугольника равны, два угла его — прямые. Является ли этот четырехугольник прямоугольником?

<u>8.1.141.</u> (№609). Серединный перпендикуляр диагонали прямоугольника делит его сторону на части, одна из которых вдвое больше другой. На какие части диагональ делит угол прямоугольника?

<u>8.1.142.</u> (№610). $ABCD$ — прямоугольник. На сторонах AB и CD отложены равные отрезки BM и CE; MK — перпендикуляр, опущенный на AC. Найдите $\angle BKE$.

<u>8.1.143.</u> (№611). На стороне BC прямоугольника $ABCD$ есть такая точка M, что $\angle AMB = \angle AMD$. Зная, что $AD = 2AB$, найдите величины названных углов.

Ромб

<u>8.1.144.</u> (№612). (Устно.) При каком условии диагональ ромба равна его стороне?

<u>8.1.145.</u> (№613). (Устно.) Может ли диагональ ромба быть в два раза больше его стороны?

<u>8.1.146.</u> (№614). (Устно.) В каком ромбе сторона равна его высоте?

<u>8.1.147.</u> (№615). (Устно.) Могут ли неравные ромбы иметь равные периметры?

<u>8.1.148.</u> (№616). Биссектриса угла между стороной и диагональю ромба встречает его другую диагональ под углом 80^0. Определить углы ромба.

<u>8.1.149.</u> (№617). Сторона ромба образует с продолжениями диагоналей углы, относящиеся как 4 : 5. Найти углы ромба.

<u>8.1.150.</u> (№618). Доказать, что расстояния центра симметрии ромба до всех его сторон равны между собой.

<u>8.1.151.</u> (№619). Построить ромб по диагонали и высоте.

<u>8.1.152.</u> (№620). Построить ромб по периметру и диагонали.

<u>8.1.153.</u> (№621). Доказать, что всякий параллелограмм, у которого диагонали взаимно перпендикулярны, есть ромб.

<u>8.1.154.</u> (№622). Доказать, что всякий параллелограмм, у которого диагональ делит угол пополам, есть ромб.

<u>8.1.155.</u> (№623). Сторона ромба образует с его диагоналями углы, разность которых равна $\frac{3}{17}d$. Определить углы ромба.

<u>8.1.156.</u> (№624). Углы, образуемые стороной ромба с его диагоналями, относятся, как 5 : 4. Определить углы ромба.

<u>8.1.157.</u> (№625). Определить углы ромба, если высота, проведенная из вершины тупого угла, делит противолежащую сторону пополам.

<u>8.1.158.</u> (№626). Периметр ромба равен 8 см, высота 1 см. Найти тупой угол ромба.

<u>8.1.159.</u> (№627). В ромбе $ABCD$ $\angle A = 31^0$. Диагонали пересекаются в точке O. Найдите углы треугольника BOC.

<u>8.1.160.</u> (№628). В ромбе $MPKH$ с тупым углом K диагонали пересекаются в точке E. Один из углов треугольника PKE равен $16^0 30'$ Найдите остальные углы этого треугольника и угол PMH.

<u>8.1.161.</u> (№629). В ромбе $ABCD$ O — точка пересечения диагоналей; OM, OK, OE — перпендикуляры, опущенные на стороны AB, BC, CD, соответственно. Найдите сумму углов MOB и COE.

<u>8.1.162.</u> (№630). В ромбе $ABCD$ угол B тупой. На стороне AD взята точка K; $BK \perp AD$. Прямые BK и AC пересекаются в точке O, $AC = 2BK$. Найдите угол AOB.

<u>8.1.163.</u> (№631). Два равных ромба имеют общую точку пересечения диагоналей, причем меньшие диагонали этих ромбов взаимно перпендикулярны. Докажите, что прямая, проходящая через точку пересечения диагоналей и середину стороны одного ромба, перпендикулярна стороне другого.

<u>8.1.164.</u> (№632). Через вершины прямоугольника проведены прямые соответственно параллельные его диагоналям. Какую форму имеет фигура, ограниченная этими прямыми?

<u>8.1.165.</u> (№633). O — точка пересечения диагоналей прямоугольника $ABCD$. Серединные перпендикуляры к отрезкам OA, OB, OC, OD пересекаются в точках K, L, M, N. Какую форму имеет четырехугольник $KLMN$?

<u>8.1.166.</u> (№634). Точка пересечения диагоналей четырехугольника равноудалена от всех его сторон. Какую форму имеет этот четырехугольник?

<u>8.1.167.</u> (№635). Доказать, что параллелограмм, у которого все высоты равны, — ромб.

<u>8.1.168.</u> (№636). O — точка пересечения диагоналей прямоугольника $ABCD$. Доказать, что точки пересечения медиан треугольников OAB, OBC, OCD, OAD являются вершинами ромба.

8.1.169. (№637). Построить ромб по стороне и разности прилежащих углов.

8.1.170. (№638). Определить, какие из приведенных ниже утверждений верны: а) если биссектрисы двух внутренних углов четырехугольника лежат на одной прямой, то этот четырехугольник — ромб; б) если диагональ параллелограмма делит его угол пополам, то этот параллелограмм — ромб.

8.1.171. (№639). Высота ромба в 8 раз меньше его периметра. Определить углы ромба.

8.1.172. (№640). Две высоты ромба, проведенные из вершин тупых углов, пересекаясь делятся в отношении 1 : 2. Найти углы ромба.

8.1.173. (№641). Большая диагональ ромба делит высоту, проведенную из вершины тупого угла в отношении 1 : 2. Найти углы ромба.

8.1.174. (№642). Биссектрисы углов BAC и BDC ромба $ABCD$ пересекаются в точке M. Вычислить угол AMD.

8.1.175. (№643). Вне ромба $ABCD$ построен равносторонний треугольник AMB. Найдите $\angle CMD$.

8.1.176. (№644). Решить предыдущую задачу для случая, когда M находится внутри ромба.

8.1.177. (№645). Биссектрисы углов BAC и BDC параллелограмма $ABCD$ пересекаются под углом 45^0. Найдите угол между биссектрисами углов ADB и ACB.

Квадрат

8.1.178. (№646). (Устно.) Внутри какого параллелограмма существует точка, равноудаленная от всех его вершин и равноудаленная от всех его сторон?

8.1.179. (№647). Доказать, что диагонали квадрата служат осями симметрии четырехугольника, вершинами которого служат середины сторон данного квадрата.

8.1.180. (№648). Доказать, что если через две противоположные вершины квадрата провести параллельные прямые, а через две другие вершины — прямые, перпендикулярные к первым, то четыре проведенные прямые в пересечении образуют квадрат.

8.1.181. (№649). На стороне квадрата взята точка M. Построить симметричные ей точки относительно всех осей симметрии квадрата.

8.1.182. (№650). Доказать, что биссектрисы углов прямоугольника, не являющегося квадратом, своим пересечением образуют квадрат.

8.1.183. (№651). Стороны прямоугольника 1 см и 3 см. Определить диагонали четырехугольника, образованного биссектрисами внутренних углов.

8.1.184. (№652). Дан квадрат $ABCD$. На каждой из его сторон отложены равные части: $AA_1 = BB_1 = CC_1 = DD_1$. Точки A_1, B_1, C_1, D_1 соединены последовательно прямыми. Доказать, что $A_1B_1C_1D_1$ есть также квадрат.

8.1.185. (№653). $ABCD$ — квадрат. Найдите все такие точки M, что треугольник MAB, MBC, MCD, MAD будут равнобедренными.

8.1.186. (№654). В прямоугольном треугольнике прямой угол разделен пополам; из точки пересечения биссектрисы и гипотенузы проведены прямые, параллельные катетам. Доказать, что четырехугольник, образованный этими прямыми и катетами, есть квадрат.

8.1.187. (№655). В равнобедренный прямоугольный треугольник вписан квадрат так, что две его вершины находятся на гипотенузе, а другие две — на катетах. Определить сторону квадрата, если известно, что гипотенуза равна 3 м.

8.1.188. (№656). Дан квадрат, сторона которого 1 м; диагональ его служит стороной другого квадрата. Найти диагональ последнего.

8.1.189. (№657). Диагональ квадрата равна 4 м. Сторона его служит диагональю другого квадрата. Найти сторону последнего.

8.1.190. (№658). В квадрат вписан прямоугольник так, что на каждой стороне квадрата находится одна вершина прямоугольника и стороны прямоугольника параллельны диагоналям квадрата. Определить стороны этого прямоугольника, зная, что одна из них вдвое более другой и что диагональ квадрата равна 12 м.

8.1.191. (№659). На рис. четырехугольник $ABCD$ — прямоугольник, $\angle 1 = \angle 2$, $\angle 3 = \angle 4$, $\angle 5 = \angle 6$, $\angle 7 = \angle 8$. Докажите, что выпуклый четырехугольник $MKHP$ является квадратом.

8.1.192. (№660). В треугольнике ABC $\angle B = 90^0$, $AB = BC$. На сторонах AB и BC взяты точки M и P, а на стороне AC — точки K и H так, что четырехугольник $MPHK$ является квадратом, $MP = a$. Найдите AC.

8.1.193. (№661). В треугольнике MPK $\angle M = 90^0$, $MP = MK$. На сторонах MP, PK, MK отмечены точки A, B, C, соответственно так, что четырехугольник $MABC$ является квадратом, $AC = a$. Найдите PK.

8.1.194. (№662). На катетах AC и BC прямоугольного треугольника ABC простроены квадраты $AMKC$ и $CFPB$. Докажите, что сумма расстояний от точек M и P до прямой AB равна AB.

8.1.195. (№663). На катетах AC и BC прямоугольного треугольника ABC построены квадраты $AKMC$ и $CPEB$. Прямые KM и PE пересекаются в точке T. Докажите, что $TC \perp AB$.

8.1.196. (№664). Три стороны четырехугольника равны, а его диагонали взаимно перпендикулярны. Является ли этот четырехугольник квадратом?

8.1.197. (№665). Через центр симметрии ромба проходят две взаимно перпендикулярные прямые. Верно ли, что точки пересечения прямых со сторонами ромба являются вершинами квадрата?

8.1.198. (№666). На сторонах AB, BC, CD, DA квадрата $ABCD$ (или на их продолжениях) взяты соответственно точки K, L, M, N так, что $KM \perp LN$. Доказать, что $KM = LN$.

8.1.199. (№667). AM — биссектриса наибольшего угла прямоугольного треугольника ABC; ME и MN — перпендикуляры к катетам. Доказать, что $AEMN$ — квадрат.

8.1.200. (№668). O — центр симметрии квадрата $ABCD$. Построить этот квадрат по серединам отрезков OA и OB.

8.1.201. (№669). Какую фигуру образуют все точки плоскости, для каждой из которых сумма расстояний от координатных осей равна 2?

8.1.202. (№670). Периметр квадрата 4. Найдите на плоскости квадрата все точки, для каждой из которых сумма расстояний от сторон квадрата или их продолжений равна 6.

8.1.203. **(№671).** В точках A, B, C прямой построены к ней перпендикуляры AD, CE и BF, причем $AD = BC$, $CE = AB$, $BF = AC$, первые два в одной полуплоскости, третий — в другой. Докажите, что B — центр квадрата со стороной DE, A — центр квадрата со стороной EF, C — центр квадрата со стороной DF.

8.1.204. **(№672).** На местности был отмечен участок $ABCD$ квадратной формы. Из-за дождей границы участка были размыты, остались веха в центре O участка и колышки $M \in AB$ и $N \in CD$. Можно ли по этим данным восстановить границы участка?

8.1.205. **(№673).** Можно ли решить предыдущую задачу, если второй колышек находится на стороне BC?

8.1.206. **(№674).** На прямой отмечены точки A, B, C, D так, что $AB = CD$, и построены квадраты со сторонами AB, BD, AC, CD. Первые два находятся по одну сторону от AD, последние — по другую. Являются ли центры этих квадратов вершинами квадрата?

8.1.207. **(№675).** $ABCD$, $DCEF$ и $FEKM$ — равные квадраты. Докажите, что $\angle CAM + \angle EAM + \angle KAM = 90^\circ$.

8.1.208. **(№676).** AD — высота остроугольного треугольника ABC. O — центр квадрата, построенного на AB вне треугольника, M — центр квадрата, построенного на AC в одной полуплоскости с B. Лежат ли точки M, D, O на одной прямой?

8.1.209. **(№677).** Постройте квадрат по сумме стороны с диагональю.

8.1.210. **(№678).** Постройте квадрат по разности длин диагонали и стороны.

8.1.211. **(№679).** Можно ли построить квадрат $ABCD$, у которого разность расстояний от вершины B до прямых AD и AC равна a?

Средняя линия треугольника. Теорема Фалеса.

8.1.212. **(№680).** На половине длины стропильных ног, концы которых раздвинуты на 5 м, устроена затяжка (“ригель”). Определить ее длину.

8.1.213. **(№681).** Стороны треугольника равны 8 см, 10 см, 12 см. Найти стороны треугольника, вершинами которого служат середины сторон данного треугольника.

8.1.214. **(№682).** Периметр треугольника равен 12 см; середины сторон соединены последовательно. Найти периметр полученного треугольника.

8.1.215. **(№683).** Стороны треугольника относятся, как $3 : 4 : 6$. Соединив середины всех сторон, получим треугольник с периметром в 5,2 м. Определить стороны данного треугольника.

8.1.216. **(№684).** По разные стороны от данной прямой MN даны две точки A и B на расстоянии 10 дм и 4 дм от нее. Найти расстояние середины O отрезка AB от данной прямой.

8.1.217. **(№685).** Из точки пересечения диагоналей прямоугольника опущены перпендикуляры на две его смежные стороны. Определить периметр полученного прямоугольника, если периметр данного прямоугольника равен 28.

8.1.218. **(№686).** Высота CD и основание AB равнобедренного треугольника ABC соответственно равны 8 и 12. Из середин K и L сторон AC и BC опущены перпендикуляры KN и ML на основание AB. Определить вид полученного четырехугольника $KLMN$ и его периметр.

8.1.219. **(№687).** В параллелограмме $ABCD$ диагонали пересекаются в точке O, K — середина стороны AB, $AK = 3$ см, $KO = 4$ см. Найдите периметр параллелограмма. Сравните углы KOA и BCA.

8.1.220. **(№688).** Высота равностороннего треугольника равна 6 дм. Найти проекцию данной высоты на другую высоту.

8.1.221. **(№689).** Через вершину тупого угла тупоугольного треугольника проведена вне его прямая; проекции прилежащих к тупому углу сторон на эту прямую равны 4 см и 2 см. Определить проекции всех медиан на ту же прямую.

8.1.222. **(№690).** В остроугольном треугольнике проекции двух сторон на третью равны 4 и 6. Вычислить проекции медиан треугольника на ту же сторону.

8.1.223. **(№691).** Стороны треугольника относятся как $5 : 6 : 7$. Найти отношения периметров частей, на которые треугольник разделен большей из средних линий.

8.1.224. **(№692).** Средняя линия треугольника, параллельная основанию делит треугольник на части, периметры которых относятся как $4:5$. Найти отношения длины основы этого треугольника к периметру.

8.1.225. **(№693).** BO — медиана треугольника ABC, M — ее середина. Через точку O проведена прямая OE, параллельная AM. Доказать, что AM и OE делят сторону BC на равные части.

8.1.226. **(№694).** Точка M делит медиану AO треугольника ABC так, что $MO = 2AM$. В каком отношении прямая BM делит сторону AC этого треугольника?

8.1.227. **(№695).** На стороне AC треугольника ABC взята точка M так, что $MC = 2AM$, а на отрезке BM — точка O так, что $MO = 2BO$. В каком отношении прямая AO делит отрезок BC?

8.1.228. **(№696).** На стороне AB треугольника ABC взята точка M так, что $BM = \frac{1}{3}AB$, а на стороне BC — точку N так, что $BN = \frac{1}{3}BC$. Точки D и E делят сторону AC на равные части. Доказать, что $MD \parallel NE$.

8.1.229. **(№697).** Периметр параллелограмма $ABCD$ равен 80 см. Биссектрисы углов A и D пересекаются в такой точке M, что сторона BC делит отрезок AM пополам. Найдите длины сторон параллелограмма.

8.1.230. **(№698).** В параллелограмме $ABCD$ из вершин B и D проведены по две высоты. Докажите, что середины этих высот являются вершинами некоторого параллелограмма.

8.1.231. **(№699).** Дан треугольник ABC. Какая фигура образуется центрами всех таких параллелограммов, у каждого из которых две стороны лежат на лучах AB и AC, а одна вершина находится на стороне BC?

8.1.232. **(№700).** В выпуклом четырехугольнике $ABCD$ сумма углов при стороне AD равна 90°, $AB = CD$. Докажите, что середины диагоналей и середины сторон BC и AD являются вершинами квадрата.

8.1.233. **(№701).** AB — диаметр полуокружности с центром O, в точках A и B построены перпендикуляры к AB. Касательная к полуокружности в точке C пересекает эти перпендикуляры в точках D и T; AC и DO пересекаются в точке E, BC и OT пересекаются в точке M. Параллельны ли AB и EM?

8.1.234. **(№702).** $ABCD$ — выпуклый четырехугольник, A_1, B_1, C_1, D_1 — середины его сторон, A_2, B_2, C_2, D_2 — середины сторон четырехугольника $A_1B_1C_1D_1$, A_3, B_3, C_3, D_3 — середины сторон четырехугольника $A_2B_2C_2D_2$, и т. д. Укажите точку, которая находится внутри всех таких четырехугольников.

8.1.235. **(№703).** Средняя линия треугольника ABC образует со стороной AB углы, вдвое большие углов треугольника при этой стороне. Найдите величины углов треугольника ABC.

8.1.236. **(№704).** AO — медиана треугольника ABC. Прямая CE пересекает сторону AB в точке M и делит названную медиану пополам в точке E. Определите $CE:EM$ и $AM:MB$.

8.1.237. **(№705).** На сторонах AB и BC треугольника ABC взяты такие точки M и N, что $BM:AB=BN:BC=1:3$. Точки D и E делят сторону AC на три равные части. Докажите, что $MD=NE$.

8.1.238. **(№706).** Медиана BM делит высоту AD треугольника ABC в отношении 3:1, считая от вершины. В каком отношении эта высота делит медиану BM?

8.1.239. **(№707).** Построить треугольник по данным серединам его сторон.

8.1.240. **(№708).** На прямой отложены равные отрезки AB и BC. Как построить через точки A, B, C параллельные прямые, чтобы они отсекли на другой данной прямой отрезки длиной по a.

8.1.241. **(№709).** Постройте треугольник ABC по положению точек A и B и точке, в которой продолжение медианы AD пересекает описанную окружность.

8.1.242. **(№710).** Постройте равнобедренный треугольник по основанию и медиане, проведенной к боковой стороне.

8.1.243. **(№711).** Из вершин B и D параллелограмма $ABCD$ проведены три высоты. Как по серединам этих высот построить параллелограмм $ABCD$?

8.1.244. **(№712).** Постройте параллелограмм по середине стороны AD и серединам высот, проведенных из вершины B.

8.1.245. **(№713).** Постройте параллелограмм $ABCD$ по серединам сторон BC и CD и основанию высоты, проведенной из B к D.

8.1.246. **(№714).** Постройте параллелограмм $ABCD$, если известна середина стороны AB и основание высоты, проведенной из вершины B к AD.

8.1.247. **(№715).** Постройте ромб $ABCD$, если известны середина стороны AD и точки, в которых вписанная в ромб окружность касается сторон AB и BC.

Трапеция.
Средняя линия трапеции.

8.1.248. **(№716).** (Устно.) Чему равен угол между биссектрисами двух углов трапеции, прилежащих к боковой стороне?

8.1.249. **(№717).** (Устно.) При каком условии одна из диагоналей трапеции будет биссектрисой угла при основании?

8.1.250. **(№718).** (Устно.) Середины сторон равнобедренной трапеции попарно соединены. Выявить вид полученного четырехугольника.

8.1.251. **(№719).** В равнобедренной трапеции высота, проведенная из вершины тупого угла, делит большее основание на отрезки 10 и 20. Найти отношение ее оснований.

8.1.252. **(№720).** Диагональ равнобедренной трапеции делит ее острый угол пополам. Определить среднюю линию трапеции, если ее периметр равен 132, а основания относятся как 8 : 9.

8.1.253. **(№721).** В трапеции $ABCD$ из вершины B проведена прямая, параллельная боковой стороне CD, до встречи в точке E с большим основанием AD. Периметр треугольника ABE равен 1 м, и длина ED равна 3 дм. Определить периметр трапеции.

8.1.254. **(№722).** $ABCD$ — равнобедренная трапеция, причем AD — большее основание. Разность между периметрами треугольников ACD и BAC равна 6 дм, а средняя линия трапеции равна 12 дм. Определить основание.

8.1.255. **(№723).** В равнобедренной трапеции диагональ делит острый угол пополам; периметр этой трапеции равен 4,5 м, а большее основание — 1,5 м. Определить меньшее основание.

8.1.256. **(№724).** В равнобедренной трапеции высота, проведенная из вершины тупого угла, делит большее основание на отрезки в 6 см и 30 см. Определить основания этой трапеции.

8.1.257. **(№725).** $ABCD$ — равнобедренная трапеция, причем AD — большее основание; CE — высота, проведенная на AD. Зная, что DE равно 1,25 м и что средняя линия трапеции равна 2,75 м, определить основания.

8.1.258. **(№726).** Боковая сторона трапеции разделена на 6 равных частей, и из точек деления проведены к другой боковой стороне отрезки, параллельные основанию. Определить длины этих отрезков, если основания трапеции равны 10 см и 28 см.

8.1.259. **(№727).** В трапеции $ABCD$ (AD — большее основание) дано: $AC \perp CD$; $AB=BC$; $\angle CAD=\frac{2}{7}d$. Определить углы этой трапеции.

8.1.260. **(№728).** В трапеции $ABCD$ (AD — большее основание) диагональ AC перпендикулярна к стороне CD и делит $\angle BAD$ пополам; $\angle CDA=60^0$. Периметр трапеции равен 2 м. Определить стороны этой трапеции.

8.1.261. **(№729).** Пусть AD означает большее основание трапеции $ABCD$. Могут ли углы A, B, C и D относится между собой, как $2:5:6:3$?

8.1.262. **(№730).** Доказать, что в равнобедренной трапеции углы при основаниях равны.

8.1.263. **(№731).** Из вершины тупого угла равнобедренной трапеции $ABCD$ проведен перпендикуляр CE к прямой AD, содержащей большее основание. Докажите, что $AE=\frac{1}{2}(AD-BC)$.

8.1.264. **(№732).** В прямоугольной трапеции диагонали взаимно перпендикулярны. Большая диагональ составляет с меньшей боковой стороной угол в 60^0. Докажите, что меньшая диагональ равна полусумме оснований трапеции.

8.1.265. **(№733).** Диагональ трапеции делит ее угол пополам. Доказать, что боковая сторона равна одному из оснований.

8.1.266. **(№734).** Длины оснований трапеции относятся как 4 : 7, длина средней линии 33 см. Найти длины оснований трапеции.

8.1.267. **(№735).** Два противоположных угла трапеции относятся, как 3 : 5. Найдите углы трапеции.

8.1.268. **(№736).** В данной равнобедренной трапеции боковая сторона равна средней линии, а периметр содержит 24 м. Определить боковую сторону.

8.1.269. (№737). Определить углы равнобедренной трапеции, если известно, что разность противоположных углов равна $\frac{8}{13}d$.

8.1.270. (№738). Меньшее основание равнобедренной трапеции равно боковой стороне, а диагональ перпендикулярна к боковой стороне. Определить углы трапеции.

8.1.271. (№739). В трапеции $ABCD$ BC — меньшее основание. На отрезке AD взята точка E так, что $BE \parallel CD$; $\angle ABE = 70^0$, $\angle BEA = 50^0$. Найдите углы трапеции.

8.1.272. (№740). В прямоугольной трапеции острый угол равен 45^0. Меньшая боковая сторона и меньшее основание равны по 10 см. Найдите большее основание.

8.1.273. (№741). В трапеции $MHPK$ MK — большее основание. Прямые MH и PK пересекаются в точке E, $\angle MEK = 80^0$, $\angle EHP = 40^0$. Найдите углы трапеции.

8.1.274. (№742). В прямоугольной трапеции острый угол равен 60^0. Большая боковая сторона и большее основание равны по 20 см. Найдите меньшее основание.

8.1.275. (№743). В равнобедренной трапеции большее основание равно 2,7 м, боковая сторона равна 1 м, угол между ними равен 60^0. Определить меньшее основание.

8.1.276. (№744). В равнобедренной трапеции острый угол равен 45^0, высота ее равна h метрам, а средняя линия равна m метрам. Определить основания трапеции.

8.1.277. (№745). В равнобедренной трапеции высота равна 10 см, а диагонали взаимно перпендикулярны. Найти среднюю линию.

8.1.278. (№746). Прямоугольная трапеция делится диагональю на два треугольника: равносторонний со стороной a и прямоугольный. Определить среднюю линию трапеции.

8.1.279. (№747). В прямоугольной трапеции $ABCD$ острый угол $ADC = \frac{1}{2}d$ и сторона $AD = a$. Из середины E стороны CD проведен к ней перпендикуляр, который встречает продолжение стороны BA в точке F. Требуется определить длину BF.

8.1.280. (№748). Доказать, что отрезок средней линии трапеции, заключенный между ее диагоналями, равен полуразности оснований трапеции.

8.1.281. (№749). Диагонали трапеции делят ее среднюю линию на три равные части. Доказать, что одно основание в два раза больше другого.

8.1.282. (№750). Тупой угол прямоугольной трапеции равен 120^0. Определить ее среднюю линию, если меньшая диагональ трапеции и большая боковая сторона равны a.

8.1.283. (№751). Средняя линия равнобедренной трапеции равна 30, верхнее основание — 17, а боковая сторона — 26. Определить углы трапеции.

8.1.284. (№752). Биссектрисы углов при основании трапеции пересекаются на ее втором основании. Доказать, что второе основание равно сумме боковых сторон трапеции.

8.1.285. (№753). Меньшее из оснований трапеции равно 24 см. Углы при большем основании по 60^0, их биссектрисы пересекаются на меньшем основании. Найти периметр трапеции.

8.1.286. (№754). В равнобедренной трапеции диагонали служат биссектрисами ее острых углов. Доказать, что тупой угол трапеции равен тупому углу между ее диагоналями. Сформулировать обратную теорему.

8.1.287. (№755). Одна боковая сторона трапеции $ABCD$ больше другой боковой стороны на 4 и меньше нижнего основания на 2. Вычислить стороны трапеции, если сумма боковых сторон и верхнего основания равна 16, а диагональ AC является биссектрисой угла A.

8.1.288. (№756). Через конец меньшего основания трапеции, равного a, проведена прямая, которая делит трапецию на ромб и равносторонний треугольник. Определить углы, периметр и среднюю линию трапеции.

8.1.289. (№757). Средняя линия равнобедренной трапеции делится диагональю на части 2 и 5. Определить углы трапеции, если боковая сторона равна 6.

8.1.290. (№758). Основания трапеции относятся как 7 : 3, и разнятся на 3,2 м. Найти длину средней линии этой трапеции.

8.1.291. (№759). Основания трапеции равны 2,4 м и 3 м. Внутри этой трапеции проведена между боковыми сторонами прямая, параллельная основаниям, которая равна 2,8 м. Одинаково ли удалена эта прямая от обоих оснований и если нет, то к какому основанию она ближе?

8.1.292. (№760). В трапеции $ABCD$ из середины E боковой стороны AB проведена прямая, параллельная основаниям, до встрече в точке F с боковой стороной CD; из вершины B проведена прямая, параллельная стороне CD, до встречи в точке G с бóльшим основанием AD. Определить длину оснований, если $EF = 12$ см и $AG = 1$ см.

8.1.293. (№761). В трапеции $ABCD$ из середины E боковой стороны AB проведена прямая, параллельная боковой стороне CD, до встречи в точке G с бóльшим основанием AD. Определить основания трапеции, если $AG = 5$ дм и $GD = 2{,}5$ м.

8.1.294. (№762). В прямоугольной трапеции диагональ перпендикулярна к боковой стороне, острый угол равен 45^0. Найдите отношение оснований.

8.1.295. (№763). Средняя линия трапеции равна 8 дм и делится диагональю на два отрезка, разность между которыми равна 2 дм. Определить основания трапеции.

8.1.296. (№764). Доказать, что вершина угла, образованного биссектрисами двух углов трапеции, прилежащих к боковой стороне, находится на ее средней линии или на ее продолжении.

8.1.297. (№765). Найти отношение между параллельными сторонами трапеции, в которой средняя линия делится двумя диагоналями на 3 равные части.

8.1.298. (№766). В равнобедренной трапеции диагональ составляет с боковой стороной угол в 120^0. Боковая сторона равна меньшему основанию. Найдите углы трапеции.

8.1.299. (№767). В прямоугольной трапеции острый угол и угол, который составляет меньшая диагональ с меньшим основанием, равны по 60^0. Найдите отношение оснований.

8.1.300. (№768). В равнобедренной трапеции большее основание в два раза превосходит меньшее. Середина большего основания удалена от вершины тупого угла на расстояние, равное длине меньшего основания. Найдите углы трапеции.

8.1.301. **(№769).** Диагонали равнобедренной трапеции $ABCD$ взаимно перпендикулярны. Докажите, что расстояние между прямыми AD и BC, содержащими основания, равно $\frac{1}{2}(AD+BC)$.

8.1.302. **(№770).** Из вершины прямого угла меньшего основания прямоугольной трапеции под углом 45^0 к этому основанию проведен луч, который проходит через середину большей боковой стороны. Докажите, что меньшая боковая сторона этой трапеции равна сумме оснований.

8.1.303. **(№771).** Докажите, что сумма боковых сторон любой трапеции больше разности ее большего и меньшего оснований

8.1.304. **(№772).** Найдите связь между сторонами трапеции, если известно, что внутри трапеции существует точка, равноудаленная от прямых содержащих ее стороны.

8.1.305. **(№773).** Докажите, что сумма диагоналей любой трапеции больше суммы ее оснований.

8.1.306. **(№774).** Найдите связь между противоположными углами трапеции, если известно, что внутри ее существует точка, равноудаленная от вершин трапеции.

8.1.307. **(№775).** В прямоугольной трапеции одна из боковых сторон вдвое больше другой. Найти величины углов при большей из боковых сторон.

8.1.308. **(№776).** В трапеции три стороны равны, а диагональ равна одному из оснований. Какому?

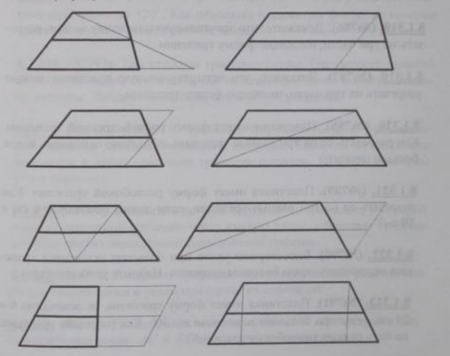
8.1.309. **(№777).** Определить углы трапеции из предыдущей задачи.

8.1.310. **(№778).** Угол между диагоналями равнобедренной трапеции равен углу при большем основании. Доказать, что боковая сторона равна меньшему основанию.

8.1.311. **(№779).** В прямоугольной трапеции диагональ равна одному из оснований и вдвое больше другого. Найти углы при большей боковой стороне.

8.1.312. **(№780).** В равнобедренной трапеции величины двух углов относятся как 1 : 3. Длины оснований a и b ($a>b$). Определить высоту трапеции.

8.1.313. **(№781).** Доказать теорему про среднюю линию трапеции, используя рисунки (на них показаны вспомогательные линии).



8.1.314. **(№782).** Диагонали трапеции делят среднюю линию на части, одна из которых равна сумме двух других. Как относятся длины оснований трапеции?

8.1.315. **(№783).** Средняя линия трапеции равняется 18 см. Определить длины оснований, зная, что трапецию можно поделить на ромб и равносторонний треугольник.

8.1.316. **(№784).** Периметр трапеции $P=60$ см, углы при большем основании по 60^0. Диагональ делит среднюю линию на части, одна из которых на 7 см длиннее другой. Найди длины основ трапеции.

8.1.317. **(№785).** Из какого наименьшего числа прямоугольных треугольников можно сложить трапецию?

8.1.318. **(№786).** Докажите, что треугольную пластинку можно разрезать на три части, имеющие форму трапеции.

8.1.319. **(№787).** Докажите, что четырехугольную пластинку можно разрезать на три части, имеющие форму трапеции.

8.1.320. **(№788).** Пластинка имеет форму равнобедренной трапеции. Как разрезать ее на три равные трапеции, если одно основание вдвое больше другого?

8.1.321. **(№789).** Пластинка имеет форму равнобокой трапеции. Как разрезать ее на три равные трапеции, если длины оснований 6 см и 10 см?

8.1.322. **(№790).** Биссектрисы углов при большем основании трапеции перпендикулярны боковым сторонам. Найдите углы трапеции.

8.1.323. **(№791).** Пластинка имеет форму трапеции, ее основания 6 и 24 см, углы при большем основании по 60^0. Как разрезать трапецию на пять равных равнобоких трапеций?

8.1.324. **(№792).** Пластинку в форме трапеции можно разрезать на четыре равных равнобедренных трапеции. Определите величины углов этих трапеций.

8.1.325. **(№793).** Как разрезать квадратную пластинку на 8 частей, каждая из которых имеет форму непрямоугольной трапеции?

8.1.326. **(№794).** Расстояние между основаниями трапеции равно средней линии. Найдите угол между диагоналями трапеции.

8.1.327. **(№795).** Докажите, что средняя линия трапеции меньше хоть одной из диагоналей трапеции.

8.1.328. **(№796).** Основания трапеции 10 см и 18 см, углы при меньшем основании по 120^0. Как относятся периметры фигур, на которые трапеция делится своей средней линией?

8.1.329. **(№797).** Три стороны трапеции равны. Окружность, построенная на большем основании, как на диаметре, делит боковую сторону пополам. Найдите градусные меры углов трапеции.

8.1.330. **(№798).** $ABCD$ — трапеция. Окружность, диаметром которой является меньшее основание трапеции, касается ее большего основания и делит диагонали трапеции пополам. Найдите величины углов трапеции.

8.1.331. **(№799).** Впишите в данную окружность трапецию, у которой одно из оснований проходит через данную точку, а боковые стороны соответственно параллельны двум данным прямым.

8.1.332. **(№800).** Постройте трапецию по средней линии, расстоянию между основаниями и углам при одном из оснований.

8.1.333. **(№801).** На окружности даны точки A и B постройте две параллельные хорды AC и BD, у которых сумма длин a.

8.1.334. (№802). Постройте трапецию, если даны прямые, на которых лежат ее боковые стороны AB и CD, середина диагонали AC и точка на прямой AD.

8.1.335. (№803). На окружности даны точки A и B. Постройте две параллельные хорды AC и BD, у которых разность длин равна b.

8.1.336. (№804). Основания трапеции BC и AD. На CD взята такая точка M, что $AM = AD$. Через B проведена прямая, параллельная CD, она пересекает AM в точке P. Докажите, что $BM = PC$.

8.1.337. (№805). Если боковая сторона прямоугольной трапеции равна сумме оснований, то окружность, построенная на этой стороне, как на диаметре, касается другой боковой стороны. Докажите.

8.1.338. (№806). Две окружности пересекаются в точке M. Как провести через эту точку прямую, на которой названные окружности отсекают равные отрезки?

Звёздные теоремы. Коллекции задач. Снова построения.

8.2.1. (№807). В каком треугольнике совпадают точки пересечения высот, медиан и биссектрис?

8.2.2. (№808). Высоты треугольника пересекаются в точке H. Указать ортоцентры треугольников AHB, BHC, CHA.

8.2.3. (№809). Доказать, что шесть углов, образованных высотами остроугольного треугольника, попарно равны углам треугольника.

8.2.4. (№810). Точка M — середина стороны CD, точка N — середина стороны BC параллелограмма $ABCD$. Доказать, что прямые AM и AN делят диагональ BD на три равные части.

8.2.5. (№811). Диагональ AC параллелограмма $ABCD$ равна 15. Середина M стороны AB соединена с вершиной D. Определить отрезки, на которые отрезок DM делит отрезок AC.

8.2.6. (№812). Середины E и F сторон AD и BC параллелограмма $ABCD$ соединены с вершинами B и D. Доказать, что эти прямые делят диагональ AC на три равные части.

8.2.7. (№813). В треугольнике ABC $AC = 12$ см. Через точку пересечения медиан проведена прямая DE ($D \in AB, E \in BC$), параллельная AC. Найти DE.

8.2.8. (№814). Через точку пересечения медиан треугольника MPK проведен отрезок CD, параллельный MK ($C \in MP$, $D \in PK$), $CD = 18$ см. Найдите MK.

8.2.9. (№815). В треугольнике ABC $AB = BC$. Медианы треугольника пересекаются в точке O, $OA = 5, OB = 6$. Найдите площадь треугольника ABC.

8.2.10. (№816). В прямоугольном треугольнике ABC ($\angle C = 90^0$) $BC = 9$. Медианы треугольника пересекаются в точке O, $OB = 10$. Найдите площадь треугольника ABC.

8.2.11. (№817). В параллелограмме $ABCD$ F — середина BC. AF пересекает BD в точке E, CE пересекает AB в точке K; $KB = 5$, $AD = 12, \angle A = 30^0$. Найдите площадь параллелограмма.

8.2.12. (№818). Катеты прямоугольного треугольника равны 3 см и 4 см. Найдите расстояние от точки пересечения медиан треугольника до гипотенузы.

8.2.13. (№819). В треугольнике ABC медианы AE и CD пересекаются в точке O; $AE = 9, CD = 12, AC = 10$. Найдите площадь треугольника ABC.

8.2.14. (№820). Площадь треугольника ABC равна 12 см^2. Медианы AE и CD пересекаются в точке O, $\angle AOC = 150^0$, $AE = 3$ см. Найдите CD.

8.2.15. (№821). O — центр окружности, описанной около треугольника ABC, M_1 — середина AB. Прямая OM_1 пересекает окружность, описанную около треугольника ABC в точке D. Найти угол BAC, если $OM_1 = M_1D$.

8.2.16. (№822). Доказать, что в треугольнике ABC $\angle OAC = \angle HAB$ (O — центр описанной окружности, H — точка пересечения высот).

8.2.17. (№823). Из центра описанной окружности сторона BC видна под углом α. Под каким углом она видна из ортоцентра?

8.2.18. (№824). Из центра описанной окружности сторона BC видна под углом α. Под каким углом она видна из инцентра?

8.2.19. (№825). В треугольник BOA вписана окружность с центром в точке J_1. Доказать, что угол BJ_1A — тупой.

8.2.20. (№826). В треугольнике ABC точка O принадлежит биссектрисе. Доказать, что треугольник ABC — равнобедренный.

8.2.21. (№827). Вокруг треугольника BHC описана окружность. Найти угол BAC, если инцентр J принадлежит этой окружности.

8.2.22. (№828). В тупоугольном треугольнике ABC точка H — ортоцентр. Чем будет точка A в треугольнике HBC.

8.2.23. (№829). Доказать, что в тупоугольном треугольнике ABC $\angle HH_2H_3 = \angle B$, если $\angle A > 90^0$.

8.2.24. (№830). В прямоугольном треугольнике ABC ($\angle C = 90^0$) M_1 — середина гипотенузы BC. Доказать, что ортоцентр треугольника M_1AC совпадает с инцентром этого треугольника.

8.2.25. (№831). В прямоугольном треугольнике ABC ($\angle C = 90^0$) гипотенуза равна 12 см. Найти расстояние от центроида до вершины C.

8.2.26. (№832). В прямоугольном треугольнике гипотенуза равна c. Найти расстояния от O до M (O — центр описанной окружности, M — центроид).

8.2.27. (№833). В остроугольном треугольнике ABC $AD \perp BC$, $CF \perp AB$, AD пересекает CF в точке M. Докажите, что $\angle ABM = \angle MCA$.

8.2.28. (№834). В прямоугольном треугольнике ABC $(\angle C = 90^0)$ p — серединный перпендикуляр к AB, p пересекает AC в точке K, $AK = 5, BC = 4$. Найдите периметр треугольника BKC.

8.2.29. (№835). В равнобедренном треугольнике ABC $AB = BC$, медианы AE и CF пересекаются в точке K, $BK = 6, AC = 10$. Найдите площадь треугольника ABC.

8.2.30. (№836). В треугольнике ABC биссектрисы AD и CE пересекаются в точке M, $BM = m$, $\angle ABC = \alpha$. Найдите расстояние от точки M до стороны AC.

8.2.31. (№837). Высоты AD и CE остроугольного треугольника ABC пересекаются в точке O, $OA = 4, OD = 3, BD = 4$. Найдите расстояние от точки O до стороны AC.

8.2.32. (№838). В остроугольном треугольнике ABC h и p — серединные перпендикуляры к сторонам BC и AC. Они пересекаются в точке $F, CF = 10, AB = 16$. Найдите расстояние от точки F до стороны AB.

8.2.33. (№839). Вершины треугольника ABC лежат на окружности. $\angle A = 2\angle B$. Биссектрисы AF и CE пересекаются в точке O, AO пересекает окружность в точке K. Докажите, что $KC \parallel AB$.

8.2.34. (№840). В треугольнике ABC $\angle ACB = 120^0$, $AC = CB = a$. Серединные перпендикуляры к сторонам AC и CB пересекаются в точке M. Найдите расстояние от точки M до середины стороны AB.

8.2.35. (№841). Из точки M к окружности с центром в точке O проведены касательные MA и MB (A и B — точки касания), $BF \perp AM$. BF пересекает MO в точке K, $MO = 2OB$. Найдите угол KAB.

8.2.36. (№842). В треугольнике ABC $\angle ABC$ — тупой. Продолжения высот AD и CE пересекаются в точке M, $MB = 5$, $AC = 10$. Найдите площадь четырехугольника $AMCB$

8.2.37. (№843). Во внутренней области треугольника ABC взята точка O, равноудаленная от его сторон. Найдите $\angle AOC$, если $\angle ABC = 2\alpha$.

8.2.38. (№844). Постройте равнобедренный прямоугольный треугольник, в котором расстояние между точками пересечения медиан и биссектрис равно данному отрезку m.

8.2.39. (№845). Основание AC равнобедренного треугольника ABC равно 6, а боковая сторона — 5. Найти расстояние между точками пересечения медиан и высот этого треугольника.

8.2.40. (№846). Постройте равнобедренный прямоугольный треугольник, в котором расстояние между точками пересечения высот и биссектрис равно данному отрезку p.

8.2.41. (№847). Основание AC равнобедренного треугольника равно 6, а боковая сторона равна 5. Найдите расстояние между точками пересечения медиан и биссектрис этого треугольника.

Задачи на построение

Параллелограмм

8.2.42. (№848). Построить параллелограмм, стороны которого даны, если высота, проведенная из вершины тупого угла, делит противолежащую сторону пополам.

8.2.43. (№849). Построить параллелограмм по двум сторонам длиной в 2 см и 3 см и углу между ними, содержащему 110^0.

8.2.44. (№850). Построить параллелограмм по двум сторонам, равным 2,1 см и 3,2 см, и одной из диагоналей, равной 4 см.

8.2.45. (№851). Построить параллелограмм по двум диагоналям, равным 6,0 см и 5,0 см, и одной из сторон, равной 4,5 см.

8.2.46. (№852). Построить параллелограмм по двум диагоналям, равным 5 см и 4 см и углу между ними, равному 135^0.

8.2.47. (№853). Построить параллелограмм по основанию, равному 2 см, высоте, равной 1,5 см, и диагонали, равной 3,2 см.

8.2.48. (№854). Построить параллелограмм по смежным сторонам и высоте.

8.2.49. (№855). Построить параллелограмм по стороне, диагонали и углу между диагоналями.

8.2.50. (№856). Постройте параллелограмм по большей стороне, меньшей диагонали и углу между ними.

8.2.51. (№857). Постройте параллелограмм по меньшей стороне, острому углу и углу между этой стороной и меньшей диагональю.

8.2.52. (№858). Постройте параллелограмм по меньшей диагонали, меньшему углу между диагоналями и углу между меньшей диагональю и меньшей стороной.

8.2.53. (№859). Постройте параллелограмм по диагонали, стороне и отрезку длиной, равной расстоянию между прямыми, содержащими данную сторону и ей противоположную.

8.2.54. (№860). Постройте параллелограмм по двум диагоналям и перпендикуляру проведенному из конца одной диагонали к прямой, содержащей другую диагональ.

8.2.55. (№861). Постройте параллелограмм по стороне, диагонали и углу, противолежащему этой диагонали.

8.2.56. (№862). Постройте параллелограмм по стороне, диагонали и углу, между этой диагональю и другой стороной.

8.2.57. (№863). Построить параллелограмм по стороне и двум высотам.

8.2.58. (№864). Построить параллелограмм по его сторонам и высоте, проведенной к двум меньшим сторонам.

8.2.59. (№865). Доказать, что в каждом параллелограмме есть высота, не превышающая стороны, к которой она проведена.

8.2.60. (№866). Построить параллелограмм по высоте, углу и периметру.

8.2.61. (№867). Постройте ромб $ABCD$, если известны середина стороны AD и точки, в которых вписанная в ромб окружность касается сторон AB и BC.

8.2.62. (№868). Построить четырехугольник, если известны три его стороны и два внутренних острых угла, прилежащих к четвертой стороне.

8.2.63. (№869). Постройте параллелограмм по середине стороны AD и серединам высот, проведенных из вершины B.

8.2.64. (№870). Постройте параллелограмм $ABCD$ по серединам сторон BC и CD и основанию высоты, проведенной из B к AD.

8.2.65. (№871). Постройте параллелограмм $ABCD$, если известна середина стороны AB и основание высоты, проведенной из вершины B к AD.

Прямоугольник

8.2.66. (№872). Построить прямоугольник по стороне и углу между диагоналями.

8.2.67. (№873). Построить прямоугольник по основанию, равному 2,4 см, и диагонали, равной 3,1 см.

8.2.68. (№874). Построить прямоугольник по диагонали, равной 4,2 см, и углу между диагоналями, равному 135^0.

8.2.69. (№875). Построить прямоугольник по основанию, равному 3,2 см, и углу между диагоналями, равному 120^0.

8.2.70. (№876). Постройте прямоугольник по его стороне и периметру.

8.2.71. (№877). Постройте прямоугольник по диагонали и углу, который эта диагональ образует со стороной.

8.2.72. (№878). Постройте прямоугольник по углу между стороной и диагональю и перпендикуляру, проведенному из вершины прямоугольника к прямой, содержащей эту диагональ.

8.2.73. (№879). Построить прямоугольник по диагонали и разнице двух его смежных сторон.

8.2.74. (№880). Построить прямоугольник по диагонали и периметру.

Ромб

8.2.75. (№881). (Устно.) В каком ромбе сторона равна высоте?

8.2.76. (№882). Построить ромб по стороне, равной 2,7 см, и диагонали, равной 6 см.

8.2.77. (№883). Построить ромб по двум диагоналям, равным 4 см и 3 см.

8.2.78. (№884). Построить ромб по высоте, равной 2,2 см, и диагонали, равной 4,2 см.

8.2.79. (№885). Построить ромб по углу, содержащему 70^0, и диагонали, проходящей через вершину этого угла и равной 3,7 см.

8.2.80. (№886). Построить ромб по диагонали, равной 5 см, и противолежащему углу, равному 120^0.

8.2.81. (№887). Постройте ромб по тупому углу и меньшей диагонали.

8.2.82. (№888). Постройте ромб по острому углу и отрезку, длина которого равна расстоянию между прямыми, содержащими противоположные стороны ромба.

8.2.83. (№889). Постройте ромб $ABCD$, если даны середины сторон и центры окружностей, описанных около треугольников ABC и ADC.

8.2.84. (№890). Постройте ромб по диагонали и углу, который образует другая диагональ со стороной.

8.2.85. (№891). Построить ромб по стороне и разнице прилежащих к ней углов.

8.2.86. (№892). Построить ромб по стороне и сумме диагоналей.

8.2.87. (№893). Построить ромб по острому углу и сумме стороны и высоты.

8.2.88. (№894). Постройте ромб по стороне и разности диагоналей.

8.2.89. (№895). Построить ромб $ABCD$ по прямой AC и точкам M и N, которые будучи серединами AB и CD, равноудалены от AC и расположены по разные стороны от нее.

8.2.90. (№896). Построить ромб $ABCD$ по прямой DM, перпендикулярной к BC, и серединам сторон AB и AD.

8.2.91. (№897). Построить ромб $ABCD$ по прямой AC и концам высот, проведенных из B к AD и из D к BC.

8.2.92. (№898). Построить ромб $ABCD$ по вершине A и концами перпендикуляров, опущенных из точки M (лежащей на стороне CD) на стороны угла BAD.

8.2.93. (№899). Построить ромб, у которого центром симметрии является точка O, а три вершины лежат на прямых l_1, l_2, l_3.

8.2.94. (№900). Построить ромб $ABCD$ по двум взаимно перпендикулярным прямым, на которых лежат диагонали ромба, и точкам M и N, через которые проходят соответственно стороны AB и BC (или перпендикулярные им прямые).

8.2.95. (№901). Построить ромб $ABCD$, у которого заданы середины сторон AB и BC, а середина стороны CD лежит на данной окружности.

8.2.96. (№902). Построить ромб $ABCD$, у которого заданы середины сторон AB и CD, а середина BC лежит на данной окружности.

8.2.97. (№903). Постройте ромб $ABCD$ по положению вершин A и B и расстоянию от данной точки M до середины DC.

8.2.98. (№904). Постройте ромб $ABCD$ по положению вершин A и C и расстоянию от данной точки M до середины BC.

Квадрат

8.2.99. (№905). Построить квадрат по разности его диагонали и стороны.

8.2.100. (№906). Постройте квадрат по сумме стороны с диагональю.

8.2.101. (№907). Построить квадрат $ABCD$ по сумме расстояний от дочки A до CD и BC.

8.2.102. **(№908).** Построить квадрат $ABCD$ по разнице расстояний от точки B до CD и AC.

8.2.103. **(№909).** Построить квадрат, у которого центр симметрии находится в данной точке O, а концы одной из сторон лежат на данных прямых l_1 и l_2.

8.2.104. **(№910).** Построить квадрат, у которого одна диагональ лежит на данной прямой, а концы другой диагонали лежат на двух данных окружностях.

8.2.105. **(№911).** Построить квадрат, у которого одна диагональ лежит на данной прямой, а один из концов другой диагонали — на данной окружности; длина диагонали d.

8.2.106. **(№912).** Построить квадрат, центр симметрии которого находится в данной точке O, а концы одной из сторон удалены от данной точки M на a и b соответственно.

8.2.107. **(№913).** Построить квадрат, у которого три вершины лежат на трех данных параллельных прямых, а четвертая вершина лежит на прямой, пересекающей три данные прямые.

8.2.108. **(№914).** Постройте квадрат со стороной a, у которого концы одной стороны находятся на двух данных параллельных прямых, а центр — на данной окружности.

8.2.109. **(№915).** Постройте квадрат, у которого три вершины лежат на трех данных параллельных прямых, а четвертая — на данной окружности.

8.2.110. **(№916).** Дан отрезок, равный перпендикуляру, проведенному из точки пересечения диагоналей некоторого квадрата на его сторону. Постройте этот квадрат.

8.2.111. **(№917).** Внутри данного острого угла постройте квадрат с данной стороной так, чтобы две вершины квадрата принадлежали одной стороне угла, а третья — другой.

8.2.112. **(№918).** Постройте квадрат по данной диагонали так, чтобы две противоположные вершины этого квадрата лежали на разных сторонах данного острого угла.

8.2.113. **(№919).** Постройте квадрат $ABCD$ по отрезку PQ, равному биссектрисе AE треугольника ABC.

8.2.114. **(№920).** Постройте квадрат $ABCD$ по отрезку PQ и углу α, если $PQ = BM$, $\alpha = \angle DBM$ (точка M — середина отрезка AD).

Трапеция

8.2.115. **(№921).** Построить трапецию по ее основаниям, боковой стороне и диагонали.

8.2.116. **(№922).** Построить трапецию по четырем ее сторонам.

8.2.117. **(№923).** Построить трапецию по трем ее сторонам и диагонали.

8.2.118. **(№924).** Построить трапецию по трем ее сторонам и высоте.

8.2.119. **(№925).** Построить прямоугольную трапецию, если даны ее большее основание и боковые стороны.

8.2.120. **(№926).** Построить равнобедренную трапецию по большему основанию a, высоте h и диагонали m.

8.2.121. **(№927).** Построить трапецию по двум боковым сторонам, равным 1,5 см и 2 см, и основаниям, равным 5 см и 2,3 см.

8.2.122. **(№928).** Построить трапецию по одному из оснований, равному 4,8 см, высоте, равной 3,2 см, и двум диагоналям, равным 4,2 см и 5 см.

8.2.123. **(№929).** Построить трапецию по основанию, равному 4 см, боковой стороне, равной 2,4 см, углу между ними, содержащему 72^0, и другой боковой стороне, равной 3 см.

8.2.124. **(№930).** Построить трапецию по двум основаниям и по двум диагоналям (условие возможности построения?).

8.2.125. **(№931).** Построить трапецию по ее основаниям и углам при большем основании.

8.2.126. **(№932).** Построить трапецию по боковой стороне, диагоналям и углу между диагоналями.

8.2.127. **(№933).** Построить трапецию по боковым сторонам, меньшему основанию и расстоянию между серединами оснований.

8.2.128. **(№934).** Построить трапецию $ABCD$ по основанию, боковым сторонам и разности углов при основании.

8.2.129. **(№935).** Постройте прямоугольную трапецию по меньшему основанию и боковым сторонам.

8.2.130. **(№936).** Постройте прямоугольную трапецию по меньшей диагонали, большему основанию и большей боковой стороне.

8.2.131. **(№937).** Постройте равнобедренную трапецию по боковой стороне, большему основанию и отрезку длиной, равной расстоянию между прямыми, содержащими основания трапеции.

8.2.132. **(№938).** Постройте равнобедренную трапецию по диагонали, большему основанию и перпендикуляру, проведенному из вершины тупого угла к прямой, содержащей большее основание трапеции.

8.2.133. **(№939).** Постройте равнобедренную трапецию по острому углу, диагонали и перпендикуляру, проведенному из вершины острого угла к прямой, содержащей меньшее основание трапеции.

8.2.134. **(№940).** Постройте равнобедренную трапецию по двум углам, на которые диагональ делит тупой угол, и отрезку длиной, равной расстоянию между прямыми, содержащими основание трапеции.

8.2.135. **(№941).** Постройте параллелограмм по двум диагоналям и углу между сторонами.

8.2.136. **(№942).** Постройте параллелограмм по двум сторонам и углу между диагоналями.

8.2.137. **(№943).** $\angle A$; $\angle B$; m_c.

8.2.138. **(№944).** $\angle A$; h_a; m_a.

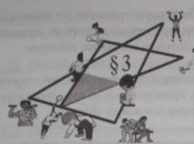
8.2.139. **(№945).** a; $\angle A$; $b+c$.

8.2.140. **(№946).** $\angle A$; m_b; m_c.

8.2.141. **(№947).** R; r; $\angle A$.

8.2.142. **(№948).** $\angle A$; m_a; m_b.

8.2.143. **(№949).** Постройте трапецию по двум углам и двум диагоналям.



§3 Подобие треугольников

Пропорциональные отрезки. Свойство биссектрисы.

8.3.1. (№950). Середина сторон квадрата последовательно соединены отрезками прямых. Соразмерны ли периметры данного квадрата и построенного четырехугольника?

8.3.2. (№951). Середина стороны параллелограмма соединена отрезком с вершиной одного из противоположных углов. Делятся ли диагональ параллелограмма и проведенный отрезок точкой пересечения на соразмерные отрезки?

8.3.3. (№952). На одной стороне угла A взяты точки B и C, а на другой стороне — точки B_1 и C_1; $AB:BC = AB_1:B_1C_1$. Всегда ли $BB_1 \parallel CC_1$?

8.3.4. (№953). Начертите трапецию и ее диагонали. Определите на рисунке пропорциональные отрезки.

8.3.5. (№954). В каких четырехугольниках точка пересечения диагоналей делит их на пропорциональные части?

8.3.6. (№955). К одной стороне треугольника проведена высота, а к другой — медиана, причем отрезок, который соединяет основания медианы и высоты, параллелен третьей стороне треугольника. Что это за треугольник?

8.3.7. (№956). Прямая, параллельная боковой стороне равнобедренного треугольника, пересекает высоту треугольника, проведенную к его основанию. При каком условии отрезок прямой, заключенный внутри треугольника, делит эту высоту пополам?

8.3.8. (№957). Прямая, проведенная из вершины угла треугольника, делит противоположную сторону на отрезки, отношение которых равно отношению двух других сторон треугольника. Обязательно ли эта прямая является биссектрисой?

8.3.9. (№958). В параллелограмме биссектриса одного из его углов делит сторону параллелограмма в отношении 1 : 2. Соизмеримы ли отрезки, на которые биссектриса делит диагональ?

8.3.10. (№959). В треугольнике ABC стороны $AB = 5$ м, $BC = 3$ м. На стороне AC взята точка D так, что $AD : DC = 4 : 3$. Проведен отрезок BD. Какой из углов больше: $\angle ABD$ или $\angle DBC$?

8.3.11. (№960). Что длиннее, медиана или биссектриса, проведенные из одной вершины треугольника?

8.3.12. (№961). Найти (с точностью до 0,01) отношение высоты равностороннего треугольника к его стороне.

8.3.13. (№962). Точка M делит отрезок AB в отношении $AM : MB = 1 : 2$. Найти отношение $AM : AB$ и $MB : AB$.

8.3.14. (№963). Точка K делит отрезок AB в отношении $m : n$. Найти отношение $AK : AB$ и $KB : AB$.

8.3.15. (№964). На отрезке AB длиной 6 см дана точка C, расстояние которой от A равно 3,6 см; на продолжении отрезка AB за точку B найти такую точку D, чтобы расстояние ее от A относилось к расстоянию ее от B, как $AC : CB$.

8.3.16. (№965). Отрезок AB, равный 78, разделен на части в отношении $\frac{2}{5} : 0{,}8 : \frac{3}{4}$. Определить каждую его часть.

8.3.17. (№966). Отрезки AB, CD и EF, MN пропорциональны. Найдите EF, если $AB = 5$ см, $CD = 80$ мм, $MN = 1$ дм.

8.3.18. (№967). Отрезки KP, MN и DO, AL пропорциональны. Найдите AL, если $KP = 8$ дм, $MN = 40$ см, $DO = 1$ м.

8.3.19. (№968). Даны два отрезка AB и EK. Точки C и M лежат соответственно на отрезках AB и EK. Отрезки AC, CB и EM, MK пропорциональны. Докажите, что $AB \cdot MK = CB \cdot EK$.

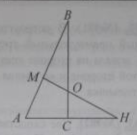
8.3.20. (№969). Даны два отрезка KP и EC. Точки M и L лежат соответственно на отрезках KP и EC. Отрезки KP, MP и EC, LC пропорциональны. Докажите, что $KM \cdot LC = MP \cdot EL$.

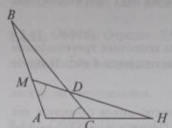
8.3.21. (№970). Поделить отрезок AB на 3 равные части, не проводя параллельных прямых.

8.3.22. (№971). Острый угол одного прямоугольного треугольника равен 43^0, а другого 47^0. Подобны ли эти треугольники?

8.3.23. (№972). В равнобедренном треугольнике угол при основании равен 62^0, в другом равнобедренном треугольнике угол при вершине равен 58^0. Подобны ли эти треугольники?

8.3.24. (№973). Какие из треугольников (см. рис.) подобны треугольнику ABC, если $AH \perp BC$, $MH \perp AB$?





8.3.25. (№974). Дано: $\angle AMH = \angle ACB$ (см. рис.). Подобны ли треугольники MBD и DCH?

8.3.26. (№975). Из вершин острых углов параллелограмм проведены высоты. Подобны ли получившиеся при этом треугольники?

8.3.27. (№976). Через вершины треугольника вне его проведены прямые, перпендикулярные последовательно каждой из его сторон. Будет ли треугольник, полученный пересечением этих прямых, подобен данному?

8.3.28. (№977). Биссектрисы внешних углов равнобедренного треугольника образуют треугольник. Будет ли он подобен данному?

8.3.29. (№978). Треугольники ABC и DEF подобны: $\angle A = \angle D$, $\angle C = \angle F$, $EF = 14$, $DF = 20$, $BC = 21$. Найдите AC.

8.3.30. (№979). Площади подобных треугольников равны 16 см^2 и 25 см^2. Одна из сторон первого треугольника равна 2 см. Найдите сходственную ей сторону второго треугольника.

8.3.31. (№980). Треугольники KPF и EMT подобны, причем $\frac{KP}{ME} = \frac{PF}{MT} = \frac{KF}{ET}$, $\angle F = 20^0$, $\angle E = 40^0$. Найдите остальные углы этих треугольников.

8.3.32. (№981). В остроугольный треугольник впишите равнобедренный прямоугольный треугольник так, чтобы вершина прямого угла лежала на стороне треугольника, а гипотенуза была параллельна этой стороне и ее концы располагались на двух других сторонах треугольника.

8.3.33. (№982). Две сходственные стороны подобных треугольников равны 2 см и 5 см. Площадь первого треугольника 8 см^2. Найдите площадь второго треугольника.

8.3.34. (№983). Периметры подобных треугольников относятся как $2:3$, сумма их площадей равна 260 см^2. Найдите площадь каждого треугольника.

8.3.35. (№984). Отрезок DE, непараллельный стороне AB треугольника ABC отсекает подобный ему треугольник DEC; $AD = 3$ см, $DC = 5$ см, $BC = 7$ см. Найдите CE.

8.3.36. (№985). Площади двух подобных треугольников равны 50 дм^2 и 32 дм^2, сумма их периметров равна 117 дм. Найдите периметр каждого треугольника.

8.3.37. (№986). Диагональ AC делит трапецию $ABCD$ на два подобных треугольника ABC и ACD, $BC = 4$ см, $AD = 9$ см. Найти AC.

8.3.38. (№987). Прямая DE, параллельная стороне AC треугольника ABC, отсекает от него треугольник DBE, стороны которого в три раза меньше сторон данного треугольника. Найдите площадь трапеции $ADEC$, если площадь треугольника ABC равна 27 см^2.

8.3.39. (№988). В трапеции $ABCD$ $(AD \parallel BC)$ AC — биссектриса угла A делит трапецию на два подобных треугольника ABC и ACD, $AB = 9$ см, $CD = 12$ см. Найдите периметр трапеции.

8.3.40. (№989). Прямая DE, параллельная стороне AC треугольника ABC, отсекает от него треугольник DBC, стороны которого в четыре раза меньше сторон данного треугольника. Найдите площадь треугольника ABC, если площадь трапеции $ADEC$ равна 30 см^2.

8.3.41. (№990). Отрезок BK $(K \in AC)$ разбивает треугольник ABC на два подобных треугольника ABK и KBC, причем $\frac{S_{ABK}}{S_{BKC}} = \frac{1}{3}$. Найдите углы треугольника.

8.3.42. (№991). Отрезок FP разбивает треугольник EFM на два подобных треугольника EFP и PFM, причем $\angle PFM = 60^0$. Площадь треугольника PFM равна 30 см^2. Найдите площадь треугольника EFM.

8.3.43. (№992). Две параллельные улицы пересечены двумя улицами, выходящими из одной точки A. Части параллельных улиц, заключенные между "лучевыми улицами", равны 0,75 км и 1,25 км. Трамвай идет по одной из лучевых улиц от точки A до первой параллельной улицы 15 мин. Сколько времени он при той же скорости будет идти по той же лучевой улице от первой до второй параллельной улицы?

8.3.44. (№993). Стороны угла A пересечены двумя параллельными прямыми BC и DE (через B и D обозначены точки на одной стороне угла). Определить AE, если $AB = 8$ м, $AD = 12$ м, и $AC = 10$ м.

8.3.45. (№994). Стороны угла A пересечены двумя параллельными прямыми BC и DE (через B и D обозначены точки на одной стороне угла). Определить AB, если $AB + AD = 21$ дм, $AC = 12$ дм, и $AE = 16$ дм.

8.3.46. (№995). Стороны угла A пересечены двумя параллельными прямыми BC и DE (через B и D обозначены точки на одной стороне угла). Определить AD, если $AC : AE = \frac{3}{11} : 0,6$ и $BD = 12$ дм.

8.3.47. (№996). В трапеции $ABCD$ боковые стороны AB и CD продолжены до взаимного пересечения в точке M. Определить отрезок CM, если $AB = 1$ м, $CD = 15$ дм и $BM = 8$ дм.

8.3.48. (№997). В трапеции $ABCD$ боковые стороны AB и CD продолжены до взаимного пересечения в точке M. Определить отрезок BM, если $AB = 1,2$ и $CD : CM = \frac{1}{6} : 0,25$.

8.3.49. (№998). В трапеции $ABCD$ боковые стороны AB и CD продолжены до взаимного пересечения в точке M. Определить отрезок CD, если $AB{:}BM = 17{:}9$ и $CD - CM = 1,6$ м.

8.3.50. (№999). BA и BD — отрезки одной стороны угла B; BC и BE — отрезки другой стороны его. Узнать, параллельны ли прямые AC и DE, если $BA : AD = 3 : 4$, $BC = 1,2$ м и $BE = 2,8$ м.

8.3.51. (№1000). BA и BD — отрезки одной стороны угла B; BC и BE — отрезки другой стороны его. Узнать, параллельны ли прямые AC и DE, если $BD : AD = 11 : 8,5$, $BC = \frac{5}{17} CE$.

8.3.52. (№1001). BA и BD — отрезки одной стороны угла B; BC и BE — отрезки другой стороны его. Узнать, параллельны ли прямые AC и DE, если $BA = \frac{7}{13} BD$, $BC = 2,8$ м, и $CE = 2$ м.

8.3.53. (№1002). Боковая сторона треугольника разделена на пять равных частей, и из точек деления проведены прямые, параллельные основанию. Основание равно 20 см. Определить отрезки параллельных прямых, заключенные между боковыми сторонами.

8.3.54. (№1003). В трапеции боковая сторона разделена на восемь равных частей, и из точек деления проведены прямые, параллельные основанию, до пересечения с другой боковой стороной. Основания трапеции равны 50 см и 30 см. Найти длины отрезков параллельных прямых между боковыми сторонами.

8.3.55. (№1004). Основания трапеции 1,8 м и 1,2 м; боковые стороны, равные 1,5 м и 1,2 м, продолжены до взаимного пересечения. Определить, на сколько они продолжены.

8.3.56. (№1005). На отрезке AB длиной 10 ед. взята точка M так, что $AM : BM = 2 : 3$. На продолжении AB за точку B найти такую точку N, чтобы $AN : BN = 3 : 1$, и определить длину каждого из образовавшихся отрезков.

8.3.57. (№1006). AB и BD — отрезки на одной стороне угла A; AC и EC — отрезки на второй его стороне. Будут ли параллельны прямые BC и DE, если известно, что $AC : EC = 0,5 : 0,75$; $AB = 1,5$; $BD = 2,5$.

8.3.58. (№1007). Через вершину B параллелограмма $ABCD$ проведена прямая, пересекающая продолжение стороны AD в точке F, а сторону CD в точке E. Определить отрезок DF, если сторона AD равна 5, а $BE : FE = 3 : 2$.

8.3.59. (№1008). Боковые стороны AD и BC трапеции $ABCD$ продолжены до из взаимного пересечения в точке M. Определить отрезок CM, если $AD : MD = \frac{1}{4} : 0,375$, $BC = 5$.

8.3.60. (№1009). Боковые стороны AD и BC трапеции $ABCD$ продолжены до из взаимного пересечения в точке M. Определить отрезок BC, если $MC = 4,5$, $AD : MD = \frac{1}{3} : 0,25$.

8.3.61. (№1010). В прямоугольном треугольнике ABC ($\angle C = 90^0$) $AB = 20$ см, $AC = 16$ см, AK — биссектриса. Найдите BC, BK, KC.

8.3.62. (№1011). В параллелограмме $ABCD$ диагонали пересекаются в точке O, $CD = 10$ см. Найдите периметр параллелограмма, если $\frac{BC}{CD} = \frac{AC}{OC}$.

8.3.63. (№1012). В треугольнике ABC точка K лежит на стороне AC. Площади треугольников ABK и KBC относятся как 1 : 3, $BC = 10$ см. Найдите AC, если $\frac{BC}{AC} = \frac{AK}{KC}$.

8.3.64. (№1013). Основание равнобедренного треугольника равно 18 мм, а биссектриса делит боковую сторону на отрезки, причём прилежащий к основанию равен 12 мм. Найдите периметр треугольника.

8.3.65. (№1014). Треугольник ABC прямоугольный ($\angle C = 90^0$). $D \in AC$ и $E \in AB$, причем $DE \parallel BC$ и $DE = DC$, $AE = 15$ мм, $EB = 20$ мм. Найдите периметр треугольника ABC.

8.3.66. (№1015). Треугольник ABC прямоугольный ($\angle C = 90^0$). $P \in AC$ и $K \in AB$, причем $PK \parallel BC$ и $PK = KB$, $AP = 5$ дм, $PC = 4$ дм. Найдите периметр треугольника ABC.

8.3.67. (№1016). В треугольнике ABC на стороне AC взята точка D. Докажите, что если $\frac{AC}{DC} > \frac{AB}{BC}$, то $\angle ABD > \angle DBC$.

8.3.68. (№1017). В треугольнике ABC на стороне AC взята точка D. Докажите, что если $\angle ABD > \angle DBC$, то $\frac{AD}{DC} > \frac{AB}{BC}$.

8.3.69. (№1018). Острые углы прямоугольного треугольника относятся как 1 : 2. Как относятся проекции его катетов на гипотенузу?

8.3.70. (№1019). Высота BM равнобедренной трапеции $ABCD$ делит диагональ AC пополам. В каком отношении она делит сторону AD?

8.3.71. (№1020). В равносторонний треугольник ABC вписан треугольник KLM, стороны которого соответственно перпендикулярны сторонам треугольника ABC. В каком соотношении точки K, L, M делят стороны треугольника ABC?

8.3.72. (№1021). Высота CD треугольника ABC делит медиану BM в отношении 3 : 1, считая от B. В каком отношении эта высота делит сторону AB?

8.3.73. (№1022). В треугольник вписан прямоугольник. Зная, что диагонали прямоугольника соответственно параллельны боковым сторонам треугольника, определить, в каком соотношении боковые стороны треугольника делятся вершинами прямоугольника.

8.3.74. (№1023). Высота треугольника делит основание в отношении 5 : 9. В каком отношении серединный перпендикуляр к основанию делит боковую сторону треугольника?

8.3.75. (№1024). Перпендикуляр AK делит медиану BM треугольника ABC в отношении 1 : 5, считая от M. В каком отношении серединный перпендикуляр к этой медиане делит стороны AB и BC?

8.3.76. (№1025). Медиана BM делит высоту AD треугольника ABC в отношении 3 : 1, считая от вершины. В каком отношении эта высота делит медиану BM?

8.3.77. (№1026). В треугольнике ABC проведены медианы AM и BK. Через середину BK проведена прямая, параллельная AM. В каком соотношении эта прямая и точка M делят сторону треугольника?

8.3.78. (№1027). В равнобедренном треугольнике основание меньше боковой стороны на 9,6 см, а биссектриса делит боковую сторону на отрезки, которые относятся как 3 : 5. Найдите периметр треугольника.

8.3.79. (№1028). В треугольнике ABC $AB = 8$ см, $BC = 9$ см, $AC = 2$ см. На сколько нужно продолжить сторону AC до пересечения с биссектрисой внешнего угла при вершине B?

8.3.80. (№1029). Стороны треугольника ABC ($\angle B$ — меньший из углов треугольника) равны 16 см, 20 см, 24 см. Найдите расстояние между точками пересечения биссектрисы угла B и биссектрисы внешнего угла при вершине B с меньшей стороной треугольника и ее продолжением.

8.3.81. (№1030). BD — биссектриса угла B в треугольнике ABC. Определить отрезки AD и DC, если $AB = 10$ м, $BC = 15$ м и $AC = 20$ м.

8.3.82. (№1031). BD — биссектриса угла B в треугольнике ABC. Определить сторону BC, если $AD : DC = 8 : 5$ и $AB = 16$ м.

8.3.83. (№1032). BD — биссектриса угла B в треугольнике ABC. Определить сторону AC, если $AB : BC = 2 : 7$ и $DC - AD = 1$ м.

8.3.84. (№1033). Угол треугольника, заключенный между сторонами в 9 см и 6 см, разделен пополам. Один из отрезков третьей стороны оказался равным одной из данных сторон. Определить третью сторону.

8.3.85. (№1034). D — точка на стороне BC в треугольнике ABC. Узнать, делит ли прямая AD угол A пополам, если $AB = 12$ м, $AC = 15$ см и $BD = 8$ см и $DC = 10$ см.

8.3.86. (№1035). D — точка на стороне BC в треугольнике ABC. Узнать, делит ли прямая AD угол A пополам, если $AB = 12$ м, $AC = 56$ м и $BD : DC = 14 : 3$.

8.3.87. (№1036). D — точка на стороне BC в треугольнике ABC. Узнать, делит ли прямая AD угол A пополам, если $AB = \frac{5}{11} AC$, $BD = 2$ м и $DC = 4{,}5$ м.

8.3.88. (№1037). D — точка на стороне BC в треугольнике ABC. Узнать, делит ли прямая AD угол A пополам, если $AB = 6$ м, $AC = 28$ м и $BD = \frac{3}{17} BC$.

8.3.89. (№1038). В треугольник ABC вписан ромб $ADEF$ так, что вершины D, E, F лежат соответственно на сторонах AB, BC и AC. Определить отрезки BE и EC, если $AB = 14$ см, $BC = 12$ см и $AC = 10$ см.

8.3.90. (№1039). (Устно.) Биссектриса прямого угла треугольника делит гипотенузу на части в отношении 2 : 5. В каком отношении высота делит гипотенузу?

8.3.91. (№1040). Какие треугольники можно разбить прямой на два подобных треугольника?

8.3.92. (№1041). Катеты одного прямоугольного треугольника равны 1,8 см и 0,8 см, другого 2,7 см и 1,2 см. Подобны ли эти треугольники?

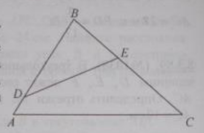
8.3.93. (№1042). В треугольнике ABC сторона $AB = 15$ см и $AC = 10$ см; AD — биссектриса угла A; из точки D проведена прямая, параллельная AB, до пересечения с AC в точке E. Определить AE, EC и DE.

8.3.94. (№1043). Две стороны треугольника поделены в равном соотношении и полученные точки соединены. Подобны ли данный и полученный треугольники?

8.3.95. **(№1044).** В равнобедренном треугольнике ABC сторона $AC=b$; сторона $BA=BC=a$; AN и CM — биссектрисы углов A и C. Определить длину MN.

8.3.96. **(№1045).** В треугольнике ABC даны стороны a, b и c. BD — биссектриса угла B; O — точка пересечения BD и биссектрисы угла C. Требуется определить отношение $OD:OB$.

8.3.97. **(№1046).** В треугольнике ABC $AB=12$ см, $BC=15$ см. На стороне AB отложен отрезок $AD=2$ см, на стороне BC — отрезок $BE=8$ см. Точки D и E соединены. Подобны ли треугольники ABC и BDE?



8.3.98. **(№1047).** В разностороннем треугольнике ABC проведены медианы AE и BD, пересекающиеся в точке M. Точки D и E соединены. Подобны ли треугольнике ABM и DME?

8.3.99. **(№1048).** В разностороннем треугольнике ABC проведены медианы AE и BD, пересекающиеся в точке M. Точки D и E соединены. Подобны ли треугольнике AMD и BME?

8.3.100. **(№1049).** Каждую сторону треугольника увеличили на 5 см. Из полученных отрезков построили новый треугольник. Подобен ли он данному?

8.3.101. **(№1050).** Соответствующие стороны двух подобных треугольников попарно сложили и из полученных трех отрезков построили новый треугольник. Подобен ли полученный треугольник данным?

8.3.102. **(№1051).** Равен ли коэффициент подобия двух подобных треугольников отношению биссектрис их соответствующих углов?

8.3.103. **(№1052).** Пропорциональны ли соответствующие медианы подобных треугольников их соответствующим сторонам?

8.3.104. **(№1053).** В остроугольном треугольнике основания двух высот соединены отрезком. Подобен ли отсекаемый этим отрезком треугольник данному?

8.3.105. **(№1054).** Изменится ли ответ в предыдущей задаче, если треугольник будет тупоугольным?

8.3.106. **(№1055).** Сумма сходственных высот двух подобных треугольников равна 36, коэффициент подобия треугольников равен 2. Определить высоты.

8.3.107. **(№1056).** Существуют ли подобные треугольники, у которых отношения двух сторон одного треугольника равно отношению квадратов соответствующих сторон другого?

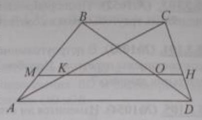
8.3.108. **(№1057).** Прямая, параллельная общему основанию двух равновеликих треугольников, отсекает от каждого из них новый треугольник. Равновелики ли полученные треугольники?

8.3.109. **(№1058).** Через середины отрезков, соединяющих центр массы треугольника с его вершинами, проведены прямые, параллельные противоположным сторонам треугольника. Равен ли полученный треугольник данному?

8.3.110. **(№1059).** Точки, делящие каждую из сторон треугольника на три равные части, последовательно через две соединены отрезками. Пересекутся ли эти отрезки в одной точке? Что это за точка?

8.3.111. **(№1060).** Две биссектрисы треугольника при пересечении делятся в одинаковом соотношении. Каков вид данного треугольника?

8.3.112. **(№1061).** Прямая, параллельная основаниям трапеции $ABCD$, пересекает ее боковые стороны в точках M и H, а диагонали — в точках K и O. Равны ли отрезки MK и OH? Для каждой ли трапеции справедливо, что $\frac{MK}{BC}+\frac{KH}{AD}=1$?



8.3.113. **(№1062).** Прямые соединяют середины оснований трапеции с ее вершинами. Точки пересечения этих прямых соединены отрезком. Параллелен ли этот отрезок основаниям трапеции?

8.3.114. **(№1063).** Середины оснований трапеции соединены отрезками прямых с ее вершинами. Сравнить площади треугольников, вершины которых — точки пересечения проведенных отрезков, а основания — боковые стороны трапеции.

8.3.115. **(№1064).** Прямая, параллельная диагонали BD трапеции $ABCD$ (основание AD больше BC), пересекает диагональ AC в точке K, а стороны AB и AD — соответственно в точках M и H. Могут ли быть равными отрезки MK и KH?

8.3.116. **(№1065).** Два подобных треугольника равновелики? Равны ли они?

8.3.117. **(№1066).** Можно ли вписать окружность в два неравных, но подобных треугольника?

8.3.118. **(№1067).** В квадрате $ABCD$ точка E — середина стороны AB, а точка M — середина BC. Отрезки CE и DM пересекаются в точке K. Как зависит площадь треугольника KMC от площади квадрата?

8.3.119. **(№1068).** Стороны треугольника равны 51 см, 85 см и 104 см. Проведена окружность, которая касается обеих меньших сторон, а центр имеет на большей стороне. На какие части бо́льшая сторона делится центром?

8.3.120. **(№1069).** В равнобедренном треугольнике высота равна 20 см, а основание относится к боковой стороне, как 4 : 3. Определить радиус вписанного круга.

8.3.121. **(№1070).** В треугольнике ABC сторона AC делится биссектрисой внутреннего угла B на отрезки $AD=12$, $CD=3$. Найти радиус окружности с центром на прямой AC, проходящей через точки B и D.

8.3.122. **(№1071).** Углы A и B треугольника ABC соответственно равны 30^0 и 50^0. Доказать, что стороны треугольника связаны соотношением $a=\frac{c^2-b^2}{b}$, где a, b, c — стороны треугольника.

8.3.123. **(№1072).** Через один конец хорды, общей для двух пересекающихся окружностей, проведены касательные к этим окружностям, а другой конец хорды соединен отрезками с точками пересечения касательных с окружностями. Подобны ли образованные при этом треугольники?

8.3.124. **(№1073).** В равнобедренном треугольнике центр вписанного круга делит высоту в отношении 12 : 5, а боковая сторона равна 60 см. Определить основание.

8.3.125. **(№1074).** В равнобедренном треугольнике радиус вписанного круга составляет $\frac{2}{7}$ высоты, а периметр этого треугольника равен 56 см. Определить его стороны.

8.3.126. **(№1075).** Хорда $AB = 15$ м, хорда $AC = 21$ м и хорда $BC = 24$ м. Точка D — середина дуги CB. На какие части BE и EC делится хорда BC прямой AED?

8.3.127. **(№1076).** Дан треугольник ABC, в котором угол B тупой. Построена окружность, касающаяся сторона AB и BC, имеющая центр O на стороне AC. Найти отношение $AO : OC$, если $AB = 20$, $BC = 30$.

8.3.128. **(№1077).** В окружность O вписан равнобедренный треугольник ABC, боковая сторона которого равна 10, а высота, опущенная из вершины C на основание равна 6. Найти отрезки, на которые делится боковая сторона треугольника биссектрисой угла при основании, и радиус окружности.

8.3.129. **(№1078).** Доказать, что в треугольнике ABC, у которого разность углов при основании AB равна прямому углу, биссектрисы внутреннего и внешнего углов при вершине C равны.

8.3.130. **(№1079).** Острый угол параллелограмма $ABCD$ равен 60^0. Вне его на больших сторонах построены равносторонние треугольники BCM и ADH, в результате чего получился параллелограмм $AMCH$. Подобны ли параллелограммы $AMCH$ и $ABCD$?

8.3.131. **(№1080).** Короткое плечо шлагбаума имеет длину 0,75 м, а длинное плечо — 3,75 м. Как высоко поднимается конец длинного плеча, когда конец короткого опускается на 0,5 м? (Сделать чертеж).

8.3.132. **(№1081).** Через точку P, данную внутри или вне угла MAN, провести прямую так, чтобы части ее заключенные между этой точкой и сторонами угла, имели данное отношение $m : n$. (Рассмотреть особо случай $m = n$).

8.3.133. **(№1082).** Найти геометрическое место точек, расстояния которых от сторон данного угла имеют одно и то же отношение $m : n$.

8.3.134. **(№1083).** Найти в треугольнике такую точку, чтобы перпендикуляры, опущенные из нее на стороны, находились в данном отношении $m : n : p$.

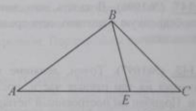
8.3.135. **(№1084).** У четырехугольной площадки земли измеряли длину всех сторон. Достаточно ли этого, чтобы начертить план этой площадки?

8.3.136. **(№1085).** Соотношение диагоналей двух параллелограммов равны. Подобны ли эти параллелограммы?

8.3.137. **(№1086).** Стороны одного прямоугольника равны 10 см и 6 см, стороны другого прямоугольника — 5 см и 4 см. Подобны ли эти прямоугольники?

8.3.138. **(№1087).** Внутри прямоугольника со сторонами 24 см и 16 см размещен другой прямоугольник, стороны которого удалены от сторон данного прямоугольника на 2 см. Подобны ли эти прямоугольники? Будут ли подобными треугольники, построенные таким способом?

8.3.139. **(№1088).** На рисунке ΔBEC подобен ΔABC. $AE = 16$ см, $CE = 9$ см. Углы ABC и BEC тупые. Найдите длину стороны BC.



8.3.140. **(№1089).** Через вершину A параллелограмма $ABCD$ проведена прямая, пересекающая сторону BC в точке E, а продолжение стороны DC в точке F. Докажите что треугольники ABE и EFC подобны.

8.3.141. **(№1090).** В треугольниках ABC и $A_1B_1C_1$ $\angle B_1 = \angle C$, $\angle B = \angle A_1$, $AC = 2$, $B_1C_1 = 4$, A_1C_1 больше, чем AB на 2,2, $A_1B_1 = 2{,}8$. Найдите неизвестные стороны треугольников.

8.3.142. **(№1091).** Через вершину C параллелограмма проведена прямая, пересекающая сторону AD в точке E, а продолжение стороны BA — в точке F. Докажите, что треугольники ECD и FBC подобны.

8.3.143. **(№1092).** (Устно.) Подобны ли четырехугольники, если стороны одного пропорциональны сторонам другого?

8.3.144. **(№1093).** (Устно.) Установить несколько признаков подобия двух прямоугольников, двух ромбов, двух параллелограммов.

8.3.145. **(№1094).** (Устно.) Можно ли пересечь две стороны треугольника прямой, не параллельной третьей, так, чтобы образовался треугольник, ему подобный?

8.3.146. **(№1095).** Катеты прямоугольного треугольника равны 5 и 12. К гипотенузе в ее середине восстановлен перпендикуляр, пересекающий продолжение меньшего катета. Определить длину отрезка перпендикуляра, расположенного внутри треугольника.

8.3.147. **(№1096).** Доказать, что диаметр окружности, вписанной в равнобедренную трапецию, есть средняя пропорциональная между ее основаниями.

8.3.148. **(№1097).** Точки, делящие каждую из диагоналей прямоугольника на три равные части, последовательно соединены отрезками. Подобен ли построенный четырехугольник данному?

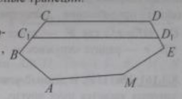
8.3.149. **(№1098).** Один угол ромба равен 35^0, угол другого ромба равен 145^0. Подобны ли эти ромбы?

8.3.150. **(№1099).** Можно ли на данном отрезке, как на стороне, построить два неравных, но подобных ромба?

8.3.151. **(№1100).** Подобны ли равнобокие трапеции, у которых угол при основании общий?

8.3.152. **(№1101).** Сравнить длину средней линии трапеции с отрезком прямой, делящей ее на две подобные трапеции.

8.3.153. **(№1102).** Подобны ли многоугольники $ABCDEM$ и ABC_1D_1EM, если $C_1D_1 \parallel CD$?



8.3.154. **(№1103).** Доказать, что две трапеции подобны, если соответственные стороны этих трапеций пропорциональны.

8.3.155. **(№1104).** Из точки S, расположенной вне окружности, проведены две секущие SAB и SDE. Доказать, что $\frac{BS}{DS} = \frac{ES}{AS}$, где A, B, D и E — точки пересечения секущих с окружностью.

8.3.156. **(№1105).** Доказать, что высоты параллелограмма обратно пропорциональны соответствующим им сторонам.

8.3.157. **(№1106).** На боковой стороне AB трапеции $ABCD$ взята произвольная точка E, которая соединена с C и D. Проведена $AH \parallel EC$. B и H соединены отрезком. Параллельны ли BH и ED?

8.3.158. **(№1107).** Высота прямоугольного треугольника, опущенная из вершины прямого угла на гипотенузу, делит прямой угол в отношении 1 : 2. Доказать, что гипотенуза делится основанием высоты в отношении 1 : 3.

8.3.159. **(№1108).** Диагонали AC и BD трапеции $ABCD$ пересекаются в точке O. Определить основания трапеции, если ее средняя линия равна 24, а $AO : CO = 3 : 1$.

8.3.160. (№1109). На окружности O, в которой проведены два перпендикулярных диаметра AB и CD взята точка P. Прямая BP пересекает продолжение диаметра CD в точке E. Доказать, что $OF \cdot OE = r^2$, где F — точка пересечения хорды AP с диаметром CD, r — радиус окружности.

8.3.161. (№1110). В данный угол вписаны три окружности, средняя из которых касается двух других. Доказать, что радиус средней окружности является средней пропорциональной величиной между радиусами крайних окружностей.

8.3.162. (№1111). Радиус окружности равен 8, хорда AB равна 12. В точке A проведена касательная, а из точки B — хорда, параллельная касательной. Определить расстояние между касательной и хордой.

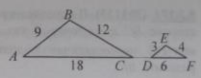
8.3.163. (№1112). В окружность вписан четырехугольник $ABCD$. Доказать, что если касательные к окружности в вершинах A и C четырехугольника пересекаются на продолжении его диагонали BD, то $\frac{AB}{AD} = \frac{BC}{DC}$.

8.3.164. (№1113). Две окружности пересекаются в точках A и B. Через точку A проведены к окружностям касательные, пересекающие окружности в точках D и C. Доказать что $\frac{AC^2}{AD^2} = \frac{BC}{DC}$.

8.3.165. (№1114). Угол C треугольника ABC равен 120^0. Доказать, что биссектриса этого угла треугольника равна $\frac{ab}{a+b}$ (a и b — стороны, заключающие данный угол).

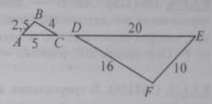
8.3.166. (№1115). Доказать, что радиус окружности, проходящей через середины сторон треугольника, равен половине радиуса окружности, описанной около этого треугольника.

8.3.167. (№1116). Докажите, что треугольники, изображенные на рисунке, подобны, и выясните взаимное положение прямых AB и DE.



8.3.168. (№1117). Дан параллелограмм $ABCD$. Точки E, F, M, N принадлежат соответственно сторонам AB, BC, CD, AD, $\frac{EB}{BF} = \frac{DM}{DN}$. Докажите, что $\angle BEF = \angle NMD$.

8.3.169. (№1118). Докажите, что треугольники, изображенные на рисунке, подобны, и выясните взаимное положение прямых BC и DF.



8.3.170. (№1119). Дана трапеция $ABCD$, причем стороны BC и AD параллельны; O — точка пересечения диагоналей; $BO : OD = 0{,}3 : \frac{2}{3}$; средняя линия трапеции равна 29 см. Определить основания и отношение $AO : OC$.

8.3.171. (№1120). В трапеции $ABCD$ (где $BC \parallel AD$) с диагональю BD углы ABD и BCD равны; $BC = 10$ см, $DC = 15$ см, $BD = 20$ см. Определить AB и AD.

8.3.172. (№1121). В трапеции $ABCD$ с диагональю AC углы ABC и ACD равны. Определить диагональ AC, если основания BC и AD соответственно равны 12 см и 27 см.

8.3.173. (№1122). Основания трапеции относятся, как 5:9, а одна из боковых сторон равна 16 см. На сколько над ее продолжить, чтобы она встретилась с продолжением другой боковой стороны?

8.3.174. (№1123). В параллелограмме $ABCD$ сторона $AB = 420$ м. На стороне BC взята точка E так, что $BE : EC = 5 : 7$, и проведена прямая DE, пересекающая продолжение AB в точке F. Требуется определить BF.

8.3.175. (№1124). $ABCD$ — данный параллелограмм; F — точка на продолжении стороны AB; E — точка пересечения DF и AC. Определить BF, если $AE : EC = m : n$ и $AB = a$.

8.3.176. (№1125). $ABCD$ — данный параллелограмм. Через точку пересечения его диагоналей проведена перпендикулярная к BC прямая, которая пересекает BC в точке E, а продолжение AB — в точке F. Определить BE, если $AB = a$, $BC = b$ и $BF = c$.

8.3.177. (№1126). В треугольник вписан параллелограмм, угол которого совпадает с углом треугольника. Стороны треугольника, заключающие этот угол, равны 20 см и 25 см, а параллельные им стороны параллелограмма относятся, как 6 : 5. Определить стороны этого параллелограмма.

8.3.178. (№1127). В треугольник ABC вписан ромб $ADEF$ так, что угол A у них общий, а вершина E находится на стороне BC. Определить сторону ромба, если $AB = c$ и $AC = b$.

8.3.179. (№1128). Стороны одного пятиугольника равны 35 см, 14 см, 28 см, 21 см и 42 см; меньшая сторона подобного ему пятиугольника равна 12 см. Определить остальные стороны его.

8.3.180. (№1129). Стороны одного четырехугольника относятся между собой, как $1 : \frac{1}{2} : \frac{2}{3} : 2$; периметр подобного ему четырехугольника равен 75 м. Определить стороны второго четырехугольника.

8.3.181. (№1130). Стороны одного четырехугольника равны 10 дм, 15 дм, 20 дм и 25 дм; в подобном ему четырехугольнике сумма наибольшей и наименьшей сторон равна 28 дм. Определить стороны второго четырехугольника.

8.3.182. (№1131). Наибольшие стороны двух подобных многоугольников равны 35 м и 14 м, а разность их периметров равна 60 м. Определить периметры.

8.3.183. (№1132). Верно ли, что два равнобедренных треугольника подобны, если их бóльшие углы конгруэнтны?

8.3.184. (№1133). Подобны ли равнобедренные треугольники, если у одного из них угол между конгруэнтными сторонами 52^0, а у другого угол при основании 64^0?

8.3.185. (№1134). Соответствующие стороны двух треугольников параллельны. Подобны ли эти треугольники?

8.3.186. (№1135). Стороны двух треугольников соответственно перпендикулярны. Подобны ли эти треугольники?

8.3.187. (№1136). Доказать, что диагонали трапеции, пересекаясь, делятся на части, пропорциональные прилежащим основаниям трапеции.

8.3.188. (№1137). Основания трапеции $BC = 20$ см, $AD = 30$ см; длины диагоналей 41 см и 24 см. Диагонали пересекаются в точке O. Найти периметры треугольников BCO и ADO.

8.3.189. (№1138). В треугольнике ABC $AB = 12$, $AC = 15$. На этих сторонах взяты точки D и E так, что $BD = 2$, $CE = 7$. Подобны ли треугольники ABC и ADE?

<u>8.3.190.</u> (№1139). На одной из сторон угла O взяты точки A и B так, что $OA=12$, $AB=3$, а на другой — точки K и M так, что $OK=10$, $KM=8$, причем A лежит между O и B, а K — между O и M. Подобны ли треугольники OAM и OBK?

<u>8.3.191.</u> (№1140). В треугольниках ABC и $A_1B_1C_1$ BD и B_1D_1 — медианы, $\angle A=\angle A_1$, $\angle BDA=\angle B_1D_1A_1$. Докажите, что треугольник BDC подобен треугольнику $B_1D_1C_1$.

<u>8.3.192.</u> (№1141). В треугольнике ABC $AB=4$, $BC=6$, $AC=9$. Точка E лежит на стороне BC. Внутри треугольника взята точка M так, что $MB=1\frac{7}{9}$, $ME=2\frac{2}{3}$, $CE=2$. Докажите, что $ME \parallel AC$.

<u>8.3.193.</u> (№1142). В треугольниках ABC и $A_1B_1C_1$ BE и B_1E_1 — биссектрисы, $\angle B=\angle B_1$, $\frac{AC}{EC}=\frac{A_1E_1}{E_1C_1}$. Докажите, что треугольник ABE подобен треугольнику $A_1B_1E_1$.

<u>8.3.194.</u> (№1143). В треугольнике ABC $AB=4$, $BC=6$, $AC=7$. Точка E лежит на стороне AB. Внутри треугольника взята точка M так, что $MB=5\frac{1}{4}$, $ME=4\frac{1}{2}$, $AE=1$. Прямая BM пересекает AC в точке P. Докажите, что ΔAPB равнобедренный.

<u>8.3.195.</u> (№1144). В трапеции $ABCD$ основания $AD=a$, $BC=b$, боковая сторона $AC=\sqrt{ab}$. Докажите, что $\angle BAC=\angle ADC$.

<u>8.3.196.</u> (№1145). В четырехугольниках $ABCD$ и $A_1B_1C_1D_1$ $\angle BAC = \angle B_1A_1C_1$, $\angle ADB=\angle A_1D_1B_1$, $\angle CAD=\angle C_1A_1D_1$ и $\angle ACD=\angle A_1C_1D_1$. Докажите, что треугольник ABC подобен треугольнику $A_1B_1C_1$.

<u>8.3.197.</u> (№1146). В треугольнике ABC точка D лежит на стороне AC, $DC=a$, $AC=b$, $BC=\sqrt{ab}$. Докажите, что $\angle BAC = =\angle DBC$.

<u>8.3.198.</u> (№1147). В четырехугольниках $ABCD$ и $A_1B_1C_1D_1$ диагонали пересекаются в точках O и O_1, причем $AO=OC$ и $A_1O_1=O_1C_1$, $\angle AOD=\angle A_1O_1D_1$ и $\angle ADO=\angle A_1D_1O_1$, $\angle ABO=\angle A_1B_1O_1$. Докажите, что треугольник ABC подобен треугольнику $A_1B_1C_1$.

<u>8.3.199.</u> (№1148). Внутри треугольника ABC взята точка D и соединена с его вершинами A и B. На стороне BC вне его построен треугольник BCE так, что $\angle EBC=\angle BAD$. Докажите, что треугольники DBE и ABC подобны.

<u>8.3.200.</u> (№1149). В треугольнике ABC $BC=a$, $AC=b$, $AB=c$. Докажите, что если $a^2=bc+b^2$, то $\angle A=2\angle B$.

<u>8.3.201.</u> (№1150). B — середина отрезка AC. Точки D и E находятся по одну сторону от прямой AC, причем $\angle ADB=\angle EBC$ и $\angle DAB=\angle BCE$. Докажете, что $\angle BDE=\angle ADB$.

<u>8.3.202.</u> (№1151). $ABCD$ — параллелограмм. На сторонах AB, BC, CD и DA отмечены соответственно точки M, K, T, P, причем $\frac{AM}{CT}=\frac{AP}{CK}=\frac{1}{2}$. MT и KP пересекаются в точке E. В каком отношении эта точка делит отрезок MT?

<u>8.3.203.</u> (№1152). $ABCD$ — данная трапеция, причем $BC \parallel AD$; O — точка пересечения диагоналей; $AO=8$ см, $OC=1$ дм и $BD=27$ см. Определить OB и OD.

<u>8.3.204.</u> (№1153). CD и BE — высоты остроугольного треугольника ABC. Доказать, что треугольники ABC и ADE подобны.

<u>8.3.205.</u> (№1154). Отрезки AB и CD пересекаются в точке O, $\frac{AO}{OB}=\frac{DO}{OC}$. Докажите, что $\angle CBO=\angle DAO$.

<u>8.3.206.</u> (№1155). Доказать, что отрезок прямой, лежащий внутри трапеции и проходящий через точку пересечения ее диагоналей параллельно основаниям, делится этой точкой пополам.

<u>8.3.207.</u> (№1156). Три прямые исходят из одной точки. Доказать, что если по одной из них движется какая-либо точка, то расстояния ее от двух других прямых сохраняют одно и то же отношение.

<u>8.3.208.</u> (№1157). Точки M и N являются серединами сторон AB и CD параллелограмма $ABCD$. Отрезки DM и BN пересекаются диагональю AC соответственно в точках A_1 и C_1, а отрезки AN и MC пересекают вторую диагональ в точках D_1 и B_1. Доказать, что четырехугольник $A_1B_1C_1D_1$ есть параллелограмм, подобный и подобно расположенный данному, причем отношение их соответствующих сторон равно $\frac{1}{3}$.

<u>8.3.209.</u> (№1158). Основание AB и высота CD равнобедренного треугольника ABC соответственно равны 3 и 4. Через вершины A и B и середину O высоты CD треугольника проведены прямые, пересекающие боковые стороны в точках K и L. Вычислить площадь треугольника CKL.

<u>8.3.210.</u> (№1159). Прямоугольники вписаны в треугольник так, что две вершины каждого прямоугольника лежат на его основании, а две другие — на боковых сторонах. Доказать, что если периметры вписанных прямоугольников равны, то $c=h_c$.

<u>8.3.211.</u> (№1160). Доказать, что если площади двух прямоугольных треугольников относятся как квадраты их гипотенуз, то треугольники подобны.

<u>8.3.212.</u> (№1161). Из произвольной точки D, взятой на основании AB треугольника ABC, проведены две прямые, параллельные сторонам BC и AC, пересекающие их соответственно в точках F и K. Доказать, что сумма длин окружностей, описанных около треугольников ADK и DBF, равна длине окружности, описанной около треугольника ABC.

<u>8.3.213.</u> (№1162). Доказать, что если через точку, взятую внутри окружности, Провести две пересекающиеся хорды, то произведение отрезков одной из них равно произведению отрезков другой.

<u>8.3.214.</u> (№1163). В окружность вписан четырехугольник, произведения противоположных сторон которого равны. Доказать, что касательные, проведенные в двух противоположных вершинах четырехугольника, пересекутся на прямой, проведенной через вторую пару противоположных вершин (или параллельны ей).

<u>8.3.215.</u> (№1164). Доказать, что произведение двух сторон треугольника равно произведению диаметра описанной около него окружности и высоты, опущенной на третью сторону.

<u>8.3.216.</u> (№1165). Доказать, что во всяком четырехугольнике со взаимно перпендикулярными диагоналями, вписанном в окружность, сумма квадратов каждой пары противоположных сторон равна квадрату диаметра этой окружности.

<u>8.3.217.</u> (№1166). В треугольнике ABC через точку P, лежащую на стороне BC, проведены прямые, пересекающие стороны AB и AC соответственно в точках Q и R и параллельный AC и AB. Докажите, что $PQ\cdot PR=BQ\cdot CR$.

8.3.218. (№1167). Диагонали трапеции $ABCD$ пересекаются в точке O. Площади треугольников BOC и AOD относятся как $1:9$. Сумма оснований BC и AD равна 4,8 см. найдите основания трапеции.

8.3.219. (№1168). На продолжении сторон DC (за точку C) и BA (за точку A) параллелограмма $ABCD$ взяты соответственно точки K и E. KE пересекает сторону BC в точке M, а сторону AD — в точке F. Докажите, что $AE \cdot MC = KC \cdot AF$.

8.3.220. (№1169). Диагонали трапеции $ABCD$ пересекаются в точке O. Периметры треугольников BOC и AOD относятся как $2:3$, $AC = 20$. Найти длины отрезков AO и OC.

8.3.221. (№1170). В остроугольном треугольнике ABC BD и AE — высоты. Докажите, что $DC \cdot AC = EC \cdot BC$.

8.3.222. (№1171). В трапеции $ABCD$ (AD и BC — основания) точка K лежит на стороне CD, причем $CK : KD = 1 : 2$. AK пересекает BD в точке O. Докажите, что если $BC : AD = 1 : 2$, то $BO = OD$.

8.3.223. (№1172). В остроугольном треугольнике ABC его высоты BD и AE пересекаются в точке O. Докажите, что $BO \cdot OD = AO \cdot OE$.

8.3.224. (№1173). В трапеции $ABCD$ ($AD \parallel BC$) точка M лежит на стороне CD, причем $CM : MD = 2:3$, $AB = AD$, $BC : AD = 1:3$. Докажите, что $BD \perp AM$.

8.3.225. (№1174). В треугольнике ABC угол A в два раза больше угла B, $BC = a$, $AC = b$, $AB = c$. Докажите, что $a^2 = bc + b^2$.

8.3.226. (№1175). В треугольнике ABC на сторонах AB и BC выбраны соответственно точки D и E. CD и AE пересекаются в точке O. $S_{ADO} = S_{CEO} = 8$, $S_{DOE} = 4$. Найдите площадь треугольника ABC.

8.3.227. (№1176). Катеты прямоугольного треугольника ACB ($\angle C = 90^0$) $BC = a$, $AC = b$, $E \in AB$, причем $AE : EB = 1 : 2$. Докажите, что $CE = \dfrac{\sqrt{4b^2 + a^2}}{3}$.

8.3.228. (№1177). В треугольнике ABC точки D и E лежат соответственно на сторонах AB и BC, AE и CD пересекаются в точке O, $S_{ADC} = S_{AEC}$, $S_{ODE} = 2$, $S_{AOC} = 8$. Найдите площадь треугольника ABC.

8.3.229. (№1178). В концах диаметра AB окружности O проведены касательные. Касательная, проведенная в произвольной точке N этой окружности, пересекает первые две касательные и диаметр соответственно в точках K, L и M. Доказать, что $\dfrac{KM}{LM} = \dfrac{KN}{LN}$.

8.3.230. (№1179). Две окружности пересекаются в точках A и B. Касательные к окружностям в точке A пересекают окружности в точках M и N. Доказать, что середины хорд AM и AN и точки A и B принадлежат одной окружности.

8.3.231. (№1180). Углы B и D четырехугольника $ABCD$ прямые. Из точки M, взятой на диагонали AC, проведены прямые MP и MQ, соответственно перпендикулярные прямым BC и AD. Доказать, что $\dfrac{MP}{AB} + \dfrac{MQ}{CD} = 1$.

8.3.232. (№1181). Определить высоту, опущенную на боковую сторону равнобедренного треугольника, если боковая сторона и основание соответственно равны 10 и 12.

8.3.233. (№1182). Из точки K, делящей пополам дугу AB окружности O, проведена произвольная хорда, пересекающая хорду AB. Доказать, что произведение секущей хорды на ее отрезок от точки K до точки пересечения с хордой AB равно квадрату хорды AK.

8.3.234. (№1183). Диаметр AB данной окружности продолжен за точку B. Через точку C, расположенную на продолжении этого диаметра, проведена прямая CD перпендикулярно AB. Доказать, что если произвольную точку M перпендикуляра CD соединить с точкой A и обозначить через A_1 вторую точку пересечения прямой AM с окружностью, то произведение $AA_1 \cdot AM$ имеет постоянное значение.

8.3.235. (№1184). В равнобедренный треугольник ABC с основанием AB вписана окружность с центром O. Определить отношение отрезков высоты треугольника, проведенной из вершины C, на которые она делится точкой O, если $BC = 30$, $AB = 48$.

8.3.236. (№1185). Доказать, что квадрат биссектрисы треугольника равен разности между произведением заключающих ее сторон и произведением отрезков третьей стороны, на которые сторона делится биссектрисой.

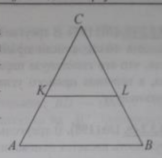
8.3.237. (№1186). В произвольной точке D гипотенузы AB прямоугольного треугольника ABC восставлен к ней перпендикуляр, пересекающий катет BC в точке E, а продолжение катета AC — в точке K. Доказать, что $AD \cdot BC = DK \cdot DE$.

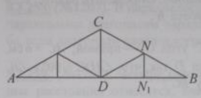
8.3.238. (№1187). Доказать, что для всякого треугольника радиус описанной окружности равен частному от деления произведения сторон треугольника на его учетверенную площадь.

8.3.239. (№1188). Одна из двух взаимно перпендикулярных хорд окружности равная 9, делится второй хордой на две части в отношении 1 : 2. Найти расстояние каждой хорды от центра окружности и площадь соответствующего ей круга, если один отрезок второй хорды равен 2.

8.3.240. (№1189). Паркетная плитка, имеющая форму ромба с диагоналями 30 и 40, окаймлена рамкой, площадь которой равна площади плитки. Определить ширину рамки.

8.3.241. (№1190). Какой длины должна быть поднога стропильной фермы, если длина стропильной ноги равна 10, а длина ригеля составляет $\frac{5}{8}$ от длины затяжки (AB — затяжка, KL — ригель, AC — стропильная нога, AK — поднога).





8.3.242. (№1191). Пролет треугольной строительной фермы AB равен d, а уклон $\frac{CD}{BD}$ равен $\frac{1}{3}$. Определить длину раскоса DN, если известной, что $DN = BN$.

8.3.243. (№1192). Прямая, проведенная через вершину ромба вне его, отсекает на продолжениях двух сторон отрезки p и q. Определить сторону ромба.

8.3.244. (№1193). Вписать квадрат в данных сегмент так, чтобы одна его сторона лежала на хорде, а концы противоположной стороны — на дуге.

8.3.245. (№1194). В треугольник с основанием a и высотой h вписан квадрат так, что две его вершины лежат на основании треугольника, а другие две — на боковых сторонах. Вычислить сторону квадрата.

8.3.246. (№1195). В данный треугольник вписать прямоугольник, у которого стороны относились бы, как $m : n$.

8.3.247. (№1196). В треугольник, основание которого равно 48 см, а высота 16 см, вписан прямоугольник с отношением сторон 5 : 9, причем большая сторона лежит на основании треугольника. Определить стороны прямоугольника.

8.3.248. (№1197). В треугольник, у которого основание равно 30 см, а высота 10 см, вписан прямоугольный равнобедренный треугольник так, что его гипотенуза параллельна основанию данного треугольника, а вершина прямого угла лежит на этом основании. Определить гипотенузу.

8.3.249. (№1198). В треугольник вписан полукруг, у которого полуокружность касается основания, а диаметр (с концами на боковых сторонах треугольника) параллелен основанию. Определить радиус, если основание треугольника равно a, а высота h.

8.3.250. (№1199). В треугольнике ABC угол C — прямой; $AC = 6$ см, $BC = 12$ см. На стороне BC взята точка D так, что $\angle ADC = 90^0 - \angle B$. На какие части точка D делит сторону BC?

8.3.251. (№1200). В треугольнике ABC даны стороны: $BC = 16$ м и $AC = 12$ м и сумма соответствующих высот $AD + BE = 14$ м. Определить AD и BE.

8.3.252. (№1201). Стороны параллелограмма равны 2 м и 16 дм; расстояние между большими сторонами равно 8 дм. Определить расстояние между меньшими сторонами.

8.3.253. (№1202). Периметр параллелограмма равен 48 см, а его высоты относятся, как 5 : 7. Определить соответствующие им стороны.

8.3.254. (№1203). Определить длину хорды, если дан радиус r и расстояние a от одного конца хорды до касательной, проведенной через другой ее конец.

8.3.255. (№1204). Две окружности внешне касаются. Прямая, проведенная через точку касания, образует в окружностях хорды, из которых одна равна $\frac{13}{5}$ другой. Определить радиусы, если расстояние между центрами равно 36 см.

8.3.256. (№1205). ABC — данный треугольник; CD — биссектриса угла C; точка E лежит на BC, причем $DE \parallel AC$. Определить DE, если $BC = a$ и $AC = b$.

8.3.257. (№1206). ABC — данный треугольник; BD — высота, AE — биссектриса угла A; EF — перпендикуляр на AC. Определить EF, если $BD = 30$ см и $AB : AC = 7 : 8$.

8.3.258. (№1207). В параллелограмм вписан ромб так, что его стороны параллельны диагоналям параллелограмма. Определить сторону ромба, если диагонали параллелограмма равны l и m.

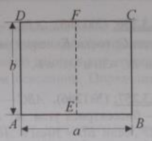
8.3.259. (№1208). Четыре параллели, между которым последовательные расстояния относятся, считая сверху, как $2 : 3 : 4$, пересечены двумя сходящимися над ними прямыми. Из полученных четырех параллельных отрезков крайние равны 60 дм и 96 дм. Определить средние отрезки.

8.3.260. (№1209). В треугольнике ABC проведен от BA к BC отрезок DE, параллельный AC. Дано: $AB = 24$ м, $BC = 32$ м, $AC = 28$ м и $AD + CE = 16$ м. Требуется определить DE.

8.3.261. (№1210). AD и BE — высоты треугольника ABC, пересекающиеся в точке O. Дано: $AD + BE = 36$ дм, $AO = 9$ дм и $BO = 12$ дм. Требуется определить OE и OD.

8.3.262. (№1211). В равнобедренный треугольник, у которого боковая сторона равна 100 дм, а основание 60 дм, вписан круг. Определить расстояние между точками касания, находящимися на боковых сторонах.

8.3.263. (№1212). Радиус сектора равен r, а хорда его дуги равна a. Определить радиус круга, вписанного в этот сектор.



8.3.264. (№1213). Завод, изготовляющий цементные плиты для пола, установил у себя нормальную форму (стандарт) для прямоугольных плит, такую чтобы половина $BCFE$ плиты была подобна целой плите $ABCD$. Найти отношение сторон таких плит.

8.3.265. (№1214). В параллелограмме $ABCD$ сторона $AB = a$ и $BC = b$. Прямая EF отсекает параллелограмм $ABEF$, подобный $ABCD$. Определить отрезок BE.

8.3.266. (№1215). Доказать, что высоты треугольника обратно пропорциональны сторонам, к которым они проведены.

8.3.267. (№1216). Через внутреннюю точку M треугольника ABC провести прямую, которая отсекает треугольник, подобный треугольнику ABC. Сколько решений имеет задача?

8.3.268. (№1217). Трехэтажный дом на фотографии имеет высоту 8 мм. Зная, что его настоящая высота равна 13 м, а глубина камеры фотоаппарата 12 см, определить, на каком расстоянии от дома находился фотоаппарат.

8.3.269. (№1218). Две окружности, радиусы которых 4 см и 6 см, касаются внешним образом. Их общая внешняя касательная пересекает линию центров в точке M. Определить расстояние от центров этих окружностей до точки M.

8.3.270. (№1219). В треугольнике ABC $AB = 15$, $AC = 20$, $AC = 30$. Прямая пересекает стороны угла A и отсекает при этом трапецию, периметр которой равен 63. Найти меньшее основание трапеции.

8.3.271. (№1220). Отрезок DE имеет концы на сторонах угла A треугольника ABC и параллелен BC. Доказать, что медиана AM делит этот отрезок пополам.

8.3.272. (№1221). Можно ли считать, что медиана треугольника является множеством середин отрезков, которые параллельны данной стороне треугольника и чьи концы расположены на двух других его сторонах.

8.3.273. (№1222). Вершины A и B треугольника ABC недоступны. Используя результат предыдущей задачи, определить построением положение середины стороны AB.

8.3.274. (№1223). Все вершины треугольника недоступны. Определить построением длины всех его сторон.

8.3.275. (№1224). Медиана AM треугольника ABC образует угол AMC, равный углу BAC. Найти отношении сторон угла C этого треугольника.

8.3.276. (№1225). В треугольнике ABC $AB = 10$, $BC = 15$, $AC = 20$; отрезок DE параллелен BC, его концы расположены на других сторонах треугольника; $AD = EC$. Определить DE.

8.3.277. (№1226). Доказать, что расстояния от центра масс треугольника до его сторон втрое меньше чем длина соответствующих высот треугольника.

8.3.278. (№1227). Периметр равностороннего треугольника P. Через центр масс проведена прямая, параллельно стороне. Найти длину отрезка этой прямой, ограниченную сторонами треугольника.

8.3.279. (№1228). Если прямая пересекает стороны AB, BC и AC треугольника ABC (или их продолжения), соответственно в точках C_1, A_1, B_1, то $\frac{AC_1}{C_1B} \cdot \frac{BA_1}{A_1C} \cdot \frac{CB_1}{B_1A} = 1$. Доказать.

8.3.280. (№1229). На участке пути 320 подъем одинаковый. Отметки на конца участка 186,5 м и 194,5 м. Какая отметка на расстоянии 120 м от начала подъема?

8.3.281. (№1230). Доказать, что треугольник можно разбить на произвольное натуральной число $n > 5$ подобных ему треугольников.

8.3.282. (№1231). Из вершины ромба проведены две высоты. Расстояние между концами высот равно половине меньшей диагонали. Найти величины углов ромба.

8.3.283. (№1232). Если в треугольниках ABC и $A_1B_1C_1$ углы A и A_1 равны, а произведения $AB \cdot A_1B_1$ и $AC \cdot A_1C_1$ равны, то эти треугольники подобны. Доказать.

8.3.284. (№1233). Внутри треугольника ABC на серединном перпендикуляре к стороне AB взята точка M. Вне треугольника ABC построены треугольники ACT и BCK (с основаниями AC и BC), подобные треугольнику ABM. Доказать, что точки M, T, C, K являются вершинами параллелограмма.

8.3.285. (№1234). Длины оснований трапеции 6 см и 12 см. Середина каждого из оснований соединена с концами другого основания. Проведенные отрезки пересекаются в точках M и N. Найти расстояния между этими точками.

8.3.286. (№1235). Длины оснований трапеции a и $4a$. Середина меньшего основания соединена с концами большего основания. Проведенные отрезки пересекают диагонали в точках M и N. Найти расстояния между этими точками.

8.3.287. (№1236). Длины оснований трапеции $2a$ и $3a$. Середины большего основания соединены с концами меньшего. Проведенные отрезки пересекают диагонали трапеции в точках M и N. Найти расстояние между этими точками.

8.3.288. (№1237). В угол вписаны три окружности, одна из которых касается двух других. Докажите, что их радиусы связаны соотношением: $r_2^2 = r_1 \cdot r_3$.

8.3.289. (№1238). MAB и MCD — секущие к окружности. Докажите, что треугольники MAC и MBD подобны.

8.3.290. (№1239). Через точку пересечения диагоналей четырехугольника $ABCD$ проведена прямая, пересекающая две его стороны в точках M и N. Из этих точек опущены перпендикуляры на диагонали четырехугольника. Верно ли, что основания перпендикуляров являются вершинами трапеции или параллелограмма?

8.3.291. (№1240). Два треугольника подобны. Разность их бо́льших сторон 12 см, разность их меньших сторон 6 см, длины двух средних сторон 30 см и 20 см. Определите периметры треугольников.

8.3.292. (№1241). Периметры двух подобных прямоугольных треугольников относятся, как 1 : 8. У одного треугольника гипотенуза больше большего катета на 16 см, у другого — сумма гипотенузы с меньшим катетом имеет ту же величину. Найдите длины сторон этих треугольников.

8.3.293. (№1242). Два треугольника не равны. Могут ли 5 основных элементов одного треугольника равняться пяти основным элементам другого?

8.3.294. (№1243). Треугольники со сторонами a, b, c и b, c, d подобны. Может ли коэффициент подобия равняться 2; 1,6; 0,6?

8.3.295. (№1244). Длины катетов и гипотенузы двух подобных треугольников равны соответственно a, b, c и a_1, b_1, c_1. Докажите, что $aa_1 + bb_1 = cc_1$.

8.3.296. (№1245). Высоты остроугольного треугольника ABC пересекаются в точке H. Докажите, что AH вдвое больше расстояния от центра описанной окружности до стороны BC.

8.3.297. (№1246). O — центр окружности, описанной около остроугольного треугольника ABC, $\overline{OA} + \overline{OB} + \overline{OC} = \overline{OM}$. Докажите, что точка M находится внутри треугольника ABC.

8.3.298. (№1247). AA_1 и BB_1 — высоты треугольника ABC у которого $\angle C = 60^0$. Докажите, что точки A_1, B_1 и середина стороны AB — вершины равностороннего треугольника.

8.3.299. (№1248). Даны две непараллельные прямые l_1 и l_2 и точки A и B вне этих прямых. Постройте через A и B две параллельные прямые, которые отсекают на l_1 и l_2 отрезки с отношением длин 2:3.

8.3.300. (№1249). На сторонах AB и AC треугольника ABC отметьте такие точки D и E, чтобы $AD = DE = EC$.

8.3.301. (№1250). AB — диаметр полуокружности. Хорды AC и BD (или их продолжения) пересекаются в точке M. Докажите, что $AC \cdot AM + BD \cdot BM = AB^2$.

8.3.302. (№1251). Точка M находится внутри треугольника ABC, причем $AB = BM$. На сторонах AC и BC вне треугольника ABC построены треугольники ACP и BCK, подобные треугольнику ABM, причем их равные стороны лежат вне треугольника ABC. Докажите, что четырехугольник $MPCK$ — параллелограмм.

8.3.303. (№1252). $ABCD$ — четырехугольник, M_1, M_2, M_3, M_4 — центры масс треугольников ABC, BCD, CDA, DAB. Докажите, что четырехугольники $ABCD$ и $M_1M_2M_3M_4$ подобны.

8.3.304. (№1253). Основания трапеции 12 и 36 см. Середину меньшего основания соединили с концами второго основания. Эти отрезки пересекли диагонали трапеции в точках M и N. Найдите расстояние между M и N.

8.3.305. (№1254). В окружность вписан выпуклый четырехугольник $ABCD$. Докажите, что $AC \cdot BD = AB \cdot CD + BC \cdot AD$.

8.3.306. (№1255). Две хорды пересекаются внутри окружности. Докажите, что произведения отрезков этих хорд равны квадрату диаметра окружности.

8.3.307. (№1256). Окружность проходит через вершину A параллелограмма $ABCD$ и пересекает прямые AB, AC AD в точках B_1, C_1, D_1. Докажите, что $AB \cdot AB_1 + AD \cdot AD_1 = AC \cdot AC_1$.

Построение

8.3.308. (№1257). Постройте треугольник по углу C, отношению его сторон a и b и биссектрисе (медиане) угла C.

8.3.309. (№1258). Постройте треугольник по двум сторонам и биссектрисе угла между ними.

8.3.310. (№1259). Постройте треугольник по стороне a, отношению сторон $a{:}b$ и углу C.

8.3.311. (№1260). Постройте треугольник по углу A, стороне a и отношению двух других сторон.

8.3.312. (№1261). Постройте прямоугольный треугольник по его периметру и отношению катетов.

8.3.313. (№1262). Постройте треугольник по высоте и отношению сторон ($h_b = 8$, $a : b : c = 2 : 3 : 4$).

8.3.314. (№1263). Постройте треугольник по следующим данным: h_c, a, $a : b$.

8.3.315. (№1264). Постройте треугольник по двум углам и наибольшей высоте.

8.3.316. (№1265). Постройте треугольник ABC по тупому углу B, отношению сторон $AB : BC = 3 : 2$ и высоте AD.

8.3.317. (№1266). Постройте прямоугольный треугольник, если катеты относятся как 2 : 3, и, если известен его периметр.

8.3.318. (№1267). Постройте равнобедренный ΔABC $(AB = BC)$, если высота BD относится к боковой стороне как 1 : 4, и если известен его периметр.

8.3.319. (№1268). Постройте треугольник ABC по данному углу B, по расстоянию от точки пересечения биссектрис до вершины B, если $AB : BC = 1 : 2$.

8.3.320. (№1269). В данный остроугольный треугольник вписать ромб с данным острым углом φ так, чтобы две его вершины принадлежали одной из сторон треугольника.

8.3.321. (№1270). Постройте треугольник ABC по данным углам A и C и медиане AM.

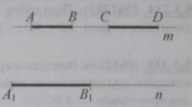
8.3.322. (№1271). Данный отрезок разделите в отношении 2 : 3 : 5.

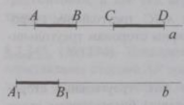
8.3.323. (№1272). Данный отрезок разделите в отношении 1 : 4 : 7.

8.3.324. (№1273). Даны два отрезка a и b. Постройте отрезок $x = \frac{a^2}{b}$.

8.3.325. (№1274). Даны два отрезка a и b. Постройте отрезок $x = \frac{(a+b)b}{a}$.

8.3.326. (№1275). На рисунке $m \parallel n$. Постройте на прямой n только с помощью линейки отрезок C_1D_1 такой, чтобы $\frac{AB}{CD} = \frac{A_1B_1}{C_1D_1}$.





8.3.327. (№1276). На рисунке $a \parallel b$. При помощи прямой линейки постройте отрезок C_1D_1 такой, чтобы $\frac{AB}{CD} = \frac{C_1D_1}{A_1B_1}$.

8.3.328. (№1277). Постройте треугольник ABC по углу A, отношению сторон $AB : AC = 1 : 3$ и расстоянию от точки пересечения медиан до вершины B.

8.3.329. (№1278). Постройте треугольник ABC по двум острым углам A и C ($\angle A + \angle C > 90^0$) и расстоянию от точки пересечения высот до вершины B.

8.3.330. (№1279). Вписать в данный треугольник прямоугольник с отношением сторон 2 : 5 так, чтобы одна из больших сторон лежала на основании треугольника, а концы параллельных сторон — на боковых сторонах треугольника.

8.3.331. (№1280). Построить трапецию по углу при основании, отношениям оснований и боковой стороне.

8.3.332. (№1281). Построить трапецию по углу при основании, отношениям оснований и одной из диагоналей.

8.3.333. (№1282). Построить трапецию по отношениям длин оснований и диагоналей ($a : b : d_1 : d_2$) и высоте.

8.3.334. (№1283). Постройте трапецию по ее высоте и отношению длин всех сторон $AB : BC : CD : AD$ (основания трапеции BC и AD).

8.3.335. (№1284). Вписать в треугольник ABC треугольник, стороны которого соответственно параллельны биссектрисам внутренних углов треугольника ABC.

8.3.336. (№1285). Впишите в треугольник ABC треугольник, стороны которого соответственно перпендикулярны сторонам треугольника ABC.

8.3.337. (№1286). Впишите в треугольник ABC треугольник, стороны которого соответственно перпендикулярны биссектрисам углов треугольника ABC.

8.3.338. (№1287). Постройте квадрат $ABCD$, зная положение вершины A и двух прямых, одна из которых проходит через точку B, а вторая через центр квадрата.

8.3.339. (№1288). Доказать, что если центр гомотетии двух окружностей лежит на одной из них, то обе окружности касаются в этом центре гомотетии.

8.3.340. (№1289). Построить центры гомотетий, переводящих данную окружность в другую данную окружность.

8.3.341. (№1290). В данный сектор MON вписать квадрат так, чтобы две смежные его вершины находились на дуге MN сектора, а две другие — на радиусах, ограничивающих сектор.

8.3.342. (№1291). Вписать в треугольник ABC полукруг, у которого дуга касается стороны AB, а основание параллельно этой сторон.

8.3.343. (№1292). Вписать в данный круговой сегмент прямоугольник с отношением длин сторон 1 : 3 так, чтобы концы одной из меньших сторон лежали на основании сегмента, а две другие вершины — на дуге сегмента.

8.3.344. (№1293). В остроугольный треугольник впишите прямоугольник, у которого одна сторона в два раза больше другой, так, чтобы большая сторона прямоугольника лежала на одной стороне треугольника, а две его вершины лежали на двух других сторонах треугольника.

8.3.345. (№1294). Докажите, что середины всех отрезков, которые параллельны стороне AB треугольника ABC и имеют концы на двух других сторонах, лежат на медиане CF.

8.3.346. (№1295). Постройте прямую, параллельную стороне BC треугольника ABC и пересекающую AB и AC в таких точках D и E, что $AD = EC$.

8.3.347. (№1296). Постройте равносторонний треугольник, у которого медианы пересекаются в данной точке M, а концы одной из высот лежат на двух данных окружностях.

8.3.348. (№1297). Вершины треугольника недоступны (то есть лежат за пределами данной части плоскости). Используя результат предыдущей задачи определите построением длины всех сторон треугольника.

8.3.349. **(№1298).** Вершины треугольника недоступны. Постройте центр описанной окружности.

8.3.350. **(№1299).** Вершины треугольника недоступны. Постройте центр описанной окружности.

8.3.351. **(№1300).** Вершины треугольника недоступны. Постройте точку пересечения высот треугольника (или их продолжений).

8.3.352. **(№1301).** Дана окружность и две непараллельные прямые. Построить окружность, касающуюся данных окружности и прямых.

8.3.353. **(№1302).** Постройте окружность, которая касается данной окружности и в данной точке касается данной прямой.

8.3.354. **(№1303).** Постройте две равные окружности, которые касаются одна другой и в точках A и B касаются сторон данного угла.

8.3.355. **(№1304).** Постройте две равные окружности, которые касаются одна другой и в точках A и B касаются двух данных окружностей.

8.3.356. **(№1305).** На обломке круга сохранился центр круга O и часть хорды AB без ее концов. Найдите построением величину угла AOB.

8.3.357. **(№1306).** Постройте две равные окружности, которые касаются одна другой и основания AC треугольника ABC. Кроме того, одна окружность касается боковой стороны AB треугольника ABC, а другая — боковой стороны BC.

8.3.358. **(№1307).** Постройте две равные окружности, которые касаются одна другой и основания AB треугольника ABC. Кроме того, одна из них касается продолжения стороны AB, а другая — продолжения стороны BC, а другая — продолжения стороны BC.

8.3.359. **(№1308).** Даны прямые a и B и точка M, не принадлежащая этим прямым. Постройте две окружности, которые пересекаются в точке M, касаются прямой a и имеют центры на прямой b.

8.3.360. **(№1309).** AB и AC — хорды данной окружности. Постройте окружность, которая касается данной окружности и сторон угла BAC.

8.3.361. **(№1310).** Даны две пересекающиеся прямые и окружность. Постройте окружность, которая касается этих прямых и данной окружности.

Прямоугольный треугольник. Метрические соотношения.

8.3.362. **(№1311).** Вычислить гипотенузу, если даны оба катета: 12 см и 35 см.

8.3.363. **(№1312).** Вычислить гипотенузу, если даны оба катета: 56 см и 33 см.

8.3.364. **(№1313).** Вычислить гипотенузу, если даны оба катета: 4 м и 9 дм.

8.3.365. **(№1314).** Вычислить гипотенузу, если даны оба катета: 60 см и 91 см.

8.3.366. **(№1315).** Вычислить гипотенузу, если даны оба катета: 21 и $3\frac{1}{4}$.

8.3.367. **(№1316).** Вычислить гипотенузу, если даны оба катета $\frac{3}{2}$ и $\frac{7}{16}$.

8.3.368. **(№1317).** Вычислить гипотенузу, если даны оба катета: 16,8 и 2,6.

8.3.369. **(№1318).** Вычислить гипотенузу, если даны оба катета: 5 и 6.

8.3.370. **(№1319).** Вычислить второй катет, если даны гипотенуза и первый катет[1]: 1) 289 и 240; 2) 269 и 69; 3) 145 и 143; 4) 42,5 и 6,5; 5) 17 и $15\frac{2}{5}$; 6) 10 и 7.

8.3.371. **(№1320).** По двум данным элементам прямоугольного треугольника вычислить остальные четыре:

1) $a=15$, $b=20$; 2) $a=24$, $b=7$; 3) $a=4$, $b=5$;

4) $a=100$, $c=125$; 5) $b=65$, $c=169$; 6) $a=600$, $c=625$;

7) $a=6$, $c=125$; 8) $b=7$, $b_c=1{,}96$; 9) $c=29$, $a_c=15\frac{6}{29}$;

10) $c=3$, $b_c=2$; 11) $a_c=1\frac{1}{2}$, $b_c=2\frac{2}{3}$; 12) $a_c=2$, $b_c=18$;

13) $a=136$, $h=120$; 14) $b=9$, $h=8\frac{32}{41}$.

8.3.372. **(№1321).** Справедлива ли теорема, обратная теореме Пифагора?

8.3.373. **(№1322).** Может ли катет являться средним пропорциональным между гипотенузой и другим катетом.

[1] В данной задаче и во многих других случаях выгодно при вычислении разность квадратов заменять произведением суммы на разность.

8.3.374. **(№1323).** Могут ли длины всех сторон прямоугольного треугольника выражаться нечетными целыми числами?

8.3.375. **(№1324).** По данной сумме двух отрезков и среднему пропорциональному этих отрезков построить отрезки.

8.3.376. **(№1325).** Построить два отрезка, квадраты которых относятся, как $m:n$.

8.3.377. **(№1326).** Построить два отрезка, которые относились бы, как квадраты двух данных отрезков.

8.3.378. **(№1327).** По данной разности двух отрезков и среднему пропорциональному этих отрезков построить отрезки.

8.3.379. **(№1328).** Известно, что в прямоугольном треугольнике квадрат высоты, опущенной из вершины прямого угла, равен произведению проекций катетов на гипотенузу. Провести аналогичные сравнения квадрата высоты и произведения проекций боковых сторон на основание в остроугольном и тупоугольном треугольниках.

8.3.380. **(№1329).** Доказать, что в прямоугольном треугольнике $ab=ch$.

8.3.381. **(№1330).** Катеты относятся, как $5:6$, а гипотенуза равна 122 см. Найти отрезки гипотенузы, отсекаемые высотой.

8.3.382. **(№1331).** В тупоугольном треугольнике квадрат высоты, опущенной из вершины острого угла, равен произведению проекций двух сторон на третью, которая лежит против этого острого угла. Найти зависимость между острыми углами треугольника.

8.3.383. **(№1332).** Сформулируйте задачу, обратную предыдущей и решите ее.

8.3.384. (№1333). Катеты относятся, как 3 : 2, а высота делит гипотенузу на отрезки, из которых один на 2 м больше другого. Определить гипотенузу.

8.3.385. (№1334). Катеты относятся, как 3 : 7, а высота, проведенная на гипотенузу, равна 42 см. Определить отрезки гипотенузы.

8.3.386. (№1335). Какова зависимость между сторонами треугольника, если из его высот можно построить прямоугольный треугольник?

8.3.387. (№1336). Доказать, что диаметр окружности, вписанной в равнобедренную трапецию, есть средняя пропорциональная между параллельными сторонами трапеции.

8.3.388. (№1337). В равнобедренном треугольнике боковая сторона равна a, высота h. При какому условии сумма боковых сторон равна сумме основания и высоты?

8.3.389. (№1338). В равнобедренном треугольнике боковая сторона равна a, высота h. При какому условии сумма боковых сторон больше суммы основания и высоты?

8.3.390. (№1339). Доказать, что отношение квадратов катетов равно отношению их проекций на гипотенузу.

8.3.391. (№1340). Высота треугольника — среднее пропорциональное между проекциями боковых сторон на основание. Будет ли этот треугольник прямоугольным?

8.3.392. (№1341). Квадрат наибольшей стороны прямоугольного треугольника равен сумме квадратов двух меньших сторон (теорема Пифагора). Провести аналогичное сравнение квадратов сторон в тупоугольном и остроугольном треугольниках.

8.3.393. (№1342). Проекции катетов на гипотенузу равны a и b ($a > b$). Найти зависимость между площадями квадратов, построенных на катетах.

8.3.394. (№1343). Сформулируйте теоремы, обратные теоремам, определенным ответами предыдущей задачи. Справедливы ли сформулированные теоремы?

8.3.395. (№1344). Какой вид имеет треугольник, если стороны его равны 1) 8 см, 6 см, 10 см; 2) 3 см, 5 см, 7 см; 3) 9 см, 7 см, 8 см?

8.3.396. (№1345). Стороны треугольника выражены числами: а) 4, 5, 6; б) 10, 15, 18; в) 8, 7, 3; г) 5, 3, 4. Каково положение центра описанной около треугольника окружности относительно контура треугольника?

8.3.397. (№1346). Две стороны треугольника равны 14 см и 22 см, а медиана к третьей стороне 12 см. Какой вид имеет треугольник (остроугольный, тупоугольный, прямоугольный)?

8.3.398. (№1347). Каждую сторону прямоугольного треугольника увеличили на 1. Какой вид имеет полученный треугольник (остроугольный, тупоугольный, прямоугольный)?

8.3.399. (№1348). Каждую сторону прямоугольного треугольника уменьшили на 1. Какой вид имеет полученный треугольник (остроугольный, тупоугольный, прямоугольный)?

8.3.400. (№1349). Две медианы треугольника перпендикулярны. Определить зависимость между сторонами треугольника.

8.3.401. (№1350). Справедливо ли для ромба $ABCD$ равенство: $AP \cdot PC = AB^2 - PB^2$, где P — произвольная точка диагонали AC.

8.3.402. (№1351). В остроугольном треугольнике ABC $AD \perp BC$, $CF \perp AB$, AD пересекает CF в точке M. Докажите, что $\angle ABM = \angle MCA$.

8.3.403. (№1352). В прямоугольном треугольнике ABC ($\angle C = 90^0$) p — серединный перпендикуляр к AB, p пересекает AC в точке K, $AK = 5$, $BC = 4$. Найти периметр треугольника BKC.

8.3.404. (№1353). Высоты AD и CE остроугольного треугольника ABC пересекаются в точке O, $OA = 4$, $OD = 3$, $BD = 4$. Найдите расстояния от точки O до стороны AC.

8.3.405. (№1354). В остроугольном треугольнике ABC h и p — серединные перпендикуляры к сторонам BC и AC. Они пересекаются в точке F, $CF = 10$, $AB = 16$. Найдите расстояние от точки F до стороны AB.

8.3.406. (№1355). Вершины треугольника ABC лежат на окружности, $\angle A = 2\angle B$. Биссектрисы AF и CE пересекаются в точке O. AO пересекает окружность в точке K. Докажите, что $KC \parallel AB$.

8.3.407. (№1356). В треугольнике ABC $\angle ACB = 120^0$, $AC = CB = \alpha$. Серединные перпендикуляры к сторонам AC и CB пересекаются в точке M. Найдите расстояние от точки M до середины стороны AB.

8.3.408. (№1357). Из точки M к окружности с центром в точке O проведены касательные MA и MB (A и B — точки касания), $BF \perp AM$, BF пересекает MO в точке K, $MO = 2OB$. Найдите угол KAB.

8.3.409. (№1358). В треугольнике ABC $\angle ABC$ — тупой. Продолжения высот AD и CE пересекаются в точке M, $MB = 5$, $AC = 10$. Найдите площадь четырехугольника $AMCB$.

8.3.410. (№1359). Во внутренней области треугольника ABC взята точка O, равноудаленная от его сторон. Найдите $\angle AOC$, если $\angle ABC = 2\alpha$.

8.3.411. (№1360). Постройте равнобедренный прямоугольный треугольник, в котором расстояние между точками пересечения медиан и биссектрис равно данному отрезку m.

8.3.412. (№1361). Основание AC равнобедренного треугольника ABC равно 6, а боковая сторона равна 5. Найдите расстояние между точками пересечения медиан и высот этого треугольника.

8.3.413. (№1362). Основание AC равнобедренного треугольника равно 6, а боковая сторона равна 5. Найти расстояние между точками пересечения медиан и биссектрис этого треугольника.

8.3.414. (№1363). Постройте равнобедренный прямоугольный треугольник, в котором расстояние между точками пересечения высот и биссектрис равно данному отрезку p.

Окружность

8.3.415. (№1364). Из точки окружности проведен перпендикуляр на диаметр. Определить его длину при следующей длине отрезков диаметра: 1) 12 см и 3 см; 2) 16 см и 9 см; 3) 2 м и 5 дм.

8.3.416. (№1365). Из точки диаметра проведен перпендикуляр до пересечения с окружностью. Определить длину этого перпендикуляра, если диаметр равен 40 см, а проведенный перпендикуляр отстоит от одного из концов диаметра на 8 см.

8.3.417. **(№1366).** Диаметр разделен на отрезки: $AC = 8$ дм и $CB = 5$ м, а из точки C проведен к нему перпендикуляр CD данной длины. Указать положение точки D относительно круга, когда CD равняется: 1) 15 дм; 2) 2 м; 3) 23 дм.

8.3.418. **(№1367).** Ферма моста ограничена дугой окружности; высота фермы $MK = h = 3$; радиус дуги AMB пролета $R = 8{,}5$ м. Вычислить длину AB пролета моста.

8.3.419. **(№1368).** В сводчатом подвале, имеющем форму полуцилиндра, надо поставить две стойки, каждая на одинаковом расстоянии от ближайшей стены. Определить высоту стоек, если ширина подвала по низу равна 4 м, а расстояние между стойками 2 м.

8.3.420. **(№1369).** ACB — полуокружность, CD — перпендикуляр на диаметр AB. Требуется: 1) определить DB, если $AD = 25$ и $CD = 10$; 2) определить AB, если $AD : DB = 4 : 9$ и $CD = 30$; 3) определить AD, если $CD = 3AD$, а радиус равен r; 4) определить AD, если $AB = 50$ и $CD = 15$.

8.3.421. **(№1370).** ADB — диаметр; AC — хорда; CD — перпендикуляр к диаметру. Определить хорду AC: 1) если $AB = 2$ м и $AD = 0{,}5$ м; 2) если $AD = 4$ см и $DB = 5$ см; 3) если $AB = 20$ м и $DB = 15$ м.

8.3.422. **(№1371).** AB — диаметр; AC — хорда; AD — ее проекция на диаметр AB. Требуется: 1) определить AD, если $AB = 18$ см и $AC = 12$ см; 2) определить радиус, если $AC = 12$ м и $AD = 4$ м; 3) определить DB, если $AC = 24$ см и $DB = \frac{7}{9}AD$.

8.3.423. **(№1372).** AB — диаметр; AC — хорда; AD — ее проекция на диаметр AB. Требуется: 1) определить AC, если $AB = 35$ см и $AC = 5AD$; 2) определить AC, если радиус равен r и $AC = DB$.

8.3.424. **(№1373).** Перпендикуляр из точки окружности на радиус, равный 34 см, делит его в отношении 8 : 9 (начиная от центра). Определить длину перпендикуляра.

8.3.425. **(№1374).** Хорда BDC перпендикулярна к радиусу ODA. Определить BC, если $OA = 25$ см и $AD = 10$ см.

8.3.426. **(№1375).** Ширина кольца, образованного двумя концентрическими окружностями, равна 8 дм; хорда большей окружности, касательная к меньшей, равна 4 м. Определить радиусы окружностей.

8.3.427. **(№1376).** С помощью сравнения отрезков доказать, что среднее арифметическое двух неравных чисел больше их среднего геометрического.

8.3.428. **(№1377).** Построить отрезок, средний пропорциональный между отрезками 3 см и 5 см.

8.3.429. **(№1378).** Построить отрезок, равный: $\sqrt{15}$; $\sqrt{10}$; $\sqrt{6}$; $\sqrt{3}$.

8.3.430. **(№1379).** Две хорды пересекаются внутри круга. Отрезки одной хорды равны 24 см и 14 см; один из отрезков другой хорды равен 28 см. Определить второй ее отрезок.

8.3.431. **(№1380).** Мостовая ферма ограничена дугой окружности; длина моста $AB = 6$ м, высота $h = 1{,}2$ м. Определить радиус дуги $(OM = R)$.

8.3.432. **(№1381).** Через точку M, расположенную внутри круга, проведены две хорды AB и CD, причем $AM = MB$, $CM = 16$ см, $DM : MC = 1 : 4$. Найти AB.

8.3.433. **(№1382).** Хорды AB и CD окружности пересекаются в точке E; $AE : EB = 1:3$, $CD = 20$, $DE = 5$. Найдите AB.

8.3.434. **(№1383).** AB — диаметр окружности. Точка E лежит на окружности $EF \perp AB$, $FB = 4$, $EF = 6$. Найдите радиус окружности.

8.3.435. **(№1384).** Диаметр CD окружности перпендикулярен хорде AB, AB и CD пересекаются в точке E, $CE = 2$ см. Сумма AB и CE равна диаметру окружности. Найдите радиус окружности.

8.3.436. **(№1385).** Диаметр CD окружности с центром в точке O пересекается с хордой AB, равной 12 см, в точке K, $OK = 5$ см. Расстояние от центра окружности до хорды равно 4 см. Найдите радиус окружности.

8.3.437. **(№1386).** Два отрезка AB и CD пересекаются в точке M так, что $MA = 7$ см, $MB = 21$ см, $MC = 3$ см и $MD = 16$ см. Лежат ли точки A, B, C и D на одной окружности?

8.3.438. **(№1387).** Хорда AMB повернута около точки M так, что отрезок MA увеличился в 2,5 раза. Как изменился отрезок MB?

8.3.439. **(№1388).** Из двух пересекающихся хорд одна разделилась на части в 48 см и 3 см, а другая — пополам. Определить длину второй хорды.

8.3.440. **(№1389).** Из двух пересекающихся хорд одна разделилась на части в 12 м и 18 м, а другая — в отношении 3 : 8. Определить длину второй хорды.

8.3.441. **(№1390).** Из двух пересекающихся хорд первая равна 32 см, а отрезки другой хорды равны 12 см и 16 см. Определить отрезки первой хорды.

8.3.442. **(№1391).** Секущая ABC повернута около внешней точки A так, что внешний ее отрезок AB уменьшился в три раза. Как изменилась длина секущей?

8.3.443. **(№1392).** Из одной точки проведены к окружности секущая и касательная. Определить длину касательной, если внешний и внутренний отрезки секущей соответственно выражаются следующими числами: 1) 4 и 5; 2) 2,25 и 1,75; 3) 1 и 2.

8.3.444. **(№1393).** Касательная равна 20 см, а наибольшая секущая, проведенная из той же точки, равна 50 см. Определить радиус круга.

8.3.445. **(№1394).** Секущая больше своего внешнего отрезка в $2\frac{1}{4}$ раза. Во сколько раз она больше касательной, проведенной из той же точки?

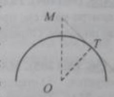
8.3.446. **(№1395).** Пусть будет: AB — касательная и ACD — секущая той же окружности. Требуется: 1) определить CD, если $AB = 2$ см и $AD = 4$ см; 2) определить AD, если $AC : CD = 4 : 5$ и $AB = 12$ см; 3) определить AB, если $AB = CD$ и $AC = a$.

8.3.447. **(№1396).** Как далеко видно с воздушного шара, поднявшегося на высоту 4 км над землей (радиус Земли = 6370 км)?

8.3.448. **(№1397).** Гора Эльбрус (на Кавказе) поднимается над уровнем моря на 5 600 м. Как далеко можно видеть с вершины этой горы?

8.3.449. **(№1398).** M — наблюдательный пункт высотой h метров над землей; радиус земли R, $MT = d$ есть наибольшее видимое расстояние. Доказать, что $d = \sqrt{2Rh + h^2}$. *Замечание.* Так как h^2 вследствие своей малости сравнительно с $2Rh$ на результат почти не влияет, то можно пользоваться приближенной формулой

$$d \approx \sqrt{2Rh}.$$



8.3.450. (№1399). Касательная и секущая, выходящие из одной точки, соответственно равны 20 см и 40 см; секущая удалена от центра на 8 см. Определить радиус круга.

8.3.451. (№1400). Определить расстояние от центра до той точки, из которой выходят касательная и секущая, если они соответственно равны 4 см и 8 см, а секущая удалена от центра на 12 см.

8.3.452. (№1401). Общая хорда двух пересекающихся окружностей продолжена, и из точки, взятой на продолжении, проведены к ним касательные. Доказать, что они равны.

8.3.453. (№1402). На одной стороне угла A отложены один за другим отрезки: $AB = 6$ см и $BC = 8$ см; а на другой стороне отложен отрезок $AD = 10$ см. Через точки B, C и D проведена окружность. Узнать, касается ли этой окружности прямая AD, а если нет, то будет ли точка D первой (считая от A) или второй точкой пересечения.

8.3.454. (№1403). Пусть будет ABD и AEC две прямые, пересекающие окружность: первая — в точках D и B, вторая — в точках E и C. Требуется: 1) определить AE, если $AD = 5$ см, $DB = 15$ см и $AC = 25$ см; 2) определить BD, если $AB = 24$ м, $AC = 16$ м и $EC = 10$ м; 3) определить AB и AC, если $AB + AC = 50$ м, а $AD : AE = 3 : 7$.

8.3.455. (№1404). Радиус окружности равен 7 см. Из точки, удаленной от центра на 9 см, проведена секущая так, что она делится окружностью пополам. Определить длину этой секущей.

8.3.456. (№1405). MAB и MCD — две секущие к одной окружности. Требуется: 1) определить CD, если $MB = 1$ м, $MD = 15$ дм и $CD = MA$; 2) определить MD, если $MA = 18$ см, $AB = 12$ см и $MC : CD = 5 : 7$; 3) определить AB, если $AB = MC$, $MA = 20$ см, $CD = 11$ см.

8.3.457. (№1406). Две хорды продолжены до взаимного пересечения. Определить длину полученных продолжений, если хорды равны a и b, а их продолжения относятся, как $m : n$.

8.3.458. (№1407). Из общей точки проведены к окружности касательная и секущая. Определить длину касательной, если она на 5 см больше внешнего отрезка секущей и на столько же меньше внутреннего отрезка.

8.3.459. (№1408). Из одной точки проведены к окружности секущая и касательная. Секущая равна a, а ее внутренний отрезок больше внешнего отрезка на длину касательной. Определить касательную.

8.3.460. (№1409). Из общей точки проведены к одной окружности касательная и секущая. Касательная больше внутреннего и внешнего отрезков секущей соответственно на 2 см и 4 см. Определить длину секущей.

8.3.461. (№1410). Из одной точки проведены к окружности касательная и секущая. Определить их длину, если касательная на 20 см меньше внутреннего отрезка секущей и на 8 см больше внешнего отрезка.

8.3.462. (№1411). Из одной точки проведены к окружности секущая и касательная. Сумма их равна 30 см, а внутренний отрезок секущей на 2 см меньше касательной. Определить секущую и касательную.

8.3.463. (№1412). Из одной точки проведены к окружности секущая и касательная. Сумма их равна 15 см, а внешний отрезок секущей на 2 см меньше касательной. определить секущую и касательную.

8.3.464. (№1413). Отрезок AB продолжен на расстояние BC. На AB и AC, как на диаметрах, построены окружности. К отрезку AC в точке B проведен перпендикуляр BD до пересечения с большей окружностью. Из точки C проведена касательная CK к меньшей окружности. Доказать, что $CD = CK$.

8.3.465. (№1414). К окружности проведены две параллельные касательные и третья касательная, пересекающая их. Радиус есть среднее пропорциональное между отрезками третьей касательной. Доказать.

8.3.466. (№1415). Даны две параллельные прямые на расстоянии 15 дм одна от другой; между ними дана точка M на расстоянии 3 дм от одной из них. Через точку M проведена окружность, касательная к обеим параллелям. Определить расстояние между проекциями центра и точки M на одну из данных параллелей.

8.3.467. (№1416). В круг радиуса r вписан равнобедренный треугольник, у которого сумма высоты и основания равна диаметру круга. Определить высоту.

8.3.468. (№1417). Определить радиус круга, описанного около равнобедренного треугольника: 1) если основание равно 16 см, а высота 4 см; 2) если боковая сторона равна 12 дм, а высота 9 дм; 3) если боковая сторона равна 15 м, а основание 18 м.

8.3.469. (№1418). В равнобедренном треугольнике основание равно 48 дм, а боковая сторона равна 30 дм. Определить радиусы кругов, описанного и вписанного, и расстояние между их центрами.

8.3.470. (№1419). Радиус равен r, хорда данной дуги равна a. Определить хорду удвоенной дуги.

8.3.471. (№1420). Радиус окружности равен 8 дм; хорда AB равна 12 дм. Через точку A проведена касательная, а из точки B — хорда BC, параллельная касательной. Определить расстояние между касательной и хордой BC.

8.3.472. (№1421). Точка A удалена от прямой MN на расстояние a. Данным радиусом r описана окружность так, что она проходит через точку A и касается линии MN. Определить расстояние между полученной точкой касания и данной точкой A.

8.3.473. (№1422). Можно ли теоремы про произведение отрезков хорд и про касательную объединить в одну теорему? Как бы она тогда формулировалась и доказывалась?

8.3.474. (№1423). В окружности хорда CD пересекает диаметр MH и параллельную ему хорду AB. Может ли произведение отрезков хорды AB быть равным произведению отрезков диаметра?

8.3.475. (№1424). Справедлива ли теорема, обратная теореме про отрезки хорд, пересекающихся внутри окружности?

8.3.476. (№1425). К каждой из двух концентрических окружностей проведены касательные из точки, лежащей вне этих окружностей. Могут ли отрезки касательных, находящиеся между выбранной точкой и точками касания быть равными?

8.3.477. (№1426). На диаметре AB взята произвольная точка C и через нее перпендикулярно диаметру проведена хорда PH. Из точки B проведены хорды, пересекающие хорду PH. Сравнить произведения каждой из этих (последних) хорд на их отрезки от конца диаметра до первой хорды.

8.3.478. (№1427). AB — диаметр окружности с центром в точке O. На отрезке OB как на диаметре построена окружность с центром в точке O_1. Хорда большей окружности BC пересекает меньшую окружность в точке E. Через O_1 и E проведена прямая, которая пересекает большую окружность в точках K и F, $KE = 2$ см, $EF = 8$ см. Найдите BC.

8.3.479. (№1428). Две окружности пересекаются в точках A и B. На продолжении их общей хорды AB выбрана точка M. Из этой точки проведены касательные ME и MF к этим окружностям (E и F — точки касания). Докажите, что $ME = MF$.

8.3.480. **(№1429).** Вершины треугольника ABC лежат на окружности, $AB : BC = 2 : 3$. Точка D делит дугу AC пополам. BD пересекает AC в точке E. Через точку E проведена хорда KM, $KE = 4$ см, $ME = 6$ см. Найдите AC.

8.3.481. **(№1430).** Две окружности внешне касаются в точке F. Через эту точку проведена общая касательная к этим окружностям. На этой касательной выбрана точка M. Из этой точки к этим окружностям проведены секущие, которые пересекают первую окружность в точках A и B, а вторую — в точках C и D, $MA = MC$. Докажите, что $AB = CD$.

8.3.482. **(№1431).** QP — диаметр окружности с центром в точке O. На диаметре QP между точками O и P выбрана точка O_1 и с центром в этой точке радиусом O_1P проведена окружность. Прямая, проходящая через центр O_1 меньшей окружности, пересекает большую окружность в точках A и D, а меньшую — в точках B и C. Найдите $\frac{r}{R}$, если $AB : BC : CD = 2 : 4 : 3$.

8.3.483. **(№1432).** Две окружности касаются внешне в точке K. Через эту точку проведена прямая, которая, пересекаясь с окружностями, образует хорды KP и KQ. Из точек P и Q проведены к окружностям касательные PT_1 и QT_2, где T_1 и T_2 — точки касания. Докажите, что $PT_1^2 + QT_2^2 = PQ^2$.

8.3.484. **(№1433).** На диаметре CD окружности выбрана точка E. Через точку проведена хорда AB, $AE = 4$, $BE = 3$, $AD = 6{,}5$, $\angle ABC = 60^0$. Найдите CE и ED.

8.3.485. **(№1434).** В треугольнике ABC угол B тупой. Постройте на AC точку D, такую что $AB^2 = AD \cdot AC$.

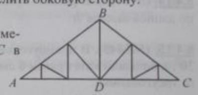
Практикум по теореме Пифагора

8.4.1. **(№1435).** В равнобедренном треугольнике боковая сторона равна 17 см, а основание 16 см. Определить высоту.

8.4.2. **(№1436).** Определить стороны равнобедренного треугольника, если его высота равна 35 см, а основание относится к боковой стороне, как 48 : 25.

8.4.3. **(№1437).** В равнобедренном треугольнике основание равно 4 см, а угол при нем равен 45^0. Определить боковую сторону.

8.4.4. **(№1438).** Стропильная ферма имеет ноги AB и CB по 9 м и пролет AC в 15 м. Определить высоту фермы BD.



8.4.5. **(№1439).** Стороны прямоугольника равны 60 см и 91 см. Чему равна его диагональ?

8.4.6. **(№1440).** Сторона квадрата равна a. Чему равна его диагональ?

8.4.7. **(№1441).** Определить сторону квадрата, если она меньше диагонали на 2 см.

8.4.8. **(№1442).** Стороны прямоугольника равны a и b. Определить радиус описанного круга.

8.4.9. **(№1443).** В круг вписан прямоугольник, стороны которого относятся, как 8 : 15. Определить эти стороны, если радиус круга равен 34 см.

8.4.10. **(№1444).** Катеты прямоугольного треугольника равны 8 дм и 18 см. Определить радиус описанного круга.

8.4.11. **(№1445).** Катеты прямоугольного треугольника равны 16 см и 12 см. Определить медиану гипотенузы.

8.4.12. **(№1446).** Решить прямоугольный треугольник (то есть найти неизвестные линейные элементы из a, b, c, a_c, b_c, h_c) по следующим данным: а) $a = 24$ см, $b = 32$ см; б) $a = 48$ см, $c = 50$ см; в) $a_c = 27$ см, $b_c = 48$ см; г) $c = 25$ см, $h_c = 12$ см; д) $b = 3$ см, $b_c = 1{,}8$ см; е) $a = 20$ см, $b_c = 9$ см.

8.4.13. **(№1447).** В равностороннем треугольнике определить высоту по данной стороне a.

8.4.14. **(№1448).** В равностороннем треугольнике определить сторону по данной высоте h.

8.4.15. **(№1449).** В прямоугольном треугольнике один из углов равен 30^0, а больший катет равен 6 см. Определить две другие стороны этого треугольника.

8.4.16. **(№1450).** Боковые стороны треугольника равны $a = 25$ см и $b = 30$ см, а высота $h_c = 24$ см. Определить основание c.

8.4.17. **(№1451).** В треугольнике больший угол при основании равен 45^0, а высота делит основание на части в 20 см и 21 см. Определить бóльшую боковую сторону.

8.4.18. **(№1452).** Диагонали ромба равны 24 см и 70 см. Определить сторону.

8.4.19. **(№1453).** В равнобедренной трапеции основания равны 10 см и 24 см, боковая сторона 25 см. Определить высоту трапеции.

8.4.20. **(№1454).** Радиусы двух пересекающихся окружностей равны 13 см и 15 см, а общая хорда равна 24 см. Определить расстояние между центрами.

8.4.21. **(№1455).** AB и CD — две параллельные хорды, расположенные по разные стороны от центра O окружности радиуса $R = 15$ см. Хорда $AB = 18$ см, хорда $CD = 24$ см. Определить расстояние между хордами.

8.4.22. **(№1456).** Две параллельные хорды AB и CD расположены по одну сторону от центра O окружности радиуса $R = 30$ см. Хорда $AB = 48$ см, хорда $CD = 36$ см. Определить расстояние между хордами.

8.4.23. **(№1457).** Радиус круга равен 25 см; две параллельные хорды — 14 см и 40 см. Определить расстояние между ними.

8.4.24. **(№1458).** Расстояния от одного конца диаметра до конца параллельной ему хорды равны 13 см и 84 см. Определить радиус круга.

8.4.25. **(№1459).** К окружности радиуса, равного 36 см, проведена касательная из точки, удаленной от центра на 85 см. Определить длину касательной.

8.4.26. **(№1460).** Из общей точки проведены к окружности две касательные. Радиус окружности равен 11 см, а сумма касательных равна 120 см. Определить расстояние от центра до исходной точки касательных.

8.4.27. **(№1461).** К окружности радиуса, равного 7 см, проведены две касательные из одной точки, удаленной от центра на 25 см. Определить расстояние между точками касания.

8.4.28. **(№1462).** Два круга радиусов R и r внешне касаются. Из центра одного круга проведена касательная к другому кругу, а из полученной точки касания проведена касательная к первому кругу. Определить длину последней касательной.

8.4.29. **(№1463).** Два круга касаются извне. Определить длину их общей внешней касательной (между точками касания), если радиусы равны 16 см и 25 см.

8.4.30. **(№1464).** Радиусы двух кругов равны 27 см и 13 см, а расстояние между центрами равно 50 см. Определить длину их общих касательных.

8.4.31. **(№1465).** Касательная и секущая, проведенные из общей точки к одной окружности, взаимно перпендикулярны. Касательная равна 12 м, а внутренняя часть секущей равна 10 м. Определить радиус окружности.

8.4.32. **(№1466).** Большая диагональ прямоугольной трапеции равна 13 см, а большее основание 12 см. Найдите площадь трапеции, если ее меньшее основание равно 8 см.

8.4.33. **(№1467).** В треугольнике ABC проведена высота AD. Доказать, что $AB^2 - AC^2 = BD^2 - CD^2$.

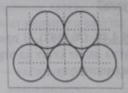
8.4.34. **(№1468).** Доказать, что в прямоугольной трапеции разность квадратов диагоналей равна разности квадратов оснований.

8.4.35. **(№1469).** Средняя линия равнобедренной трапеции равна 20, высота — 15. Определить диагональ и боковую сторону трапеции, если ее основания относятся как 3 : 7.

8.4.36. **(№1470).** Узнать, какими тремя последовательными целыми числами могут выражаться стороны прямоугольного треугольника.

8.4.37. **(№1471).** Между двумя фабричными зданиями устроен покатый желоб для передачи материалов, расстояние между зданиями равно 10 м, а концы желоба расположены на высоте 8 м и 4 м над землей. Определить длину желоба.

8.4.38. **(№1472).** В прямоугольной трапеции меньшая диагональ равна наклонной боковой стороне. Определить бóльшую диагональ, если наклонная боковая сторона равна a, а меньшее основание равно b.



8.4.39. **(№1473).** Из листа железа требуется выштамповать круглые шайбы диаметром в 28 мм. Найти расстояние между прямыми, на которых следует расположить центры шайб.

8.4.40. **(№1474).** Радиус круга равен 89 дм, хорда 16 м. Определить ее расстояние от центра.

8.4.41. **(№1475).** В сегменте хорда равна a, а высота h. Определить радиус круга.

8.4.42. **(№1476).** AB и CD — параллельные прямые. AC — секущая, E и F — точки пересечения прямых AB и CD с биссектрисами углов C и A. Дано: $AF = 96$ см и $CE = 110$ см. Требуется определить AC.

8.4.43. **(№1477).** В тупоугольном равнобедренном треугольнике ABC основание $AC = 32$ м, а боковая сторона 20 м. Из вершины B проведен перпендикуляр к боковой стороне до пересечения с основанием. На какие части от делит основание?

8.4.44. **(№1478).** AB — диаметр круга; BC — касательная, D — точка пересечения прямой AC с окружностью. Дано: $AD = 32$ см и $DC = 18$ см. Требуется определить радиус.

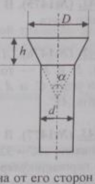
8.4.45. **(№1479).** В равнобедренной трапеции боковая сторона равна 41 см, высота равна 4 дм и средняя линия 45 см. Определить основание.

8.4.46. **(№1480).** Определить катеты, если биссектриса прямого угла делит гипотенузу на части в 15 см и 20 см.

8.4.47. **(№1481).** В равнобедренном прямоугольном треугольнике катет равен a. На какие части делит его биссектриса противолежащего угла?

8.4.48. **(№1482).** В прямоугольном треугольнике биссектриса острого угла делит катет на отрезки m и n ($m > n$). Определить другой катет и гипотенузу.

8.4.49. **(№1483).** Из одной точки проведены к данной прямой перпендикуляр и две наклонные. Определить длину перпендикуляра, если наклонные равны 41 см и 50 см, а их проекции на данную прямую относятся, как 3:10.



8.4.50. **(№1484).** На рисунке изображена заклепка. Угол $\alpha = 60^0$. Вычислить:

1) D, если $d = 16{,}5$ мм и $h = 7{,}5$ мм;
2) d, если $D = 30$ мм и $h = 9{,}5$ мм;
3) h, если $D = 35$ мм и $d = 22$ мм.

Написать формулу, связывающую между собой D, d, h.

8.4.51. **(№1485).** Точка внутри прямого угла удалена от его сторон на расстояние a и b. Найти ее расстояние от вершины.

8.4.52. **(№1486).** Требуется вырезать железный квадратик со стороной 32 мм. Чему должен быть равен наименьший диаметр круглого железа, годного для этой цели?

8.4.53. **(№1487).** Диаметр бревна 12 см. Можно ли из этого бревна вытесать квадратный брус со стороной 10 см?

8.4.54. **(№1488).** Катет $AC = 15$ см, катет $CB = 8$ см. Из центра C радиусом CB описана дуга, отсекающая от гипотенузы часть BD, которую и требуется определить.

8.4.55. **(№1489).** Дуга, описанная из вершины прямого угла прямоугольного треугольника радиусом, равным меньшему катету, делит гипотенузу на отрезки в 98 см и 527 см (начиная от меньшего катета). Определить катеты.

8.4.56. **(№1490).** AB — диаметр, BC и CDA — касательная и секущая. Определить отношение $CD : DA$, если BC равна радиусу.

8.4.57. **(№1491).** В прямоугольном треугольнике биссектриса прямого угла делит гипотенузу в отношении 7 : 9. В каком отношении (считая части в том же порядке) делит ее высота?

8.4.58. **(№1492).** В равнобедренном треугольнике основание равно 30 см, а боковая сторона равна 39 см. Определить радиус вписанного круга.

8.4.59. **(№1493).** Основание c равнобедренной трапеции равно ее диагонали. Найти боковую сторону этой трапеции, если разность ее оснований равна m.

8.4.60. **(№1494).** Средняя линия равнобедренной трапеции равна 18, отношение оснований равно 1 : 5. Определить высоту трапеции, если ее боковая сторона равна 15.

8.4.61. **(№1495).** В равнобедренном треугольнике центр вписанного круга делит высоту в отношении 17 : 15. Основание равно 60 см. Найти радиус этого круга.

8.4.62. **(№1496).** Из точки B проведены к данной прямой перпендикуляр BC и наклонная BA. На AC взята точка D, и прямая BD продолжена до пересечения в точке E с прямой AE, перпендикулярной к AC. Определить AE, если $BA = 53$ дм, $AD = 8$ дм и $DC = 20$ дм.

8.4.63. **(№1497).** В равнобедренном треугольнике основание равно 30 дм, а высота 20 дм. Определить высоту, опущенную на боковую сторону.

8.4.64. **(№1498).** В равнобедренном треугольнике высота, опущенная на основание, равна 3 дм, а высота, опущенная на боковую сторону равна 4 дм. Определить стороны этого треугольника.

8.4.65. **(№1499).** Диагонали ромба равны 14 дм и 48 дм. Определить его высоту.

8.4.66. **(№1500).** Гипотенуза $AB = 34$ см; катет $BC = 16$ см. Определить длину перпендикуляра, восстановленного к гипотенузе из середины до пересечения с катетом AC.

8.4.67. **(№1501).** В прямоугольном треугольнике ABC катет $AC = 16$ дм и катет $BC = 12$ дм. Из центра B радиусом BC описана окружность и к ней проведена касательная, параллельная гипотенузе (причем касательная и треугольник лежат по разные стороны гипотенузы). Катет BC продолжен до пересечения с проведенной касательной. Определить, на сколько продолжен катет.

8.4.68. **(№1502).** Из одной точки проведены к кругу две касательные. Длина касательной равна 156 дм, а расстояние между точками касания равно 120 дм. Определить радиус круга.

8.4.69. **(№1503).** В треугольнике основание равно 60 м, высота 12 м и медиана основания 13 м. Определить боковые стороны.

8.4.70. **(№1504).** В прямоугольном треугольнике найти отношение катетов, если высота и медиана, выходящие из вершины прямого угла, относятся, как 40 : 41.

8.4.71. **(№1505).** Определить радиус круга, описанного около равнобедренного треугольника, если основание и боковая сторона треугольника соответственно равны: 1) 6 дм и 5 дм; 2) 24 м и 13 м.

8.4.72. **(№1506).** В прямоугольном треугольнике катеты равны 13 дм и 84 дм. Определить радиус вписанного круга.

8.4.73. **(№1507).** В равнобедренной трапеции, описанной около круга, основания равны 36 см и 1 м. Определить радиус круга.

8.4.74. **(№1508).** Около круга, радиус которого равен 12 см, описана равнобедренная трапеция с боковой стороной в 25 см. Определить основания этой трапеции.

8.4.75. **(№1509).** Около круга радиуса r описана равнобедренная трапеция, у которой параллельные стороны относятся, как $m : n$. Определить стороны этой трапеции.

8.4.76. **(№1510).** Найти неизвестные стороны прямоугольного треугольника, у которого длина катета 60 см, а сумма длин двух других сторон на 12 см больше.

8.4.77. **(№1511).** В прямоугольном треугольнике длины медианы и высоты, проведенных из вершины прямого угла, 25 см и 24 см. Найти периметр треугольника.

8.4.78. **(№1512).** Доказать, что в прямоугольном треугольнике длины катетов a и b и длина высоты h связаны зависимостью: $\frac{1}{a^2}+\frac{1}{b^2}=\frac{1}{h^2}$.

8.4.79. **(№1513).** Определить длину транспортера, горизонтальная проекция которого 16 м, один из концов находится ниже уровня земли на 0,3 м, а другой — выше уровня земли на 7,5 м.

8.4.80. **(№1514).** В прямоугольнике $ABCD$ $AB = 77$, $BC = 84$. Точку M, находящуюся внутри данного прямоугольника соединили с его вершинами. Зная, что площади треугольников MAB, MBC, MCD, MAD относятся как $22 : 32 : 55 : 45$, найти расстояния от точки M до вершин прямоугольника.

8.4.81. **(№1515).** Наблюдатель видел стену из двух пунктов, расстояние между которыми 300 м, под углами по 30^0. Первый пункт лежал на юге от одного конца стены, а другой — на западе от другого. Определить длину стены.

8.4.82. **(№1516).** Хорда перпендикулярна диаметру и делит его на части длиной 27 см и 75 см. Определить длину этой хорды.

8.4.83. **(№1517).** Радиус окружности 15 см. Хорда, перпендикулярная диаметру окружности, делит его на части, одна из которых на 18 см короче другой. Найди длину этой хорды.

8.4.84. **(№1518).** Радиус окружности равен 15 см. Длина хорды относится к расстоянию хорды от центра как 8 : 3. Найти длину хорды.

8.4.85. **(№1519).** Если два круга имеют внешнее касание, то их общая внешняя касательная есть среднее пропорциональное между их диаметрами. Доказать.

8.4.86. **(№1520).** Катеты треугольника относятся как 8 : 15. Длина медианы, проведенной к гипотенузе, 34 см. Найти длины катетов.

8.4.87. **(№1521).** Если M — некоторая точка высоты AD треугольника ABC, то $AB^2 - AC^2 = BM^2 - CM^2$. Доказать

8.4.88. **(№1522).** Найти радиус аркового моста, у которого пролет 24 м, а высота арки 4 м.

8.4.89. **(№1523).** В прямоугольном треугольнике, катеты которого равны 15 дм и 2 м, проведены: высота из вершины прямого угла и биссектрисы обоих углов, образуемых высотой с катетами. Определить отрезок гипотенузы, заключенный между биссектрисами.

8.4.90. **(№1524).** В прямоугольном треугольнике ABC катет $BC = 6$ см и гипотенуза $AB = 10$ см. Проведены биссектрисы угла ABC и угла с ним смежного, пересекающие катет AC и его продолжение в точках D и E. Определить длину DE.

8.4.91. **(№1525).** В равнобедренном треугольнике ABC боковая сторона $AB = 10$ м и основание $AC = 12$ м. Биссектрисы углов A и C пересекаются в точке D. Требуется определить BD.

8.4.92. **(№1526).** В прямоугольной трапеции основания равны 17 дм и 25 дм, а бóльшая боковая сторона равна 10 дм. Из середины этой стороны проведен перпендикуляр к ней до встречи с продолжением другой боковой стороны. Определить длину этого перпендикуляра.

8.4.93. **(№1527).** AC и BC — катеты треугольника, CD — высота; $DE \parallel BC$. Определить отношение $AE:EC$, если $AC : CB = 4 : 5$.

8.4.94. **(№1528).** В двух равнобедренных треугольниках боковые стороны имеют одинаковую длину, а сумма углов при вершинах равна 180^0. Основания относятся, как 9 : 40, а длина боковой стороны равна 41 дм. Определить основания.

8.4.95. **(№1529).** Расстояния между центрами двух окружностей, лежащих одна вне другой, равно 65 дм, длина их общей внешней касательной (между точками касания) равна 63 дм; длина их общей внутренней касательной равна 25 дм. Определить радиусы окружностей.

8.4.96. (№1530). Длины двух параллельных хорды равны 40 дм и 48 дм, расстояние между ними равно 22 дм. Определить радиус круга.

8.4.97. (№1531). AB и AC — касательные к одному кругу с центром O, M — точка пересечения прямой AO с окружностью; DME — отрезок касательной, проведенный через M, между AB и AC. Определить длину DE, если радиус круга равен 15 дм, а расстояние $AO = 39$ дм.

8.4.98. (№1532). Катеты прямоугольного треугольника равны 15 дм и 20 дм. Определить расстояние от центра вписанного круга до высоты, опущенной на гипотенузу.

8.4.99. (№1533). В прямоугольном треугольнике ABC из вершины C прямого угла опущен перпендикуляр на гипотенузу, и на нем, как на диаметре, описана окружность, которая на катетах CA и CB дает внутренние отрезки m и n. Определить катеты.

8.4.100. (№1534). В прямоугольном треугольнике катеты равны 75 дм и 100 дм. На отрезках гипотенузы, образуемых высотой, построены полукруги по одну сторону с данным треугольником. Определить отрезки катетов. заключенные внутри этих полукругов.

8.4.101. (№1535). Две окружности, радиусы которых 9 см и 13 см, касаются внутренне. Найти длину хорды большей окружности, которая перпендикулярна линии центров и касается меньшей окружности.

8.4.102. (№1536). Две хорды, пересекающиеся в круге, взаимно перпендикулярных. Доказать, что сумма квадратов длин отрезков этих хорд равна квадрату длины диаметра. (Теорема Архимеда).

8.4.103. (№1537). Найти площадь треугольника, у которого длины сторон 41 см, 41 см и 18 см.

8.4.104. (№1538). Найти площадь прямоугольного треугольника, у которого длина двух больших сторон 65 см и 63 см.

8.4.105. (№1539). Найти площадь треугольника, у которого длины боковых сторон 29 см и 25 см, а их общая вершина удалена от основания на 20 см.

8.4.106. (№1540). Площадь ромба 96 см^2, одна из диагоналей равна 12 см. Найти периметр ромба.

8.4.107. (№1541). Найти площадь параллелограмма, у которого длины диагоналей 20 см и 34 см, а центр симметрии отдален от стороны на 8 см.

8.4.108. (№1542). Длины трех меньших сторон прямоугольной трапеции 15 см, 16 см и 17 см. Вычислить площадь трапеции.

8.4.109. (№1543). Длины трех бóльших сторон прямоугольной трапеции 25 см, 25 см и 32 см. Вычислить периметр и площадь трапеции.

8.4.110. (№1544). Длины катетов прямоугольного треугольника 12 см и 16 см. Вычислить расстояние от середины наименьшей медианы до его сторон.

8.4.111. (№1545). Длины сторон прямоугольника $ABCD$ 15 см и 17 см. На BC взята точка M так, что $\angle AMB = \angle AMD$. На какие части точка M делит отрезок BC?

8.4.112. (№1546). Найти площадь равнобокой трапеции, у которой длины диагонали и высоты 17 см и 15 см.

8.4.113. (№1547). Найти площадь равнобокой трапеции, у которой длины диагонали и средней линии 37 см и 35 см.

8.4.114. (№1548). Найти площадь пятиугольника $ABCDE$, у которого $\angle A = \angle B = 120^0$, $\angle D = 90^0$, $CD = DE$, $AB = BC = AE = a$.

8.4.115. (№1549). Найти площадь пятиугольника $ABCDE$, у которого углы A, B, C прямые, $AB = BC = 12$ см, $AE = 3$ см, $CD = 8$ см.

8.4.116. (№1550). Найти площадь пятиугольника $ABCDE$, у которого углы A, B, D прямые, $AE = 7$, $AB = 8$, $BC = 13$, $CD = DE$.

8.4.117. (№1551). Прямая AB перпендикулярна отрезку CD. Доказать, что для всех точек этой прямой разность квадратов расстояний от точек C и D одинакова.

8.4.118. (№1552). Суммы квадратов длин противоположных сторон четырехугольника одинаковы. Доказать, что его диагонали взаимно перпендикулярны.

8.4.119. (№1553). Найти множество точек плоскости, у которых разность квадратов расстояний от данных точек A и B равна a^2.

8.4.120. (№1554). Если x и y положительные ($x > y$), то числа $x^2 + y^2$, $x^2 - y^2$ и $2xy$ могут быть длинами сторон прямоугольного треугольника. Доказать это.

8.4.121. (№1555). Доказать, что в прямоугольном треугольнике сумма квадратов длин медиан в полтора раза больше квадрата длины гипотенузы.

8.4.122. (№1556). Доказать, что в прямоугольном треугольнике квадрат длины наименьшей медианы в 5 раз меньше суммы квадратов длин других медиан.

8.4.123. (№1557). Докажите, что если $b^2 + c^2 = 2a^2$, то существует прямоугольный треугольник, длины сторон которого a, $\frac{b+c}{2}$, $\frac{b-c}{2}$.

8.4.124. (№1558). Докажите, что сумма кубов катетов прямоугольного треугольника меньше куба его гипотенузы.

8.4.125. (№1559). Найдите точку, сумма квадратов расстояний от которой до всех вершин данного прямоугольника наименьшая возможная.

8.4.126. (№1560). Доказать, что разность квадратов двух сторон треугольника равна разности квадратов их проекций на третью сторону.

8.4.127. (№1561). Доказать, что если диагонали четырехугольника $ABCD$ взаимно перпендикулярны, то $AD^2 + BC^2 = AB^2 + CD^2$.

8.4.128. (№1562). В плоскости прямоугольника $ABCD$ взята произвольно точка M, которая соединена со всеми его вершинами. Доказать, что $AM^2 + CM^2 = BM^2 + DM^2$.

8.4.129. (№1563). Из вершины C квадрата $ABCD$ со стороной равной 4, проведена прямая, которая пересекает сторону AD в точке K. Определить высоту BM треугольника BKC, если отрезок KC равен 5.

8.4.130. (№1564). Определить сторону BC треугольника ABC, если сторона $AC = 7\sqrt{2}$, проекция стороны BC на сторону AB равна $\sqrt{51}$, а $\angle CAB = 45^0$.

8.4.131. (№1565). Доказать, что если диагональ равнобедренной трапеции равна большему ее основанию, то боковая сторона есть среднее пропорциональное между диагональю и разностью оснований.

8.4.132. (№1566). Высота AD равнобедренного треугольника ABC делит боковую сторону BC на отрезки 2 и 7, считая от основания. Определить высоту DE треугольника ABD.

8.4.133. (№1567). Одна из диагоналей параллелограмма служит его высотой. Определить диагонали, если периметр параллелограмма равен 50, а разность его сторон равна единице.

8.4.134. **(№1568).** Определить высоту трапеции, если ее основания равны 8 и 21, а боковые стороны — 14 и 15.

8.4.135. **(№1569).** Диагональ AC трапеции $ABCD$ перпендикулярна ее боковой стороне BC. Определить высоту трапеции и диагональ AC, если основание AB равно 26, боковая сторона BC равна 10.

8.4.136. **(№1570).** Стороны AC и BC треугольника ABC соответственно равны 8 и 15, угол CAB равен 30^0. Определить проекции сторон AC и BC на сторону AB.

8.4.137. **(№1571).** Катеты прямоугольного треугольника 20 и 50 см. Определить радиус окружности, которая касается меньшего катета и проходит через середины двух других сторон треугольника.

8.4.138. **(№1572).** В треугольнике ABC проведена высота CD. На боковых сторонах треугольника BC и AC построены прямоугольные треугольники MCB и CNA, у которых катеты MB и NA соответственно равны отрезкам гипотенузы AD и BD (A и B — вершины прямых углов). Доказать, что $CM = CN$.

8.4.139. **(№1573).** На основании AB равнобедренного треугольника ABC взята точка M. Доказать, что $AM \cdot BM = BC^2 - CM^2$.

8.4.140. **(№1574).** Угол BAC треугольника ABC равен 135^0. Определить сторону BC, если $AC = \sqrt{50}$, $AB = 7$.

8.4.141. **(№1575).** На продолжении диагонали AC ромба $ABCD$ взята произвольная точка P, которая соединена отрезком с вершиной B. Доказать, что $AP \cdot CP = PB^2 - AB^2$.

8.4.142. **(№1576).** Сумма углов при стороне AD выпуклого четырехугольника $ABCD$ равна 90^0. Докажите, что $BC^2 + AD^2 = AC^2 + BD^2$.

8.4.143. **(№1577).** Докажите, что в прямоугольном треугольнике с катетами a, b и гипотенузой c:

$$\text{а) } \frac{1}{2} \le \frac{a^2}{a^2+c^2} + \frac{b^2}{b^2+c^2} \le \frac{2}{3}; \text{ б) } \frac{2}{3} \le \frac{a^2}{b^2+c^2} + \frac{b^2}{a^2+c^2} \le 1;$$

$$\text{в) } \frac{a^2}{c^3+a^3} + \frac{b^3}{c^3+b^3} < \frac{5}{9}.$$

8.4.144. **(№1578).** Докажите, что сумма квадратов медиан прямоугольного треугольника в полтора раза больше квадрата его гипотенузы.

8.4.145. **(№1579).** Докажите, что квадрат наименьшей медианы прямоугольного треугольника в 5 раз меньше суммы квадратов двух других медиан.

8.4.146. **(№1580).** Если суммы квадратов противоположных сторон четырехугольника равны, то его диагонали взаимно перпендикулярны. Докажите.

8.4.147. **(№1581).** Периметр квадрата P. Найдите сумму квадратов расстояний от всех вершин квадрата до прямой, проходящей через его центр.

8.4.148. **(№1582).** Катет $AB = a$ лежит против угла в 15^0. Найдите длину второго катета.

8.4.149. **(№1583).** Катет $AB = a$ лежит против угла в $22^0 30'$. Найдите длину второго катета.

8.4.150. **(№1584).** Отрезок $AB = 12$ см служит диаметром окружности с центром O. На отрезках AO и BO, как на диаметрах построены окружности. Найдите радиус окружности, которая касается трех названных окружностей.

8.4.151. **(№1585).** Из точки M стороны BC прямоугольника $ABCD$ отрезки AB и AD видны под равными углами. Зная, что $AB = 80$ см, $AD = 89$ см, определите, на какие части точка M делит сторону BC.

8.4.152. **(№1586).** Меньшее основание трапеции 4 см. Высота делит ее на треугольник и квадрат. Если в них вписать окружности, то диаметр одной равен радиусу другой. Найдите периметр трапеции.

8.4.153. **(№1587).** Две равные окружности радиуса R пересекаются так, что каждая из них проходит через центр другой. Найти длину их общей хорды.

8.4.154. **(№1588).** Бамбуковый ствол переломлен бурей так, что вершина ствола коснулась земли на расстоянии 3 единиц от его основания. На какой высоте переломлен ствол, если высота ствола равна 9 единицам?

8.4.155. **(№1589).** Из середины катета прямоугольного треугольника опущен перпендикуляр на гипотенузу. Доказать, что разность квадратов отрезков гипотенузы равна квадрату второго катета.

8.4.156. **(№1590).** Доказать, что квадрат медианы прямоугольного треугольника, проведенной к катету, равен разности квадрата гипотенузы и 0,75 квадрата катета, соответствующего медиане.

8.4.157. **(№1591).** Гипотенуза AB прямоугольного треугольника ABC равна c. Точки M и N, расположенные соответственно на катетах BC и AC, соединены с вершинами A и B. Определить длину отрезка MN, если $AM^2 + BN^2 = m^2$.

8.4.158. **(№1592).** Доказать, что квадрат стороны треугольника, лежащей против угла в 120^0, равен неполному квадрату суммы двух других сторон, а сторона, лежащая против угла в 60^0, — неполному квадрату их разности.

8.4.159. **(№1593).** Пусть c — гипотенуза, a и b — катеты прямоугольного треугольника. Доказать, что из отрезков $a+b$, h_c, $c+h_c$ можно построить прямоугольный треугольник.

8.4.160. **(№1594).** Сторона квадрата 7. Внутри него отмечены 50 точек. Докажите, что среди них найдутся две, расстояние между которыми меньше $\sqrt{2}$.

8.4.161. **(№1595).** Доказать, что если из вершины B основания AB равнобедренного треугольника ABC опущен перпендикуляр BD на сторону AC, то $AB^2 + BC^2 + AC^2 = AD^2 + 2CD^2 + 3BD^2$.

8.4.162. **(№1596).** В треугольнике определить вторую боковую сторону, если следующими числами соответственно выражаются первая боковая сторона, основание и проекция второй боковой стороны на основание: 1) 6; 5,3; 8; 2) 2; 3; 2; 3) 12; 8; 11; 4) 2; 2; 3.

8.4.163. **(№1597).** Определить вид треугольника (относительно углов), если даны три стороны или отношения их: 1) 2, 3, 4; 2) 3, 4, 5; 3) 4, 5, 6; 4) 10, 15, 18; 5) 68, 119, 170.

8.4.164. **(№1598).** В треугольнике ABC пусть будут: b — основание, a и c — боковые стороны; p и q — их проекции на основание, h — высота. Определить p, q и h, если даны три стороны:

1) $a = 13$, $b = 14$, $c = 15$; 2) $a = 37$, $b = 30$, $c = 13$;
3) $a = 25$, $b = 12$, $c = 17$; 4) $a = 2$, $b = 4$, $c = 3$.

8.4.165. **(№1599).** В треугольнике определить третью сторону, если две другие образуют угол в 60^0 и соответственно равны: 1) 5 см и 8 см; 2) 8 см и 15 см; 3) 63 см и 80 см.

8.4.166. **(№1600).** В треугольнике определить третью сторону, если две другие образуют углы в 120^0 и соответственно равны: 1) 3 см и 5 см; 2) 7 см и 8 см; 3) 11 см и 24 см.

8.4.167. **(№1601).** В треугольнике определить третью сторону, если две другие образуют угол в 45^0 и соответственно равны: 1) 2 и 3; 2) $\sqrt{8}$ и 5; 3) $\sqrt{18}$ и 7.

8.4.168. **(№1602).** Сторона треугольника равна 21 см, а две другие стороны образуют угол в 60^0 и относятся, как 3 : 8. Определить эти стороны.

8.4.169. **(№1603).** В треугольнике боковая сторона равна 16 м и образует с основанием угол в 60^0; другая боковая сторона равна 14 м. Определить основание.

8.4.170. **(№1604).** Основание треугольника равно 13 см; угол при вершине равен 60^0; сумма боковых сторон равна 22 см. Определить боковые стороны и высоту.

8.4.171. **(№1605).** В основание равно 12 см; один из углов при нем равен 120^0; сторона против этого угла равна 28 см. Определить третью сторону.

8.4.172. **(№1606).** В равнобедренном прямоугольном треугольнике ABC гипотенуза AB продолжена на длину BD, равную BC, и точка D соединена с C. Найдите стороны треугольника ADC, если катет $BC = a$.

8.4.173. **(№1607).** Определить стороны треугольника, зная, что средняя по величине сторона отличается от каждой из двух других на единицу и что проекция большей стороны на среднюю равна 9 единицам.

8.4.174. **(№1608).** Определить хорду половинной дуги, если хорда целой дуги равна a, радиус равен r $(r=25;\ a=48)$.

8.4.175. **(№1609).** В прямоугольном треугольнике ABC катет $AC=15$ см и катет $BC=20$ см. На гипотенузе AB отложена часть AD длиной в 4 см, и точка D соединена с C. Определить длину CD.

8.4.176. **(№1610).** Треугольник ABC — прямоугольный при C. На продолжении гипотенузы AB отложен отрезок BD, равный катету BC, и точка D соединена с C. Определить длину CD, если $BC=7$ см и $AC=24$ см.

8.4.177. **(№1611).** В треугольнике ABC проведены высоты BD и CE, и точки D и E соединены. Найти отношение площади ΔADE к площади ΔABC, если: 1) $\angle A=45^0$; 2) $\angle A=30^0$.

8.4.178. **(№1612).** В треугольнике ABC дана точка D на стороне AB; определить длину CD, если известно, что $a=37$, $b=15$, $c=44$ и $AD=14$.

8.4.179. **(№1613).** В тупоугольном треугольнике бóльшая сторона равняется 16 см, а высоты, проведенные из обоих ее концов, отстоят от вершины тупого угла на 2 см и на 3 см. Определить две меньшие стороны треугольника.

8.4.180. **(№1614).** Стороны равнобедренного треугольника суть: $AB=BC=50$ см и $AC=60$ см. Проведены высоты AE и CD, и точки D и E соединены. Определить стороны треугольника DBE.

8.4.181. **(№1615).** В треугольнике ABC из конца C стороны AC проведен перпендикуляр к ней до пересечения в точке D с продолжением стороны AB. Определить BD и CD, если $AB=45$, $BC=39$ и $AC=42$.

8.4.182. **(№1616).** В треугольнике ABC даны стороны: $AB=15$, $AC=14$ и $BC=13$. Биссектриса угла B продолжена за его вершину до пересечения в точке E с перпендикуляром к AC, проведенным из точки C. Определить длину CE.

8.4.183. **(№1617).** Данного круга касаются два равных меньших круга. Один изнутри, другой извне, причем дуга между точками касания содержит 60^0. Радиусы меньших кругов равны r, радиус большего круга равен R. Определить расстояние между центрами меньших кругов.

8.4.184. **(№1618).** Во всякой неравнобедренной трапеции сумма оснований относится к их разности так, как разность квадратов диагоналей относится к разности квадратов боковых сторон. Доказать.

8.4.185. **(№1619).** Доказать, что отрезок прямой, проходящей через середину основания равнобедренного треугольника и заключенный между одной боковой стороной и продолжением другой, больше основания этого треугольника (середина основания принадлежит отрезку).

8.4.186. **(№1620).** Доказать, что во всякой трапеции сумма квадратов диагоналей равна сумме квадратов боковых сторон, сложенной с удвоенным произведением оснований.

8.4.187. **(№1621).** Доказать, что в равнобедренной трапеции квадрат диагонали равен квадрату боковой стороны, сложенному с произведением оснований.

8.4.188. **(№1622).** Две стороны a и b треугольника ABC составляют угол, равный 120^0. Определить высоту, опущенную на третью сторону.

8.4.189. **(№1623).** Доказать, что для всякой трапеции имеет место зависимость: $ab=\dfrac{m^2+n^2-p^2-q^2}{2}$, где a и b — основания, p и q — непараллельные стороны, m и n — диагонали.

8.4.190. **(№1624).** В равнобедренной трапеции определить длину диагоналей: 1) если основания равны 4 м и 6 м, а боковая сторона равна 5 м; 2) если одна сторона равна 5 см, а другие три равны каждая 4 см.

8.4.191. **(№1625).** Определить высоту и диагонали трапеции, если основания a и c и боковые стороны b и d выражаются следующими числами: 1) $a=25$, $b=13$, $c=11$, $d=15$; 2) $a=28$, $b=25$, $c=16$, $d=17$; 3) $a=6$, $b=3$, $c=1$, $d=4$.

8.4.192. **(№1626).** Стороны параллелограмма равны 23 см и 11 см, а диагонали относятся, как 2:3. Определить диагонали.

8.4.193. **(№1627).** Диагонали параллелограмма равны 17 см и 19 см, а стороны относятся, как 2:3. Определить стороны.

8.4.194. **(№1628).** Диагонали параллелограмма равны 12 см и 14 см, а разность сторон равна 4 см. Определить стороны параллелограмма.

8.4.195. **(№1629).** Определить стороны и диагонали параллелограмма, если бóльшая сторона равна меньшей диагонали, разность сторон равна 3 см и разность диагоналей равна 2 см.

8.4.196. **(№1630).** Диагонали параллелограмма $ABCD$ пересекаются в точке O. Периметры треугольников ABO, BCO и параллелограмма соответственно 28, 30 и 48 см. Найдите диагонали параллелограмма.

8.4.197. **(№1631).** Стороны треугольника a, b и c. Определить медианы этого треугольника.

8.4.198. **(№1632).** Стороны треугольника: 16, 18 и 26. Вычислить медиану большей стороны.

8.4.199. **(№1633).** Две стороны треугольника 7 и 11; медиана к третьей стороне равна 6. Определить третью сторону.

8.4.200. **(№1634).** Определить высоту параллелограмма, у которого основание равно 51 см, а диагонали 40 см и 74 см.

8.4.201. (№1635). В треугольник вписан параллелограмм так, что одна его сторона лежит на основании треугольника, а диагонали соответственно параллельны боковым сторонам треугольника. Основание треугольника равно 45 см, а боковые стороны 39 см и 48 см. Определить стороны параллелограмма.

8.4.202. (№1636). Выразить отрезок, соединяющий середины двух противоположных сторон четырехугольника, через его стороны и диагонали.

8.4.203. (№1637). Доказать, что во всяком четырехугольнике сумма квадратов диагоналей вдвое больше суммы квадратов отрезков, соединяющих середины противоположных сторон.

8.4.204. (№1638). Докажите, что в четырехугольнике сумма квадратов диагоналей меньше суммы квадратов сторон на учетверенный квадрат расстояния между серединами диагоналей.

8.4.205. (№1639). Докажите, что четырехугольник, у которого сумма квадратов диагоналей равна сумме квадратов сторон, является параллелограммом.

8.4.206. (№1640). Используя результат предыдущей задачи, установите, что:

а) $m_a^2 + b_b^2 + m_c^2 = \frac{3}{4}\left(a^2 + b^2 + c^2\right)$;

б) $m_a^4 + b_b^4 + m_c^4 = \frac{9}{16}\left(a^4 + b^4 + c^4\right)$.

Тригонометрия помогает геометрии

8.5.1. (№1641). Вычислить длину параллели земного шара с географической широтой φ, если радиус земного шара равен R.

8.5.2. (№1642). *Практическая работа.* Из вершины C прямого угла прямоугольного треугольника ABC опустить высоту CD. Обозначив катеты треугольника через a и b, гипотенузу — через c, высоту — через h, отрезки гипотенузы — через p и q, заполнить таблицу, рассматривая каждый из образовавшихся треугольников на чертеже:

$\sin A$	$\frac{h}{b}$		
$\cos A$		$\frac{b}{c}$	
$\operatorname{tg} A$			$\frac{h}{q}$

Используя таблицу, доказать следующие зависимости: а) $a^2 = cp$, б) $b^2 = cq$; в) $h^2 = pq$; г) $ab = ch_c$; д) $a^2 + b^2 = c^2$; прочитать и записать каждое равенство словами.

8.5.3. (№1643). Катет прямоугольного треугольника равен 6, а его проекция на гипотенузу равна 3,6. Определить гипотенузу и второй катет.

8.5.4. (№1644). Из вершины прямого угла прямоугольного треугольника проведена высота, разделяющая гипотенузу на отрезки 4 и 9. Определить катеты данного треугольника.

8.5.5. (№1645). В прямоугольный треугольник с катетами 5 и 12 вписана окружность. Определить расстояние центра окружности до высоты, опущенной на гипотенузу.

8.5.6. (№1646). Длины сторон прямоугольника 12 и 16. Определить синус и косинус угла а) между диагональю и стороной; б) между диагоналями.

8.5.7. (№1647). Длины сторон треугольника 5, 5, 8. Найти значение синусов и косинусов его углов.

8.5.8. (№1648). Построить прямоугольный треугольник, у которого: а) синус одного из углов равен: $\frac{1}{3}$; $\frac{3}{7}$; 0,9; 0,55; б) косинус одного из углов равен: 0,4; 0,85; $\frac{2}{3}$; $\frac{7}{9}$.

8.5.9. (№1649). Найти периметр прямоугольного треугольника по а) гипотенузе и острому углу; б) катету и прилежащему углу.

8.5.10. (№1650). Решить прямоугольные треугольники по приведенным данным. Данные числа — приближенные. Поэтому количество значащих цифр в ответе не должно превышать количества цифр в данных условия. Углы определить до минут, если длины даны числом с четырьмя значащими цифрами; до 6′, если длины указаны числом с тремя значащими цифрами; до градусов, если длины даны числом с двумя значащими цифрами.

а) $a = 44$, $b = 117$; б) $a = 5{,}86$, $b = 9{,}45$;

в) $a = 1{,}7351$, $b = 0{,}4687$; г) $b = 312$, $c = 313$;

д) $a = 61{,}5$, $c = 179{,}8$; е) $b = 15{,}6$, $\angle B = 26^0 18'$;

ж) $a = 0{,}795$, $\angle A = 37^0 6'$; з) $a = 3758$, $\angle B = 76^0 5'$;

и) $c = 0{,}83$, $A = 41^0$; к) $c = 0{,}0754$, $\angle B = 73^0 54'$.

8.5.11. (№1651). Стороны прямоугольника, равные 8 и 15, спроектированы на его диагональ. Вычислить полученные проекции.

8.5.12. (№1652). Из вершины прямого угла прямоугольного треугольника проведены высота и медиана, соответственно равные 12 и 15. Определить стороны треугольника.

8.5.13. (№1653). Из точки A, взятой вне окружности O радиуса 15, проведены к ней касательные AB и AC. Определить площадь круга, построенного на отрезке BC как на диаметре, если расстояние точки A до центра окружности равно 25.

8.5.14. (№1654). В треугольнике ABC медиана BD составляет со стороной BC угол DBC, равный 60^0. Точка пересечения медиан удалена от прямой BC на $\sqrt{3}$ см. а) Найдите BD. б) Найдите AB, если $\angle ABD = 30^0$.

8.5.15. (№1655). На пути — отметки высоты над уровнем моря (в метрах) через каждые 100 м: 237,5; 240,0; 241,8. Найти углы подъема на этих участках.

8.5.16. (№1656). Высота треугольника 38,5 см, углы при основании $62^0 30'$ и $51^0 06'$. Определить периметр треугольника.

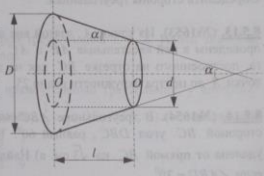
8.5.17. (№1657). Диагональ прямоугольника, равная 32,5 см, делит его угол на части, которые относятся как 4 : 11. Найти периметр прямоугольника.

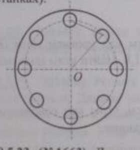
<u>8.5.18.</u> (№1658). Радиус окружности R. Определить длину хорды, стягивающей дугу α этой окружности.

<u>8.5.19.</u> (№1659). Найти периметр равнобедренного треугольника, у которого угол при основании $49^0 54'$, а основание длиннее большей стороны на 10,8 м.

<u>8.5.20.</u> (№1660). Требуется провести железную дорогу между пунктами A и B, удаленными друг от друга (по прямой линии) на расстояние 12,5 км. Почвенные условия заставляют провести железную дорогу в форме дуги, радиус R которой равен 8 км. Определить длину железнодорожной линии.

<u>8.5.21.</u> (№1661). Определить, какие углы α (конусность) имеют конусы Морзе, если $D = 12{,}3$ мм, $d \approx 9{,}4$ мм, $l \approx 54$ мм. (Конусы Морзе употребляются для закрепления инструментов в сверлильных, фрезерных и других станках).





<u>8.5.22.</u> (№1662). На крыше парового цилиндра диаметра 350 мм требуется просверлить 8 отверстий для болтов. Определить расстояния между центрами этих отверстий если центры должны отстоять от краев крышки на 50 мм.

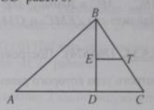
<u>8.5.23.</u> (№1663). Диагональ прямоугольника равна d, а острый угол между диагоналями равен α. Вычислить площадь прямоугольника при $d = 7{,}5$ см, $\alpha = 43^0 15'$.

<u>8.5.24.</u> (№1664). Гипотенуза прямоугольного треугольника равна 10. Квадрат, построенный на катете b, составляет 0,75 площади квадрата, построенного на гипотенузе. Найти стороны и углы треугольника.

<u>8.5.25.</u> (№1665). Вычислить площадь кругового сектора, если радиус окружности равен 7, а хорда, стягивающая дугу сектора, равна 8,5.

<u>8.5.26.</u> (№1666). В трапеции $ABCD$ $BC \parallel AD$, $AB \perp BD$, точки M и K — середины отрезков BC и CD соответственно, $MK = \sqrt{5}$ см, $AD = 2\sqrt{10}$ см. а) Найдите $\angle DBC$. б) Найдите BE, если CE — высота треугольника BCD, а тангенс угла ECD равен 3.

<u>8.5.27.</u> (№1667). На рисунке $AB \perp BC$, $BD \perp AC$, точки E и T — середины отрезков BD и BC, $AD = 25$ дм, $ET = 8$ дм. Найдите BD и $\mathrm{tg}\,\angle A$.



<u>8.5.28.</u> (№1668). Найти длины сторон равнобедренного треугольника, у которого угол между равными сторонами $47^0 12'$, а сумма длин двух неравных сторон 59,4 см.

<u>8.5.29.</u> (№1669). Какую силу надо приложить к вагону весом 8,0 т, чтобы удержать его в равновесии на рельсовом пути, наклоненном к горизонту под углом 28''?

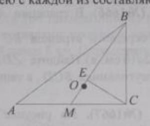
<u>8.5.30.</u> (№1670). С наблюдательного пункта замечают под углом $63^0 30'$ самолет, пролетающий над башней, высота которой 79,5 м. Прямая из того же наблюдательного пункта к верхушке башни образует с горизонтальной плоскостью угол $20^0 45'$. На какой высоте находится самолет?

Геометрия 7-9. Сборник задач

<u>8.5.31.</u> (№1671). На наклонной плоскости, составляющей с горизонтом угол $20^0 45'$, находится тело весом 40 кг. Определить, с какой силой оно стремится скатиться по наклонной плоскости и какое давление оно производит на эту плоскость.

<u>8.5.32.</u> (№1672). Силы в 7,25 кг и 10,3 кг действуют на одну и ту же точку тела под прямым углом друг к другу. Определить равнодействующую этих сил и углы, образуемые ею с каждой из составляющих.

<u>8.5.33.</u> (№1673). На рисунке $BC \perp AC$, $EC \perp MB$, O — точка пересечения медиан треугольника ABC, $MC = 30$ мм, $ME = 20$ мм. Найдите $\cos\angle EMC$ и OM.



<u>8.5.34.</u> (№1674). Постройте прямоугольный треугольник, косинус острого угла которого равен $\frac{2}{5}$, а гипотенуза равна 1.

<u>8.5.35.</u> (№1675). Постройте прямоугольный треугольник, тангенс острого угла которого равен $\frac{6}{5}$, а прилежащий к этому углу катет равен 5.

<u>8.5.36.</u> (№1676). В круге O проведен диаметр AB, равный 14,08, а хорда AC, делящая полуокружность ACB на части в отношении 3 : 5 (считая от точки A). Определить расстояние от центра до хорды AC и площадь сектора AOC.

<u>8.5.37.</u> (№1677). На стороне данного угла φ на расстоянии a от его вершины дана точка M. Найти на этой стороне такую точку N, чтобы отрезок MN был равен расстоянию точки N до второй стороны угла.

<u>8.5.38.</u> (№1678). Сумма двух неравных высот равнобедренного треугольника равна l, угол при вершине равен 2α. Найдите боковую сторону.

8^ой класс. §5. Тригонометрия помогает геометрии

<u>8.5.39.</u> (№1679). В треугольнике ABC $\angle C = 90^0$, медианы BM и CN перпендикулярны, O — точка их пересечения, $\angle COM = 90^0$, $OM = \sqrt{2}$ дм. Найдите OC и $\mathrm{tg}\,\angle OBC$.

<u>8.5.40.</u> (№1680). Высота равнобедренной трапеции равна h, а угол между её диагоналями, противолежащий боковой стороне равен α. Найдите среднюю линию трапеции.

<u>8.5.41.</u> (№1681). Диагональ прямоугольника равна d и делит угол прямоугольника в отношении 1 : 5. Найти периметр прямоугольника.

<u>8.5.42.</u> (№1682). В трапеции $ABCD$ $\angle A = 90^0$. Расстояние между серединами большего основания AD и боковой стороны CD равно $\sqrt{18}$ см, $BC = 6$ см. а) Найдите угол CAD. б) Найдите расстояние от точки D до прямой AC, если тангенс угла ACD равен 2.

<u>8.5.43.</u> (№1683). Точка M лежит на расстоянии 2 см от окружности, радиус которой 3 см. Найти косинус угла между касательными, проведенными из точки M до этой окружности.

<u>8.5.44.</u> (№1684). Длины катетов прямоугольного треугольника 7 и 24. Найти значения синуса и косинуса угла между гипотенузой и проведенной к ней медианой.

<u>8.5.45.</u> (№1685). Доказать, что для острого угла α а) $\sin\alpha + \cos\alpha > 1$; б) $\sin^3\alpha + \cos^3\alpha < 1$.

<u>8.5.46.</u> (№1686). M — произвольная точка гипотенузы AB прямоугольного треугольника ABC. Зависит ли сумма квадратов синусов углов ACM и BCM от положения точки M?

<u>8.5.47.</u> (№1687). Доказать, что в прямоугольном треугольнике ABC $\sin^2\angle A + \sin^2\angle B + \sin^2\angle C = 2$.

8.5.48. **(№1688).** Две взаимно перпендикулярные хорды AB и AC имеют длины 38,5 см и 21,3 см. Под какими углами они наклонены к диаметру AM?

8.5.49. **(№1689).** Определить периметр ромба, у которого большая диагональ имеет длину d и пересекает высоту под углом α.

8.5.50. **(№1690).** Построить равнобедренный треугольник, у которого косинус одного из углов равен: а) 0,8; б) – 0,6.

8.5.51. **(№1691).** Две окружности с радиусами 3 и 12 касаются внешним образом. Найти угол между общими внешними касательными этих окружностей.

8.5.52. **(№1692).** Найти значение синуса и косинуса наименьшего угла прямоугольного треугольника, если

а) $a-b=17,\ c=25$; б) $c-a=1,\ c-b=50$;

в) $c+a=49,\ c+b=50$; г) $c=25,\ h_c=12$;

д) $h_c=40,\ m_c=41$.

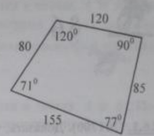
8.5.53. **(№1693).** Длины оснований равнобедренной трапеции 9 и 21, длина боковой стороны 10. Найти сумму углов: а) при большем основании; б) между диагональю и основанием; в) между диагональю и высотой; г) между диагональю и средней линией.

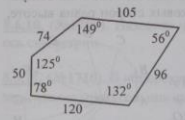
8.5.54. **(№1694).** В прямоугольной трапеции длины боковых сторон 12 и 15, а большего основания — 35. Найти синус и косинус угла между: а) большей диагональю и высотой; б) большим основанием и большей боковой стороной.

8.5.55. **(№1695).** Три окружности с радиусами 1 м, 2 м, 3 м, попарно касаются извне. Найти углы треугольника, вершинами которого являются центры этих окружностей.

8.5.56. **(№1696).** Два наблюдателя в пунктах A и B, расстояние между которыми a, одновременно увидели самолет C под углами α и β к горизонту. Зная, что в этот момент точки A, B и C лежат в одной вертикальной плоскости, определить, на какой высоте был самолет.

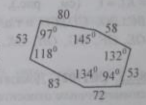
8.5.57. **(№1697).** Проверьте качество измерения учащимися размеров четырехугольного участка вычислением координат (см. рис.).

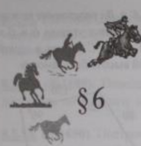




8.5.58. **(№1698).** Проверьте качество измерения учащимися размеров пятиугольного участка вычислением координат (см. рис.).

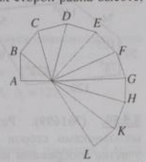
8.5.59. **(№1699).** Результаты измерения школьниками сторон и углов земельного участка изображены на рисунке. Проверьте качество работы вычислением координат.





§6 Практикум по задачам восьмого класса

8.6.1. **(№1700).** Доказать, что сумма расстояний любой точки основания равнобедренного треугольника до боковых сторон равна высоте, опущенной на боковую сторону.



8.6.2. **(№1701).** Известно, что $OA = AB = BC = CD = DE = EF = FG = GH = HK = KL = 1$ (см. рис.), причем $AB \perp AO$, $BC \perp BO$, $CD \perp CO$ и т.д. Вычислить OB, OC, OE, OF, OG, OH, OK, OL.

8.6.3. **(№1702).** Доказать, что серединные перпендикуляры к двум симметричным относительно оси отрезкам симметричны относительно той же оси.

8.6.4. **(№1703).** Назвать типы параллелограммов, вписываемых в окружность.

8.6.5. **(№1704).** Расстояния центра тяжести треугольника от его сторон относятся как $2:3:4$. Определить длину каждой стороны треугольника, если его периметр равен 26.

8.6.6. **(№1705).** Как измерить расстояние между недоступными вершинами двух углов, пользуясь осевой симметрией?

8.6.7. **(№1706).** Две окружности пересекаются в точках A и B. Доказать, что их общая хорда AB симметрична сама себе относительно линии центров данных окружностей.

8.6.8. **(№1707).** Две окружности пересекаются в точках A и B. Точки A и B соединены между собой и с центрами O и O_1 окружностей. Доказать, что прямая OO_1 является осью симметрии треугольников AOO_1 и BOO_1.

8.6.9. **(№1708).** Две окружности пересекаются в точках A и B. Построить ось, относительно которой точка A симметрична B.

8.6.10. **(№1709).** Назовите четырехугольники, имеющие только одну ось симметрии.

8.6.11. **(№1710).** В четырехугольнике $ABCD$ $AB = AD$, $BC = DC$. Доказать, что четырехугольник имеет ось симметрии.

8.6.12. **(№1711).** Даны две окружности равных радиусов. Назвать оси симметрии данных окружностей.

8.6.13. **(№1712).** Почему диаметр окружности, перпендикулярный к хорде, делит эту хорду пополам?

8.6.14. **(№1713).** Точка M отражается последовательно от двух перпендикулярных прямых. Доказать, что после второго отражения получим точку M_2, симметричную точке M относительно точки пересечения данных прямых.

8.6.15. **(№1714).** Точка M отражена относительно середин сторон треугольника ABC. Доказать, что отражение точки M_1, M_2 и M_3 являются вершинами треугольника $M_1M_2M_3$, равного данному треугольнику ABC.

<u>**8.6.16.**</u> **(№1715).** Точка M отражается относительно вершин, треугольника последовательно в точки M_1, M_2 и M_3. Доказать, что середина отрезка, соединяющего начальную точку M с точкой M_3, не зависит от выбора точки M.

<u>**8.6.17.**</u> **(№1716).** Доказать, что точки, симметричные с произвольной точкой M относительно середин сторон четырехугольника, являются вершинами параллелограмма.

<u>**8.6.18.**</u> **(№1717).** Точка отражается последовательно около вершин параллелограмма. Доказать, что после четвертого отражения она займет исходное положение.

<u>**8.6.19.**</u> **(№1718).** На прямой даны два равных отрезка AB и CD. Построить их центр симметрии.

<u>**8.6.20.**</u> **(№1719).** В параллелограмме $ABCD$ проведена диагональ AC. Доказать, что окружности, описанные около треугольника ABC и ACD, равны между собой, и найти их центр симметрии.

<u>**8.6.21.**</u> **(№1720).** Точка M — центр симметрии параллелограмма $ABCD$; N, S, P, Q — точки пересечения медиан треугольников ABM, CDM, BCM, ADM. Доказать, что четырехугольник $NSPQ$ — параллелограмм.

<u>**8.6.22.**</u> **(№1721).** Четырехугольник $ABCD$ — параллелограмм, Q_1 и Q_2 — центры окружностей, вписанных в треугольник ABC и ADC. Доказать, что отрезки AC, BD, Q_1Q_2 пересекаются в одной точке.

<u>**8.6.23.**</u> **(№1722).** Найти угол, под которым пересекаются биссектрисы острых углов треугольника, если его тупой угол равен 120^0.

<u>**8.6.24.**</u> **(№1723).** Угол, при вершине равнобедренного треугольника равен 135^0; из его вершины проведены две прямые так, что каждая из них отсекает от основания отрезок, равный боковой стороне. Найти угол между этими прямыми.

<u>**8.6.25.**</u> **(№1724).** Один угол треугольника равен разности двух других. Найти наибольший угол треугольника.

<u>**8.6.26.**</u> **(№1725).** Какие буквы нашего алфавита имеют ось симметрии? Какие цифры имеют ось симметрии?

<u>**8.6.27.**</u> **(№1726).** Внутри каждого ли параллелограмма существует точка, равноотстоящая от всех его вершин (от всех его сторон)?

<u>**8.6.28.**</u> **(№1727).** Из вершины тупого угла параллелограмма проведены две высоты, образующие угол α, равный 45^0. Стороны параллелограмма равны a и b. Определить проекцию одной из сторон параллелограмма на другую.

<u>**8.6.29.**</u> **(№1728).** Периметр прямоугольника равен 28, а площадь его — 48. Найти длину окружности, описанной около прямоугольника.

<u>**8.6.30.**</u> **(№1729).** Площадь параллелограмма равна 120, расстояние от его центра симметрии до большей стороны равно 4, периметр — 50. Определить стороны и диагонали параллелограмма.

<u>**8.6.31.**</u> **(№1730).** В треугольник ABC вписан прямоугольник со сторонами 10 и 18, причем большая его сторона лежит на стороне AB, равной 48. Определить высоту CD треугольника ABC.

<u>**8.6.32.**</u> **(№1731).** Найти внутри выпуклого четырехугольника такую точку, чтобы сумма ее расстояний до всех его вершин была наименьшей.

<u>**8.6.33.**</u> **(№1732).** Боковая сторона равнобедренного треугольника равна 26, а высота, опущенная на основание, равна 10. Определить радиус окружности, описанной около данного треугольника.

<u>**8.6.34.**</u> **(№1733).** В прямоугольный треугольник вписана окружность, точка касания которой делит гипотенузу на части 10 и 3. Определить радиус этой окружности.

<u>**8.6.35.**</u> **(№1734).** Доказать, что площадь треугольника равна половине произведения двух его сторон на синус угла между ними, а площадь параллелограмма равна произведению двух его смежных сторон на синус угла между ними. (Если угол тупой, то рассмотреть соответствующий внешний угол треугольника.)

<u>**8.6.36.**</u> **(№1735).** Доказать, что параллелограмм делится диагоналями на четыре равновеликих треугольника.

<u>**8.6.37.**</u> **(№1736).** В прямоугольный треугольник вписана полуокружность с центром на гипотенузе. Доказать, что отрезок, соединяющий точки касания полуокружности с катетами, равен биссектрисе прямого угла.

<u>**8.6.38.**</u> **(№1737).** Два равных треугольника приложены друг к другу равными сторонами. Является ли прямая, содержащая общую сторону, осью симметрии для полученного четырехугольника?

<u>**8.6.39.**</u> **(№1738).** Доказать, что точка, симметричная ортоцентру треугольника относительно середины стороны треугольника, лежит на описанной около него окружности.

<u>**8.6.40.**</u> **(№1739).** Даны два угла α и α_1, симметричные относительно оси MN. Доказать, что биссектрисы углов тоже симметричны относительно оси MN.

<u>**8.6.41.**</u> **(№1740).** Дан треугольник ABC с недоступной вершиной A. Опустить из вершины A на сторону BC перпендикуляр.

<u>**8.6.42.**</u> **(№1741).** Вершины A, B, C треугольника недоступны. Построить отрезки, равные сторонам треугольника.

<u>**8.6.43.**</u> **(№1742).** Дана прямая l и точка A и B по разные стороны от нее. На прямой l найти точку M, чтобы разность расстояний от нее до точек A и B была наибольшей.

<u>**8.6.44.**</u> **(№1743).** Даны прямая l и две точки A и B по одну сторону от нее. Найти на прямой l такую точку M, чтобы сумма $AM + BM$ была наименьшей.

<u>**8.6.45.**</u> **(№1744).** Дан угол XOY и внутри него точка A. Найти на его сторонах такие точки B и C, чтобы треугольник ABC имел наименьший периметр.

<u>**8.6.46.**</u> **(№1745).** Дан острый угол с недоступной вершиной S и на одной из сторон угла точка M. Определить расстояние от точки M до недоступной вершины.

<u>**8.6.47.**</u> **(№1746).** Через диаметрально противоположные точки A и B окружности проведены параллельные хорды AC и BD. Доказать, что хорда CD есть диаметр окружности.

<u>**8.6.48.**</u> **(№1747).** Доказать, что если прямая l, пересекающая равные окружности O_1 и O_2, делит пополам отрезок линии центров этих окружностей, то окружности O_1 и O_2 высекают на l равные хорды.

<u>**8.6.49.**</u> **(№1748).** Отрезок, соединяющий середины двух противоположных сторон четырехугольника, равен полусумме двух других его сторон. Доказать, что четырехугольник — трапеция.

8.6.50. (№1749). Дан ромб $ABCD$, острый угол B которого равен 60^0. Прямая MN отсекает от сторон BC и CD отрезки CM и CN, сумма которых равна стороне ромба. Доказать, что треугольник AMN равносторонний.

8.6.51. (№1750). На внешней биссектрисе угла C треугольника ABC взята произвольная точка C_1. Доказать, что $CA+CB<C_1A+C_1B$.

8.6.52. (№1751). Доказать, что меньшей медиане треугольника соответствует большая сторона.

8.6.53. (№1752). Полуокружность с диаметром AB разделена на три равные части точками C и D. Определить площади треугольников CBD и ACB, если радиус окружности равен r.

8.6.54. (№1753). Доказать, что сумма расстояний оснований двух высот треугольника до середины его третьей стороны равна этой стороне.

8.6.55. (№1754). В трапеции проведена средняя линия. Будут ли образовавшиеся трапеции подобны?

8.6.56. (№1755). Доказать, что хорда, проведенная через середину радиуса окружности перпендикулярно к нему, равна стороне правильного треугольника, вписанного в эту окружность.

8.6.57. (№1756). Доказать, что сумма внутренних углов пятиконечной звезды равна 180^0.

8.6.58. (№1757). Стороны треугольника равны 18, 11, 15. Найти длину биссектрисы угла A, если сторона a равна 11.

8.6.59. (№1758). В треугольнике две стороны равны 5 и 10, а угол между ними — 120^0. Определить длину биссектрисы данного угла.

8.6.60. (№1759). Если один угол треугольника тупой, то два других… Сформулировать обратную теорему. Верна ли она?

8.6.61. (№1760). В прямоугольном треугольнике медиана, проведенная к гипотенузе равна… Сформулировать обратную теорему.

8.6.62. (№1761). Два отрезка AB и CD пересекаются в точке M. $AM=6,\ BM=8,\ CM=12,\ DM=3{,}5$. Лежат ли точки A, B, C, D на одной окружности?

8.6.63. (№1762). Из точки A, взятой вне круга, проведены две секущие ADB и AEC, сумма секущих равна 125. Внешние отрезки секущих AD и AE относятся как 2 : 3. Найти длины каждой секущей.

8.6.64. (№1763). Две окружности внешне касаются. В их общей точке восставлен перпендикуляр к линии центров. Доказать, что касательные, проведенные из любой точки перпендикуляра к данным окружностям, равны.

8.6.65. (№1764). Даны две концентрические окружности. Доказать, что сумма квадратов расстояний любой точки, взятой на одной из них от концов любого диаметра другой, есть величина постоянная.

8.6.66. (№1765). Доказать, что треугольник равносторонний, если центр вписанной в него окружности совпадает с точкой пересечения его медиан.

8.6.67. (№1766). (Устно.) Какой отрезок симметричен отрезку, лежащему на оси симметрии?

8.6.68. (№1767). В данной трапеции проведены диагонали. Указать на чертеже пропорциональные отрезки, подобные треугольники.

8.6.69. (№1768). Стороны одного треугольника больше сторон другого на 3. Будут ли треугольники подобны?

8.6.70. (№1769). (Устно.) Верно ли, что все равнобедренные треугольники подобны? Рассмотреть различные случаи.

8.6.71. (№1770). Выяснить, когда подобны треугольники, на которые разбивает треугольник его биссектриса, его высота? Рассмотреть различные случаи.

8.6.72. (№1771). (Устно.) Назовите неподобные четырехугольники с соответственно пропорциональными сторонами.

8.6.73. (№1772). В треугольнике ABC проведена биссектриса угла A, на которую опущены перпендикуляры из концов стороны BC. Назовите пары подобных треугольников.

8.6.74. (№1773). В треугольнике ABC проведена прямая, пересекающая стороны AC и BC соответственно в точках K и L так, что $\angle ABC=\angle CKL$. Определить стороны треугольника CKL, если $AC=8,\ AB=14,\ BC=10,\ CK=5$.

8.6.75. (№1774). Вычислить наименьший радиус заготовки круглой формы, чтобы из нее можно было получить деталь квадратной формы со стороной 5,2.

8.6.76. (№1775). В трапеции $ABCD$ с основаниями AB и CD угол ADC равен углу ACB. Вычислить стороны AB и BC, если $AD=7,\ DC=5$ и $AC=10$.

8.6.77. (№1776). В остроугольном треугольнике ABC проведены высоты CE и BD, пересекающиеся в точке H. Доказать, что $DC\cdot BH=BE\cdot CH$.

8.6.78. (№1777). Через вершину A параллелограмма $ABCD$ проведена биссектриса этого угла, которая пересекает сторону CD в точке F, а продолжение стороны BC — в точке E. Доказать, что треугольник CEF равнобедренный.

8.6.79. (№1778). В треугольник вписан параллелограмм, угол которого совпадает с углом треугольника. Стороны треугольника, заключающие этот угол, относятся как 4 : 5, а параллельные им стороны параллелограмма соответственно равны 12 и 10. Определить стороны треугольника, заключающие их общий угол.

8.6.80. (№1779). В окружность радиуса 6 вписан треугольник, две стороны которого равны 9 и 4. Определить высоту, опущенную на третью сторону.

8.6.81. (№1780). Катеты прямоугольного треугольника равны 3 и 6. Вычислить биссектрису прямого угла этого треугольника.

8.6.82. (№1781). На гипотенузе прямоугольного треугольника, катеты которого равны 3 и 4, построен квадрат. Найти расстояние от центра квадрата до вершины прямого угла данного треугольника. (Центр квадрата и вершина прямого угла лежат по разные стороны от гипотенузы.)

8.6.83. (№1782). Дана средняя линия A_1B_1 треугольника ABC. Пользуясь одной линейкой, построить последовательность отрезков длиной: $\frac{1}{2}, \frac{1}{3}, \frac{1}{4}, \frac{1}{5}, \ldots, \frac{1}{n}$, если $AB=1$.

8.6.84. (№1783). В треугольнике ABC имеет место равенство $h_c^2=AC_1\cdot BC_1$, где C_1 — основание высоты h_c. Выявить, будет ли треугольник прямоугольным.

8.6.85. (№1784). Точка M, взятая на плоскости треугольника ABC, соединена со всеми его вершинами. В треугольниках AMB, AMC и BMC проведены средние линии A_1B_1, A_1C_1 и B_1C_1, а также соединены попарно A_2, B_2, C_2 — точки пересечения медиан этих треугольников. Определить отношение сходственных сторон треугольников ABC, $A_1B_1C_1$ и $A_2B_2C_2$.

<u>8.6.86.</u> (№1785). Доказать, что сумма квадратов расстояний от двух данных точек, расположенных на диаметре окружности на одинаковом расстоянии от ее центра, до любой точки этой окружности есть величина постоянная.

<u>8.6.87.</u> (№1786). В равнобедренном треугольнике ABC $AB = AC = b$, $BC = a$, $\angle BAC = 20^0$. Найти зависимость между его сторонами.

<u>8.6.88.</u> (№1787). Если в точке D диаметра AB полуокружности радиуса r восставить к нему перпендикуляр, пересекающий полуокружность в точке C, а точку D соединить с точкой E, серединой полуокружности ACB, то $CD^2 + ED^2 = 2R^2$.

<u>8.6.89.</u> (№1788). К окружности из данной точки проведены две касательные. Найти длину окружности, если расстояние между точками касания равно 8, а расстояние точки до хорды, соединяющей точки касания, равно 9.

<u>8.6.90.</u> (№1789). Доказать, что отрезок прямой, соединяющий основания двух высот остроугольного треугольника, отсекает треугольник, подобный данному.

<u>8.6.91.</u> (№1790). Две окружности O и O_1, радиусы которых относятся как 3 : 1, касаются внешне в точке K. Общая внешняя касательная касается их соответственно в точках A и B. Доказать, что углы AOK и KO_1B относятся как 1 : 2.

<u>8.6.92.</u> (№1791). В окружность вписан прямоугольник $ABCD$. Одна его ось симметрии пересекает окружность в точках K и L, а вторая — в точках M и N. Точки K и L соединены с точками A и B, а точки M и N — с A и D. Определить углы четырехугольника $ABLK$ и $ADMN$, если меньшая сторона AD прямоугольника $ABCD$ равна радиусу окружности.

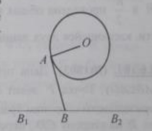
<u>8.6.93.</u> (№1792). Концы отрезка постоянной длины скользят по сторонам данного угла S. Перпендикуляры к сторонам угла в концах отрезка пересекаются в точке P. Найти геометрическое место точек P.

<u>8.6.94.</u> (№1793). Точка O — середина отрезка AB. На отрезках AB, AO и BO как на диаметрах построены по одну сторону от AB три полуокружности. Определить радиус окружности, касающейся этих трех полуокружностей, если $AB = d$.

<u>8.6.95.</u> (№1794). Из точки K, делящей пополам дугу окружности, стягиваемую хордой AB, проведены хорды, пересекающие хорду AB. Доказать, что произведение такой хорды на ее отрезок от точки K до точки пересечения с хордой AB равно квадрату хорды AK.

<u>8.6.96.</u> (№1795). В треугольник ABC $(AB = BC)$ вписана окружность с центром в точке O. Определить отношение отрезков высоты треугольника, проведенной из вершины B, на которые она делится точкой O, если $BC = 30$, $AC = 48$.

<u>8.6.97.</u> (№1796). Ползун B стрежневого шарнирного механизма при повороте стержня AO вокруг точки O совершает поступательное движение вдоль оси B_1B_2. Вычислить ход ползуна (путь, который проходит ползун из левого крайнего положения в правое крайнее положение), если радиус стрежня AO равен r, ползун AB равен l, а расстояние точки O от оси B_1B_2 равно h.



<u>8.6.98.</u> (№1797). Хорда данного круга пересекает его диаметр под углом 45^0 и делится в точке пересечения на отрезки 2 и 8. Определить расстояние хорды от центра и площадь круга.

<u>8.6.99.</u> (№1798). В треугольнике ABC проведены высоты BD и CE, которые продолжены до пересечения с описанной около треугольника окружностью соответственно в точках M и N. Доказать, что дуги AM и AN равны.

<u>8.6.100.</u> (№1799). В сегмент с дугой 120^0 и высотой h вписан прямоугольник, у которого основание в четыре раза больше высоты. Определить стороны прямоугольника.

<u>8.6.101.</u> (№1800). Через вершину A треугольника ABC проведена прямая, пересекающая противолежащую ей сторону BC в точке F так, что $CF : BF = 1 : 2$. Доказать, что отрезок AF делит медиану CD пополам.

<u>8.6.102.</u> (№1801). В правильный треугольник, высота которого равна 27, вписана окружность. Найти радиус окружности, касательной к двум сторонам этого треугольника и первой окружности.

<u>8.6.103.</u> (№1802). К двум внешне касающимся окружностям радиусов R и $\frac{R}{2}$ проведена общая касательная. Определить радиус окружности, касающейся двух данных и их общей касательной.

<u>8.6.104.</u> (№1803). Дана прямоугольная трапеция $ABCD$ $(AB \perp BC$, $AB \perp AD)$. Точка P делит сторону AB на части, пропорциональные прилежащим сторонам трапеции. Перпендикуляр, опущенный из точки P на сторону CD, пересекает ее в точке Q. Доказать, что QP — биссектриса угла AQB.

<u>8.6.105.</u> (№1804). Внутри угла A взята точка M и ее расстояния до сторон угла равны a и b. Определить расстояние точки M до вершины угла, если он равен 120^0, 45^0, 60^0.

<u>8.6.106.</u> (№1805). На диагонали AC ромба $ABCD$ взята точка P. Доказать, что $AP \cdot CP = AB^2 - PB^2$.

<u>8.6.107.</u> (№1806). Доказать, что если H — ортоцентр треугольника ABC и C_1 — основание его высоты, проведенной из вершины C, то $AC_1 \cdot BC_1 = CC_1 \cdot HC_1$.

<u>8.6.108.</u> (№1807). Доказать, что для всякого вписанного в окружность четырехугольника, произведение его диагоналей равно сумме произведений его противоположных сторон. (Теорема Птолемея).

<u>8.6.109.</u> (№1808). Через концы A и B диаметра AB окружности O проведены хорды AC и BD, пересекающиеся в точке P. Доказать, что $AB^2 = AC \cdot AP + BD \cdot BP$.

<u>8.6.110.</u> (№1809). Около окружности описан ромб $ABCD$. Проведена произвольная касательная MN, которая отсекает на смежных сторонах AB и BC отрезки AM и CN. Доказать, что произведение $AM \cdot CN$ постоянно.

<u>8.6.111.</u> (№1810). Две равные окружности O_1 и O_2 радиуса R проходят одна через центр другой и пересекаются в точках P и Q. Линия центров O_1O_2 продолжена до пересечения с окружностью O_2 в точке A, которая соединена с точками P и Q. Прямые AP и QO_1 пересекаются в точке B, а прямые PO_1 и AQ — в точке C. Доказать, что треугольник ABC равносторонний.

<u>8.6.112.</u> (№1811). В окружность, радиус которой равен R, вписан равносторонний треугольник ABC. Середина D дуги AB соединена отрезком с серединой F стороны BC и отрезок DF продолжен до пересечения с окружностью в точке K. Определить отрезки DK, DF и KF.

8.6.113. (№1812). В окружность вписан четырехугольник $ABCD$. Его противоположные стороны CD и AB, BC и AD продолжены до взаимного пересечения в точках N и A. Доказать, что биссектрисы углов BFA и CNB перпендикулярны.

8.6.114. (№1813). Высота CD равнобедренного треугольника ABC с основанием AB разделена на три равные части. Через точку A и точки деления проведены прямые, разделяющие боковую сторону, равную 30, на три отрезка. Определить эти отрезки.

8.6.115. (№1814). В трапеции $ABCD$ с основаниями AB и CD проведены диагонали AC и BD, пересекающиеся в точке F. Из вершины C проведена прямая CK, параллельная AD, которая пересекает BD в точке L так, что $DF = BL$. Определить отношение $AB : CD$.

8.6.116. (№1815). Доказать, что произведение отрезков, отсекаемых произвольной касательной к данной окружности на двух касательных к той же окружности в концах диаметра, равняется квадрату радиуса.

8.6.117. (№1816). Доказать, что расстояние d между центрами окружностей, описанной около треугольника и вписанной в него, вычисляется по формуле $d^2 = R^2 - 2Rr$, где R и r — радиусы описанной и вписанной окружностей около треугольника (формула Эйлера).

8.6.118. (№1817). Доказать, что для любого треугольника имеет место неравенство $R \geq 2r$, где R и r — радиусы описанной и вписанной окружностей. Выяснить, в каком случае имеет место равенство.

8.6.119. (№1818). Около равнобедренного треугольника ABC с основанием AB и углов 120^0 при вершине описана окружность. Доказать, что отрезок, соединяющий центр описанной окружности с ортоцентром треугольника, равен диаметру описанной окружности.

8.6.120. (№1819). Найти зависимость между сторонами треугольника. чтобы из его высот можно было построить другой треугольник.

8.6.121. (№1820). Доказать справедливость формулы $\operatorname{tg}\frac{x}{2} = \frac{1-\cos x}{\sin x}$ для $0 < x < 180^0$, пользуясь равнобедренным треугольником с углом x при вершине.

8.6.122. (№1821). Из точки C окружности O проведены хорды CA и CB, а из середины M дуги ACB опущен перпендикуляр MN на хорду BC. Доказать, что $AC + NC = BN$, где N — основание перпендикуляра.

8.6.123. (№1822). Из точки D, взятой на гипотенузе прямоугольного треугольника ABC, восставлен перпендикуляр, который пересекает катет b, описанную около треугольника окружность и продолжение второго катета соответственно в точках K, E и F. Доказать, что $KD \cdot FD = ED^2$.

8.6.124. (№1823). К двум окружностям радиусов R и r проведены внешняя и внутренняя касательные. Доказать, что $t_1^2 - t_2^2 = 4Rr$, где t_1 — отрезок внешней касательной, t_2 — отрезок внутренней касательной.

8.6.125. (№1824). Из точки P, расположенной внутри равностороннего треугольника ABC, сторона AB видна под углом 150^0. Доказать, что отрезки AP, BP, CP могут служить сторонами прямоугольного треугольника.

8.6.126. (№1825). Сторона AC треугольника ABC делится основанием D биссектрисы угла B на отрезки 12 и 3. Найти радиус окружности с центром на прямой AC, проходящей через точки B и D.

8.6.127. (№1826). Доказать, что во всякой неравнобедренной трапеции сумма оснований относится к их разности так, как разность квадратов диагоналей относится к разности квадратов боковых сторон.

8.6.128. (№1827). Доказать, что отрезок прямой, проходящей через середину основания равнобедренного треугольника и заключенный между одной боковой стороной и продолжением другой, больше основания этого треугольника (середина основания принадлежит отрезку).

8.6.129. (№1828). Через произвольную точку, взятую внутри треугольник ABC, проведены прямые, соответственно параллельные его сторонам. Доказать, что отрезки a_1, b_1, c_1 этих прямых, ограниченные сторонами треугольника, удовлетворяют условию: $\frac{a_1}{a} = \frac{b_1}{b} = \frac{c_1}{c} = 2$, где a, b, c — соответствующие стороны треугольника.

8.6.130. (№1829). В треугольнике ABC высота h_c относится к биссектрисе внешнего угла этого треугольника при вершине C как 1 : 2. Найти разность углов B и A.

8.6.131. (№1830). Через середину M хорды AB окружности проведены две произвольные хорды PQ и P_1Q_1. Отрезки PQ_1 и P_1Q пересекают хорду AB в точках C и D. Доказать, что $AC = BD$.

8.6.132. (№1831). Гипотенуза прямоугольного треугольника равна c, а один из его острых углов равен α. Найти длину биссектрисы каждого внутреннего угла данного треугольника.

8.6.133. (№1832). На сторонах треугольника ABC во внешнюю сторону построены квадраты $ACDE$ и $BCFG$. Доказать, что продолжение медианы CM треугольника ABC является высотой треугольника CDF.

8.6.134. (№1833). Данный отрезок AB повернуть на угол φ около данного центра O; построить точку C_1, соответствующую точке C, расположенной на AB.

8.6.135. (№1834). На стороне AB треугольника ABC отложены равные отрезки $AM = BN$; через точки M и N проведены прямые MP и NP, параллельные сторонам AC и BC треугольника. Доказать, что точка P принадлежит медиане CD проведенной из вершины C.

8.6.136. (№1835). Дан треугольник ABC. В точках пересечения его биссектрис с описанной вокруг треугольника окружностью проводятся касательные к окружности. Доказать, что образованный этими касательными треугольник гомотетичен треугольнику ABC.

8.6.137. (№1836). Произвольная точка Q плоскости соединена с вершинами треугольника ABC; середины отрезков AQ, BQ, CQ обозначены через D, E, F. Доказать, что треугольник DEF подобен треугольнику, образованному средними линиями треугольника ABC.

8.6.138. (№1837). Из произвольной точки Q опущены перпендикуляры QM, QN, QP на стороны треугольника ABC; через середины отрезков QN, QM, QP проведены прямые, параллельные соответствующим сторонам треугольника ABC. Доказать, что треугольник, образованный этими последними тремя прямыми, подобен треугольнику, образованному средними линиями треугольника ABC.

8.6.139. (№1838). Через точку M пересечения общих внешних касательных K и L окружностей R и S проведена прямая, пересекающая окружность R в точках A и B, а окружность S — в точках C и D; прямая K касается окружностей R и S в точках E и F. Доказать, что треугольник ABE подобен треугольнику CDF.

8.6.140. (№1839). Две окружности пересекаются в точках A и B. Касательные к окружностям в точке A пересекают окружности в точках M и N. Доказать, что середины P и Q хорд AM и AN и точки A и B принадлежат одной окружности.

<u>8.6.141.</u> (№1840). Если через точку A, взятую в плоскости круга провести к кругу произвольную секущую AM_1M , то прямые, соединяющие M и M_1 с одним из концов диаметра, проходящего через A, отсекают на прямой, перпендикулярной к этому диаметру и проходящей через точку A , два отрезка, произведение которых постоянно. Доказать.

<u>8.6.142.</u> (№1841). Доказать, что в треугольнике ABC , стороны которого равны $AB = 4$, $BC = 3$, $AC = \sqrt{5}$, медианы AK и CL перпендикулярны.

<u>8.6.143.</u> (№1842). В треугольнике прямая, соединяющая центр вписанной окружности с точкой пересечения медиан, параллельна стороне треугольника. Доказать, что эта сторона есть среднее арифметическое двух других сторон.

<u>8.6.144.</u> (№1843). Дан равнобедренный треугольник ABC с углом при вершине, равном $\frac{\pi}{7}$. Доказать, что между его сторонами существует зависимость $a^3 + b^3 = 2(a+b)ab$, где a — основание треугольника, b — боковая сторона.

<u>8.6.145.</u> (№1844). Две стороны a и b треугольника ABC составляют угол, равный 120^0. Определить высоту, опущенную на третью сторону.

<u>8.6.146.</u> (№1845). Построить по четырем сторонам четырехугольник $ABCD$, зная, что диагональ AC делит угол A пополам.

<u>8.6.147.</u> (№1846). В угол вписаны три окружности так, что две крайние проходят через центр средней. Найти радиус средней окружности, если радиусы крайних равны R и r .

<u>8.6.148.</u> (№1847). В прямой угол вписана окружность радиуса R . Найти радиус вписанной в этот угол окружности, касающейся данной окружности.

<u>8.6.149.</u> (№1848). Через вершину большего угла треугольника провести прямую так, чтобы она отсекла треугольник, подобный данному.

<u>8.6.150.</u> (№1849). Построить треугольник по двум сторонам, если сумма соответствующих им высот равна третьей высоте.

<u>8.6.151.</u> (№1850). Дана окружность, ее диаметр AB и точка C, не лежащая ни на окружности, ни на диаметре. При помощи одной линейки опустить из точки C перпендикуляр на диаметр или на его продолжение.

<u>8.6.152.</u> (№1851). В окружности проведены два радиуса. Как провести хорду, чтобы она этими радиусами делилась на три равные части?

<u>8.6.153.</u> (№1852). Построить треугольник по двум углам и высоте, проведенной из третьей вершины треугольника.

<u>8.6.154.</u> (№1853). Построить треугольник AB_1C_1 с периметром m_1, подобный данному с заданным периметром m_1.

<u>8.6.155.</u> (№1854). Через точку, данную внутри угла, провести прямую так, чтобы отрезок ее заключенный между сторонами данного угла, делился данной точкой в отношении $m : n$.

<u>8.6.156.</u> (№1855). Построить отрезки, выражаемые следующими формулами:

$$1)\ x = 3\frac{1}{2}a;\ 2)\ x = a - (b+3d);\ 3)\ x = 3c - (2m-n);\ 4)\ x = \frac{2ab}{3c};$$

$$5)\ x = \frac{ab}{c+d};\ 6)\ x = \frac{a^2}{b};\ 7)\ x = \pi r;\ 8)\ x = \frac{pqr}{st};\ 9)\ x = \frac{ab}{c-d}.$$

<u>8.6.157.</u> (№1856). Построить отрезки, равные $\sqrt{6}$ и $\sqrt{7}$.

<u>8.6.158.</u> (№1857). Построить отрезки, равные: $\sqrt{11}$, $\sqrt{12}$, $2\sqrt{3}$, $\frac{1}{2}\sqrt{5}$, $\frac{3}{5}\sqrt{6}$.

<u>8.6.159.</u> (№1858). Построить отрезки, выражаемые следующими формулами: 1) $x = \sqrt{3ab}$; 2) $x = \sqrt{\frac{a^2b}{c}}$; 3) $x = \sqrt{a^2 \pm b^2}$; 4) $x = \sqrt{4a^2 - b^2}$; 5) $x = \sqrt{b^2 + 3c^2}$; 6) $x = a\sqrt{\frac{a+c}{b+d}}$.

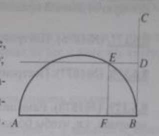
<u>8.6.160.</u> (№1859). Построить треугольник со сторонами: $\sqrt{2}$, $\sqrt{5}$, $\sqrt{7}$.

<u>8.6.161.</u> (№1860). Указать измерения следующих выражений, в которых каждая буква, кроме π, обозначает длину отрезка: 1) $3{,}5a$; 2) $2\pi R$; 3) $R\sqrt{3}$; 4) $\frac{bh}{2}$; 5) ABC ; 6) $\pi r^2 h$; 7) $\frac{abc}{d}$; 8) $\frac{3a}{2b+c-4d}$; 9) $\sqrt{ab}$; 10) $0{,}5\pi D$; 11) $\sqrt{a^2+b^2+c^2}$; 12) $\sqrt[3]{a^2h}$; 13) $R\sqrt{2-\sqrt{2}}$; 14) $2\pi R^2 + 2\pi RH$; 15) $\frac{\pi D^2 H}{4}$; 16) $\frac{(a+b)h}{2}$; 17) $\frac{4}{3}\pi R^3$; 18) $\sqrt{p(p-a)(p-b)(p-c)}$.

<u>8.6.162.</u> (№1861). Какие из следующих формул неоднородны: 1) $x = \frac{ab}{c} + \frac{b^2}{d} - 3a$; 2) $x = \sqrt{c-2}$; 3) $x^2 = \frac{a^3 - b^3}{a+b}$; 4) $x = 2$; 5) $x = a + bc^2$; 6) $x = \frac{a}{b}$?

<u>8.6.163.</u> (№1862). Построить треугольник со сторонами $a = 2 + \sqrt{3}$, $b = \sqrt{3} - 1$, $c = 2\sqrt{3}$.

<u>8.6.164.</u> (№1863). Построить корни квадратных уравнений $x^2 \pm px \pm q^2 = 0$.



<u>8.6.165.</u> (№1864). На AB , как на диаметре, описана полуокружность. Дано: $AB = p$; $BC \perp AB$; $BD = q$; $DE \parallel AB$; $EF \perp AB$. Доказать, что отрезки AF и FB служат корнями квадратного уравнения $x^2 - px + q^2 = 0$.

<u>8.6.166.</u> (№1865). Применить построение из предыдущей задачи к построению корней уравнения: $x^2 - 6{,}5x + 4 = 0$ (не решая уравнения).

<u>8.6.167.</u> (№1866). Почему применение этого способа к уравнению $x^2 - 2{,}5x + 4 = 0$ не дает положительных результатов?

<u>8.6.168.</u> (№1867). Построить круг, площадь которого вдвое больше площади данного круга с радиусом R .

<u>8.6.169.</u> (№1868). Данный круг с радиусом R разделить пополам концентрической окружностью.

<u>8.6.170.</u> (№1869). Построить круг, равновеликий кольцу между двумя концентрическими окружностями, с радиусами R и r .

<u>8.6.171.</u> (№1870). Построить треугольник: a; b; l_c .

<u>8.6.172.</u> (№1871). Построить треугольник: A; B; $m_a + m_b + m_c$.

<u>8.6.173.</u> (№1872). Построить треугольник: A; B; $h_a + h_b + h_c$;

<u>8.6.174.</u> (№1873). Построить треугольник: A; B; $2p$.

<u>8.6.175.</u> (№1874). Построить треугольник: A; B; $l_a + l_b + l_c$.

8.6.176. **(№1875).** Через точки A и B провести окружность, отсекающую от данной прямой хорду данной длины m.

8.6.177. **(№1876).** Построить треугольник: a; l_a; $2p$.

8.6.178. **(№1877).** Построить треугольник: A; m_a; l_a.

8.6.179. **(№1878).** Разделить данный отрезок в среднем и крайнем отношении, т.е. чтобы бо́льшая его часть была средней пропорциональной между всем отрезком и его меньшей частью.

8.6.180. **(№1879).** Доказать, что сторона правильного вписанного десятиугольника равна большему отрезку радиуса, разделенного в среднем и крайнем отношении.

8.6.181. **(№1880).** Если какой-нибудь отрезок разделен в среднем и крайнем отношении, то бо́льшая часть составляет приблизительно $\frac{5}{8}$ всего отрезка. Проверить это и определить степень точности такого приближения.

8.6.182. **(№1881).** Если меньшую часть при делении отрезка в среднем и крайнем отношении, отложить на бо́льшей части, то бо́льшая часть также разделится в среднем и крайнем отношении. Доказать.

8.6.183. **(№1882).** Диаметр разделен в среднем и крайнем отношении перпендикуляром, проведенным из точки окружности. Радиус окружности равен r. Найти длину перпендикуляра.

8.6.184. **(№1883).** Доказать, что в правильном пятиугольнике две пересекающиеся диагонали взаимно делятся в среднем и крайнем отношении.

8.6.185. **(№1884).** Если радиус круга разделить в среднем и крайнем отношении и, взяв бо́льшую часть, описать ею концентрическую окружность, то площадь данного круга тоже разделится в среднем и крайнем отношении, причем большей частью будет кольцо. Доказать.

8.6.186. **(№1885).** На продолжении диаметра круга радиуса r найти такую точку. чтобы касательная, проведенная из нее к данному кругу, равнялась диаметру.

8.6.187. **(№1886).** В данную полуокружность вписать квадрат.

8.6.188. **(№1887).** Дан треугольник с основанием a и высотой h. Вписать в него прямоугольник, имеющий данный периметр $2p$.

8.6.189. **(№1888).** В данный квадрат вписать равносторонний треугольник так, чтобы одна из вершин у них была общая.

8.6.190. **(№1889).** В квадрат со стороной a вписать другой квадрат со стороной b.

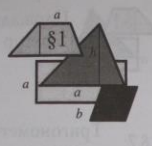
8.6.191. **(№1890).** Построить окружность, касающуюся данной окружности радиуса r и данной прямой в данной на ней точке.

8.6.192. **(№1891).** В данный треугольник вписать прямоугольник, основание которого относилось бы к высоте, как $m:n$.

8.6.193. **(№1892).** В параллелограмме $ABCD$ сторона $AB=a$ и $BC=b$. Провести прямую EF так, чтобы она отсекала параллелограмм $ABEF$, подобный $ABCD$.

8.6.194. **(№1893).** В параллелограмме $ABCD$ сторона $AB=a$ и $BC=b$. Провести прямую EF, параллельную AB, так, чтобы она разделила данный параллелограмм на два подобных между собой параллелограмма.

8.6.195. **(№1894).** В углы A и C прямоугольника $ABCD$ вписать две равные окружности, которые касались бы друг друга.



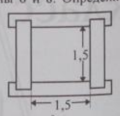
Площади фигур

9.1.1. (№1895). (Устно.) Найти геометрическое место вершин C равновеликих треугольников, имеющих общее основание AB.

9.1.2. (№1896). (Устно.) Определить площадь квадрата по его диагонали l.

9.1.3. (№1897). (Устно.) Диагонали ромба равны 6 и 8. Определить его сторону и площадь.

9.1.4. (№1898). Вычислить площадь сечения дорожной трубы, изображенной на рисунке (размеры даны в метрах).



9.1.5. (№1899). Железная проволока с сечением в 1 мм^2 разрывается от груза в 40 кг. Какой нагрузкой разорвется железный стержень, поперечное сечение которого — квадрат со стороной в 24 мм?

9.1.6. (№1900). Стороны двух участков земли квадратной формы равны 100 м и 150 м. Определить сторону квадратного участка земли, равновеликого обоим.

9.1.7. (№1901). Определить площадь квадрата, вписанного в круг радиуса R.

9.1.8. (№1902). Во сколько раз площадь описанного квадрата больше площади вписанного (в тот же круг)?

9.1.9. (№1903). Как изменится площадь квадрата, если каждую его сторону увеличить в 3 раза? уменьшить в 1,5 раза?

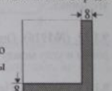
9.1.10. (№1904). Как надо изменить каждую сторону квадрата, чтобы площадь его увеличилась в 4 раза? уменьшилась в 25 раз?

9.1.11. (№1905). Определить стороны прямоугольника, если они относятся, как 4 : 9, а площадь равна 144 м^2.

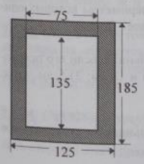
9.1.12. (№1906). Определить стороны прямоугольника, если его периметр равен 74 дм, а площадь 3 м^2.

9.1.13. (№1907). Стороны прямоугольника равны 72 м и 8 м. Определить сторону равновеликого ему квадрата.

9.1.14. (№1908). Вычислить площадь поперечного сечения равнобокого углового железа (размеры даны в миллиметрах).



9.1.15. (№1909). Диагональ прямоугольника равна 305 см, а площадь равна 37 128 см^2. Определить периметр этого прямоугольника.



9.1.16. (№1910). Через поле, имеющее форму прямоугольника $ABCD$, должна пройти железная дорога. Известно, что $AB = 125$ м, $BC = 72{,}5$ м, $AL = KC = 114{,}6$ м. Вычислить площадь отчуждаемой полосы $BLDK$.

9.1.17. (№1911). Периметр квадрата равен 32 см, а одна сторона прямоугольника 4 см. Найдите другую сторону прямоугольника, если известно, что он имеет площадь такую же, как квадрат.

9.1.18. (№1912). Биссектриса угла B прямоугольника $ABCD$ пересекает сторону AD в точке K, $AK = 5$ см, $KD = 7$ см. Найдите площадь прямоугольника.

9.1.19. (№1913). Докажите, что площадь квадрата равна половине квадрата его диагонали.

9.1.20. (№1914). В прямоугольнике $ABCD$ $BD = 12$ см. Вершина B удалена от прямой AC на 4 см. Найдите площадь треугольника ABC.

9.1.21. (№1915). Периметр прямоугольника равен 28, а разность смежных сторон равна 2. Определить диагональ и площадь прямоугольника.

9.1.22. (№1916). Определить площадь параллелограмма по двум сторонам и углу между ними: 1) a, b, 30^0; 2) a, b, 45^0; 3) a, b, 60^0;

9.1.23. (№1917). Параллелограмм и прямоугольник имеют одинаковые стороны. Найти острый угол параллелограмма, если площадь его равна половине площади прямоугольника.

9.1.24. (№1918). Начертить квадрат и ромб, периметры которых одинаковы. Площадь которой из этих фигур больше? Почему?

9.1.25. (№1919). Определить площадь треугольника, если его основание и высота соответственно равны: 1) 32 см и 18 см; 2) 5 дм и 4 м; 3) $\sqrt{3}$ и $\sqrt{20}$.

9.1.26. (№1920). Определить площадь треугольника по сторонам a и b и углу между ними: 1) 30^0; 2) 45^0; 3) 60^0;

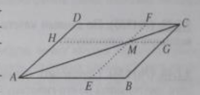
9.1.27. (№1921). Если две стороны треугольника равны 3 см и 8 см, то может ли его площадь быть равна: 1) 10 см^2; 2) 15 см^2; 3) 12 см^2?

9.1.28. (№1922). Определить площадь прямоугольного треугольника, в котором гипотенуза равна 313 см, а один из катетов 312 см.

9.1.29. (№1923). Площадь прямоугольного треугольника равна 720 см^2, а катеты относятся, как 9 : 40. Определить гипотенузу.

9.1.30. (№1924). Определить площадь ромба, если его высота равна 12 см, а меньшая диагональ 13 см.

9.1.31. (№1925). В параллелограмме $ABCD$ проведена диагональ AC, и на ней взята произвольная точка M. Через M проведены прямые, параллельные сторонам параллелограмма: $EF \parallel BC$ и $GH \parallel CD$. Доказать, что образовавшиеся при этом параллелограммы $DHMF$ и $EBGM$, через которые диагональ не проходит, равновелики.



9.1.32. (№1926). В прямоугольный треугольник вписан квадрат так, что одна из его сторон находится на гипотенузе. Боковые отрезки гипотенузы равны m и n. Определить площадь этого квадрата.

9.1.33. (№1927). Из точки, взятой на гипотенузе, проведены перпендикуляры на оба катета. Определить площадь прямоугольника, образованного этими перпендикулярами, если отрезки катетов при гипотенузе равны m и n.

9.1.34. (№1928). В треугольник, у которого основание равно 30 см, а высота 10 см, вписан прямоугольник с площадью в 63 см^2. Определить стороны этого прямоугольника.

9.1.35. (№1929). Воздух давит с силой 1,03 кг на каждый квадратный сантиметр. Найти давление воздуха на треугольную площадку, основание которой равно 0,13 м, высота 0,18 м.

9.1.36. (№1930). Разделить данный треугольник на три равновеликих треугольника прямыми, выходящими из одной вершины.

9.1.37. (№1931). Данный параллелограмм разделить на четыре равновеликие части прямыми, выходящими из одной вершины.

9.1.38. (№1932). Данный параллелограмм разделить на три равновеликие части прямыми, выходящими из одной вершины.

9.1.39. (№1933). По данным катетам a и b определить высоту, проведенную на гипотенузу.

9.1.40. (№1934). Определить площадь равнобедренного прямоугольного треугольника по его гипотенузе c.

9.1.41. (№1935). Определить площадь равнобедренного треугольника, если его основание и боковая сторона соответственно равны: 1) 56 см и 1 м; 2) b и c; 3) 20 см и 11 см.

9.1.42. (№1936). Определить площадь равностороннего треугольника по его стороне a.

9.1.43. (№1937). Определить сторону равностороннего треугольника по его площади Q.

9.1.44. (№1938). Определить площадь прямоугольного треугольника, если его высота делит гипотенузу на отрезки в 32 см и 18 см.

9.1.45. (№1939). Определить площадь треугольника, если его высота равна 36 см, а боковые стороны 85 см и 60 см.

9.1.46. (№1940). Определить катеты прямоугольного треугольника, если его гипотенуза равна 73 см, а площадь равна 1320 см^2.

9.1.47. (№1941). Определить площадь ромба, диагонали которого равны 72 см и 40 см.

9.1.48. (№1942). Определить высоту ромба, если его диагонали равны 16 м и 12 м.

9.1.49. (№1943). Из середины основания треугольника проведены прямые, параллельные боковым сторонам. Доказать, что площадь полученного таким образом параллелограмма равна половине площади треугольника.

9.1.50. (№1944). Если какую-нибудь точку внутри параллелограмма соединить со всеми его вершинами, то сумма площадей двух противолежащих треугольников равна сумме площадей двух других. Доказать это.

9.1.51. (№1945). Определить площадь треугольника, если основание равно a, а углы при основании 30^0 и 45^0.

9.1.52. (№1946). Равные прямоугольные треугольники ABC и ABD находятся по одну сторону общей гипотенузы AB; при этом $AD = BC = 12$ см и $AC = BD = 16$ см. Определить площадь общей части данных треугольников.

9.1.53. (№1947). На стороне BC параллелограмма $ABCD$ взята точка M. Докажите, что площадь параллелограмма вдвое больше площади треугольника AMD.

9.1.54. (№1948). На продолжении AD квадрата $ABCD$ за вершину A взята точка M, $MC = 20$ дм, $\angle CMD = 30^0$. Найти площадь квадрата.

9.1.55. (№1949). На стороне AB параллелограмма $ABCD$ отмечена точка E так, что $DE \perp AB$. Докажите, что площадь параллелограмма $ABCD$ равна $DE \cdot AB$.

9.1.56. (№1950). Сравните площади параллелограмма и прямоугольника, если они имеют одинаковые основания и одинаковые периметры.

9.1.57. (№1951). Найдите углы параллелограмма, если его площадь равна 40 см^2, а стороны 10 см и 8 см.

9.1.58. (№1952). В трапеции $ABCD$ AD — большее основание. Через середину стороны CD и вершину B проведена прямая, пересекающая луч AD в точке E. Докажите, что площадь трапеции равна площади треугольника ABE.

9.1.59. (№1953). Сравните площади квадрата и параллелограмма, если они имеют одинаковые периметры и сторона квадрата равна высоте параллелограмма. (Параллелограмм не является прямоугольником).

9.1.60. (№1954). Докажите, что диагонали параллелограмма делят его на четыре треугольника, имеющие одинаковую площадь.

9.1.61. (№1955). Меньшая высота параллелограмма равна 4 см и делит большую сторону на отрезки, каждый из которых равен по 3 см. Найдите большую высоту параллелограмма.

9.1.62. (№1956). Высоты параллелограмма равны 6 см и 7,8 см, а его площадь 78 см^2. Найдите длину диагонали.

9.1.63. (№1957). Диагональ параллелограмма составляет со сторонами углы 90^0 и 15^0. Найдите площадь параллелограмма, если его большая сторона равна 12 см.

9.1.64. (№1958). Как измениться площадь квадрата, если увеличить его диагональ в n раз?

9.1.65. (№1959). Периметр прямоугольника равен 68; разность его сторон равна 14. Середины сторон прямоугольника образуют четырехугольник. Установить вид этого четырехугольника, найти его стороны, а также отношение площадей данного четырехугольника и полученного.

9.1.66. (№1960). Длины диагоналей параллелограмма 41 см и 85 см, а его периметр 182 см. Найти площадь параллелограмма.

9.1.67. (№1961). Всякая прямая, проходящая через центр симметрии параллелограмма, делит его на две равновеликие части. Доказать.

9.1.68. (№1962). Провести через данную точку прямую, делящую площадь данного параллелограмма пополам.

9.1.69. (№1963). Разделить данный параллелограмм на n равновеликих частей прямыми, исходящими из его вершины, если 1) $n = 6$; 2) $n = 5$.

9.1.70. (№1964). Докажите, что медиана любого треугольника делит этот треугольник на треугольники с равными площадями.

9.1.71. (№1965). В прямоугольном треугольнике ABC точка O — середина медианы CH, проведенной к гипотенузе AB, $AC = 6$ см, $BC = 8$ см. Найдите площадь треугольника OBC.

9.1.72. (№1966). В четырехугольнике диагонали равны 8 см и 12 см и пересекаются под углом 30^0 друг к другу. Найдите площадь этого четырехугольника.

9.1.73. (№1967). Точка E — середина стороны AB треугольника ABC, а точки M и H делят сторону BC на три равные части, $BM = MH = HC$. Найдите площадь треугольника EMH, если площадь треугольника ABC равна S.

9.1.74. **(№1968).** Найдите площадь равнобедренного треугольника, если его высота, проведенная к основанию, и отрезок, соединяющий середины основания и боковой стороны, равны по 12 см.

9.1.75. **(№1969).** Через вершины треугольника проведены прямые, параллельные его противоположным сторонам. Найти отношение площади данного треугольника к площади треугольника, образованного проведенными тремя прямыми.

9.1.76. **(№1970).** Периметр равнобедренного треугольника равен 50. Боковая сторона треугольника на 1 больше основания. Определить площадь треугольника.

9.1.77. **(№1971).** Диагонали прямоугольника, равные по $2a$, пересекаются под углом 60^0. Определить площадь прямоугольника, если одна его сторона равна b. Установить зависимость между a и b.

9.1.78. **(№1972).** Найти площадь треугольника, у которого длины сторон равны: а) 12 см, 17 см, 25 см; б) 15 см, 26 см, 37 см; в) 25 см, 39 см, 40 см.

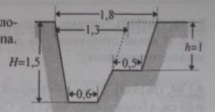
9.1.79. **(№1973).** Длины сторон треугольника 7 см, 15 см, 20 см. Найти его высоты.

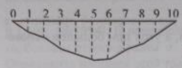
9.1.80. **(№1974).** Основания трапеции равны 35 см и 29 см, а площадь 256 $см^2$. Определить высоту трапеции.

9.1.81. **(№1975).** В трапеции высота равна 8 см, а площадь 2 $дм^2$. Определить длину средней линии.

9.1.82. **(№1976).** Площадь трапеции равна 144 $см^2$, основания относятся, как 4:5; высота равна 16 см. Определить основания.

9.1.83. **(№1977).** Определить площадь поперечного сечения окопа. Размеры даны в метрах .

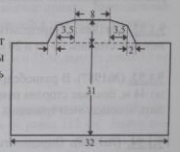


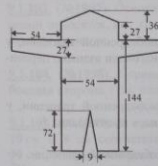


9.1.84. **(№1978).** Вычислить площадь поперечного сечения реки, данного на рисунке (площадь "живого сечения"), по данным в таблице размерам глубины.

Расстояние от берега в метрах	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
Глубина в метрах	0	0,65	0,9	1,5	1,85	2,4	2,35	1,75	1,25	0,6	0

9.1.85. **(№1979).** Рисунок. представляет собой план столовой в клубе: размеры даны в метрах. Определить площадь столовой.





9.1.86. **(№1980).** Для изготовления костюма военной маскировки пользуются выкройкой, указанной на рисунке, размеры даны в сантиметрах. Вычислить площадь выкройки.

9.1.87. **(№1981).** Площадь трапеции $ABCD$ разделена пополам прямой EF, проведенной параллельно боковой стороне AB. Определить отрезок AF, если $AD = 28$ см и $BC = 12$ см.

9.1.88. **(№1982).** Площадь трапеции делится диагональю в отношении 3 : 7. В каком отношении она делится средней линией (начиная от меньшего основания)?

9.1.89. **(№1983).** В равнобедренной трапеции основания равны 51 см и 69 см, а боковая сторона 41 см. Определить площадь.

9.1.90. **(№1984).** Определить площадь равнобедренной трапеции, в которой основания равны 42 см и 54 см, а угол при большем основании равен 45^0.

9.1.91. **(№1985).** В прямоугольной трапеции острый угол при основании равен 30^0, сумма оснований равна m и сумма боковых сторон равна n. Определить площадь трапеции.

9.1.92. **(№1986).** Определить площадь трапеции, у которой параллельные стороны 60 см и 20 см, а непараллельные 13 см и 37 см.

9.1.93. **(№1987).** В равнобедренной трапеции большее основание равно 44 м, боковая сторона равна 17 м и диагональ равна 39 м. Определить площадь этой трапеции.

9.1.94. **(№1988).** Определить площадь равнобедренной трапеции, у которой основания равны 12 см и 20 см, а диагонали взаимно перпендикулярны.

9.1.95. **(№1989).** Определить площадь равнобедренной трапеции, у которой диагонали взаимно перпендикулярны, а высота равна h.

9.1.96. **(№1990).** Определить площадь равнобедренной трапеции, если ее диагональ равна c и образует с бóльшим основанием угол в 45^0.

9.1.97. **(№1991).** Определить площадь равнобедренной трапеции, у которой основания равны 10 см и 26 см, а диагонали перпендикулярны к боковым сторонам.

9.1.98. **(№1992).** Определить площадь трапеции, у которой основания равны 142 см и 89 см, а диагонали 120 см и 153 см.

9.1.99. **(№1993).** В круге радиуса R по одну сторону центра проведены две параллельные хорды, стягивающие дуги в 60^0 и 120^0, и концы их соединены. Определить площадь полученной трапеции.

9.1.100. **(№1994).** В равнобедренной трапеции, описанной около круга, боковая сторона равна a, а острый угол при основании равен 30^0. Определить площадь этой трапеции.

9.1.101. **(№1995).** Основание треугольника равно 75 см, а боковые стороны 65 см и 70 см. Высота разделена в отношении 2 : 3 (считая от вершины), и через точку деления проведена прямая, параллельная основанию. Определить площадь получившейся при этом трапеции.

9.1.102. **(№1996).** Диагонали трапеции 20 м и 15 м; высота равна 12 м. Определить площадь трапеции.

9.1.103. **(№1997).** Основания и боковая сторона равнобедренной трапеции относятся, как 10 : 4 : 5. Площадь ее равна 112 $см^2$. Найти периметр трапеции.

9.1.104. **(№1998).** Периметр равнобедренной трапеции равен 32 см, боковая сторона 5 см, площадь 44 $см^2$. Найдите высоту трапеции.

9.1.105. **(№1999).** В трапеции $ABCD$ основания AD и BC равны 10 см и 8 см соответственно. Площадь треугольника ACD равна 30 $см^2$. Найдите площадь трапеции.

9.1.106. **(№2000).** В прямоугольной трапеции площадь равна 30 $см^2$, периметр 28 см, а меньшая боковая сторона 3 см. Найдите большую боковую сторону.

9.1.107. (№2001). В трапеции $MPKT$ меньшее основание PK равно 6 см, а высота трапеции 8 см. Найдите площадь трапеции, если площадь треугольника MKT равна 48 см^2.

9.1.108. (№2002). В прямоугольной трапеции меньшая боковая сторона равна 3 дм и составляет с меньшей диагональю угол 45^0. Острый угол трапеции также равен 45^0. Найдите площадь трапеции.

9.1.109. (№2003). Высоты, проведенные из вершин меньшего основания равнобедренной трапеции, делят большее основание на три отрезка, сумма двух из которых равна третьему. Найдите площадь этой трапеции, если ее меньшее основание и высота равны по 6 см.

9.1.110. (№2004). В прямоугольной трапеции меньшее основание равно 4 см и составляет с меньшей диагональю угол 45^0. Найдите площадь трапеции, если ее тупой угол равен 135^0.

9.1.111. (№2005). Высота равнобедренной трапеции, проведенная из вершины тупого угла и делящая большее основание на два отрезка, один из которых равен половине меньшего основания, равен 6 см. Большее основание превосходит меньшее на 2 см. Найдите площадь трапеции.

9.1.112. (№2006). В трапеции $ABCD$ AD — большее основание, $\angle D = 60^0$. Биссектрисы углов C и D пересекаются в точке O, $OD = a$, $BC = b$, $AD = c$. Найдите площадь трапеции.

9.1.113. (№2007). В трапеции $ABCD$ AD — большее основание. Диагонали пересекаются в точке O. Площади треугольников BOC и AOD равны 5 см^2 и 20 см^2 соответственно. Найдите площадь трапеции.

9.1.114. (№2008). Большее основание трапеции равно 6 см, а меньшее 4 см. Углы при большем основании 30^0 и 45^0. Найдите площадь трапеции.

9.1.115. (№2009). Высота равнобедренной трапеции равна h, а ее площадь h^2. Под каким углом пересекаются ее диагонали?

9.1.116. (№2010). У трапеции длины оснований 15 см и 51 см, а длины боковых сторон 25 см и 29 см. Определить площадь трапеции.

9.1.117. (№2011). Найти площадь трапеции, у которой длины оснований 5 см и 16 см, а длины диагоналей 13 см и 20 см.

9.1.118. (№2012). В треугольнике ABC $\angle C = 135^0$, $AC = 6$ дм, высота BD равна 2 дм. Найдите площадь треугольника ABD.

9.1.119. (№2013). Найдите площадь равнобедренного прямоугольного треугольника с гипотенузой 10 см.

9.1.120. (№2014). На стороне AC треугольника ABC с площадью 36 см^2 взята точка D, $AD : DC = 1 : 5$. Найдите площадь треугольника ABD.

9.1.121. (№2015). Площадь параллелограмма содержит 480 см^2, его периметр равен 112 см, расстояние между бо́льшими сторонами равно 12 см. Определить расстояние между меньшими сторонами.

9.1.122. (№2016). Определить площадь параллелограмма по двум его высотам h_1 и h_2 и периметру $2p$.

9.1.123. (№2017). В параллелограмме $ABCD$ сторона $AB = 37$ см, а перпендикуляр, проведенный из точки пересечения диагоналей на сторону AD, делит ее на отрезки: $AE = 26$ см и $ED = 14$ см. Определить площадь параллелограмма.

9.1.124. (№2018). Параллелограмм имеет стороны $a = 8$ см и $b = 4$ см. Превратить его в равновеликий ему параллелограмм с таким же углом и с основанием $b = 6$ см.

9.1.125. (№2019). В данном квадрате каждая вершина соединена с серединой стороны, лежащей между двумя следующими вершинами (считая вершины в одинаковом порядке). Соединительные прямые образуют своим пересечением внутренний квадрат. Доказать (вычислением), что его площадь составляет $\frac{1}{5}$ площади данного квадрата.

9.1.126. (№2020). Построить треугольник, равновеликий треугольнику ABC, сохраняя сторону BC, но заменяя угол ABC данным углом α.

9.1.127. (№2021). Построить равнобедренный треугольник с основанием BC, равновеликий данному треугольнику ABC.

9.1.128. (№2022). Через точку K, данную на стороне AB треугольника ABC, провести прямую так, чтобы она разделила площадь треугольника пополам.

9.1.129. (№2023). Определить площадь равностороннего треугольника по его высоте h.

9.1.130. (№2024). Определить площадь правильного треугольника, вписанного в круг радиуса R.

9.1.131. (№2025). Определить площадь правильного описанного треугольника, если радиус круга равен r.

9.1.132. (№2026). В равнобедренном треугольнике боковая сторона равна 10 см, а площадь равна 48 см^2. Определить основание.

9.1.133. (№2027). Определить сторону ромба, если его диагонали относятся как $m : n$, а площадь равна Q.

9.1.134. (№2028). На сторонах равностороннего треугольника построены квадраты, и свободные вершины их соединены. Определить площадь полученного шестиугольника, если сторона данного треугольника равна a.

9.1.135. (№2029). Данный квадрат со стороной a срезан по углам так, что образовался правильный восьмиугольник. Определить площадь этого восьмиугольника.

9.1.136. (№2030). Отношение катетов прямоугольного треугольника равно 1,05; разность между радиусами описанного и вписанного кругов 17 дм. Определить площадь треугольника.

9.1.137. (№2031). В ромбе, диагонали которого равны 150 см и 200 см, проведены из вершины тупого угла высоты и концы их соединены. Определить площадь получившегося таким образом треугольника.

9.1.138. (№2032). AB и CD — два параллельных отрезка; M — точка пересечения линий AD и BC (соединяющих концы отрезков накрест). Отрезок $AB = 8$ см, отрезок $CD = 12$ см, расстояние между ними равно 10 см. Определить сумму площадей треугольников ABM и MCD.

9.1.139. (№2033). Определить площадь треугольника по трем данным сторонам: 1) 13; 14; 15; 2) 29; 25; 6; 3) 5; 6; 9; 4) 3; 5; 7; 5) 6; 5; 2,2; 6) 5; $8\frac{2}{3}$; $12\frac{1}{3}$; 7) 5; 4; $\sqrt{17}$; 8) 5; $\sqrt{58}$, $\sqrt{65}$; 9) $\sqrt{5}$; $\sqrt{10}$; $\sqrt{13}$.

9.1.140. (№2034). Определить меньшую высоту треугольника, стороны которого равны 25 дм, 29 дм, 36 дм.

9.1.141. (№2035). Определить бо́льшую высоту треугольника со сторонами 15, 112, 113.

9.1.142. (№2036). Определить стороны треугольника если они относятся, как 26 : 25 : 3, а площадь треугольника равна 9 м^2.

9.1.143. (№2037). Определить стороны треугольника, если они относятся, как 9 : 10 : 17, а площадь равна 144 см^2.

9.1.144. **(№2038).** Определить площадь четырехугольника по диагонали, равной 17 см, и сторонам: 10 см и 21 см, лежащим по одну сторону диагонали, 8 см и 15 см — по другую сторону диагонали.

9.1.145. **(№2039).** Радиусы двух пересекающихся окружностей равны 17 см и 39 см, а расстояние между центрами 44 см. Определить длину общей хорды.

9.1.146. **(№2040).** Определить площадь параллелограмма, если одна из его сторон равна 51 см, а диагонали равны 40 см и 74 см.

9.1.147. **(№2041).** Определить площадь треугольника, если две стороны его соответственно равны 27 см и 29 см, а медиана третьей стороны равна 26 см.

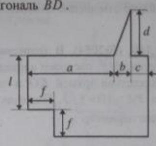
9.1.148. **(№2042).** В треугольнике по данным двум сторонам и площади определить третью сторону: 1) $a=17$, $b=28$, $S=210$; 2) $a=7$, $b=11$, $S=\sqrt{1440}$.

9.1.149. **(№2043).** В треугольнике ABC даны три стороны: $AB=26$, $BC=30$ и $AC=28$. Определить часть площади этого треугольника, заключенную между высотой и биссектрисой, проведенными из вершины B.

9.1.150. **(№2044).** Стороны треугольника 13 см, 14 см и 15 см. Определить радиус окружности, которая имеет центр на средней стороне и касается двух других сторон.

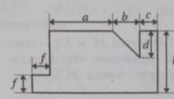
9.1.151. **(№2045).** Вершины данного треугольника соединены с центром вписанного круга. Проведенными прямыми площадь треугольника разделилась на три части: 28 м^2, 60 м^2 и 80 м^2, Определить стороны данного треугольника.

9.1.152. **(№2046).** В четырехугольнике $ABCD$ дано: $AB=26$ см, $BC=30$ см, $CD=17$ см, $AD=25$ см и диагональ $AC=28$ см. Определить площадь четырехугольника и диагональ BD.



9.1.153. **(№2047).** Составьте формулу для вычисления площади фигуры, изображенной на рисунке.

9.1.154. **(№2048).** Периметр прямоугольника равен 26 см, а одна из его сторон 9 см. Найдите сторону квадрата, имеющего такую же площадь, как этот многоугольник.



9.1.155. **(№2049).** Составьте формулу для вычисления площади фигуры, изображенной на рисунке.

9.1.156. **(№2050).** Докажите, что площадь ромба равна половине произведения его диагоналей.

9.1.157. **(№2051).** На стороне AC треугольника ABC отмечена точка D так что $BD \perp AC$. Докажите, что площадь треугольника равна $\frac{1}{2} BD \cdot AC$.

9.1.158. **(№2052).** В трапеции $ABCD$ $\angle A=45^0$, $\angle C=100^0$. Диагональ BD составляет с боковой стороной CD угол в 35^0. На стороне AB построен параллелограмм $ABPK$ так, что точка D принадлежит отрезку BP и $BD:DP=2:1$. Найдите площадь параллелограмма, если его периметр равен 30 см.

9.1.159. **(№2053).** В остроугольном треугольнике ABC проведена высота BD. Точка D_1 симметрична точке D относительно точки B. Найдите отношение площадей треугольников AD_1C и ABC.

9.1.160. **(№2054).** В трапеции $MPKO$ $\angle M=45^0$ и $\angle K=135^0$. На стороне MP построен параллелограмм $MPDT$ так, что его сторона параллельна прямой KO и пересекает сторону MO в точке A, причем $PA:AD=1:3$. Площадь параллелограмма равна 36 см^2. Найдите его периметр.

9.1.161. **(№2055).** В параллелограмме $ABCD$ угол B тупой. На продолжении стороны AD за вершину D отмечена точка E так, что $\angle ECD=60^0$, $\angle CED=90^0$, $AB=4$ см, $AD=10$ см. Найдите площадь параллелограмма.

9.1.162. **(№2056).** В параллелограмме $ABCD$ точки M и K — середины сторон BC и AD соответственно. Докажите, что площадь четырехугольника $ABMK$ равна площади треугольника ACD.

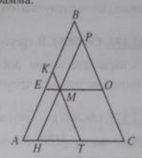
9.1.163. **(№2057).** В параллелограмме $MPKT$ на стороне MT отмечена точка E, $\angle PEM=90^0$, $\angle EPT=45^0$, $ME=4$ см, $ET=7$ см. Найдите площадь параллелограмма.

9.1.164. **(№2058).** В параллелограмме $ABCD$ точки M, P, K, T являются серединами сторон AB, BC, CD, AD, соответственно. Докажите, что площади четырехугольников $ABPT$ и $AMKD$ равны.

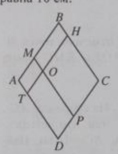
9.1.165. **(№2059).** Найдите углы параллелограмма, если его площадь равна 20 см^2, а высота, проведенная из вершины тупого угла, делит одну из сторон на отрезки 2 см и 8 см, считая от вершины острого угла.

9.1.166. **(№2060).** Высоты, проведенные из вершины тупого угла параллелограмма, составляют угол 45^0. Одна из высот делит сторону, на которую она опущена, на отрезки 2 см и 8 см, считая от вершины острого угла. Найдите площадь параллелограмма.

9.1.167. **(№2061).** ABC — равнобедренный треугольник с основанием AC, $KT \parallel BC$, $MP \parallel AB$, $EO \parallel AC$. Докажите, что площади четырехугольников $AEMH$ и $MOCT$ относятся как $BP:BK$.



9.1.168. **(№2062).** В ромбе $ABCD$ BM — биссектриса треугольника ABD, $\angle BMD=157^0 30'$. Найдите площадь ромба, если его высота равна 10 см.



9.1.169. **(№2063).** $ABCD$ — ромб, $HT \parallel AB$, $MP \parallel BC$. Докажите, что произведение площадей четырехугольников $AMOT$ и $OHCP$ равно произведению площадей четырехугольников $MBHO$ и $TOPD$.

9.1.170. **(№2064).** В параллелограмме $ABCD$ угол A тупой. На стороне BC взята точка M, а через вершину D проведена прямая, параллельная AM и пересекающая луч MC в точке K. Точка E принадлежит отрезку AM. На прямой EM отмечена точка P так, что $DE \parallel KP$. Сравните площади невыпуклых пятиугольников $ABMED$ и $DKPMC$.

9.1.171. (№2065). В параллелограмме $ABCD$ угол A тупой. Вне параллелограмма на луче BC отмечены точки M и K, а на луче DC — точки E и P, причем $AM \parallel DK$, $EA \parallel BP$. Докажите, что площади невыпуклых пятиугольников $ABPCM$ и $ADKCE$ равны.

9.1.172. (№2066). В треугольнике ABC $\angle B = 130^0$, $AB = a$, $BC = b$, а в параллелограмме $MKPH$ $MP = a$, $MH = b$, $\angle M = 50^0$. Найдите отношение площади треугольника к площади параллелограмма.

9.1.173. (№2067). В треугольнике ABC $AB = x$, $AC = y$, $\angle A = 15^0$, а в треугольнике MPK $KP = x$, $MK = y$, $\angle K = 165^0$. Сравните площади этих треугольников.

9.1.174. (№2068). В ромбе $ABCD$ диагонали равны 5 см и 12 см. НА диагонали AC взята точка M так, что $AM : MC = 4 : 1$. Найдите площадь треугольника AMD.

9.1.175. (№2069). Внутри параллелограмма $ABCD$ отмечена точка M. Докажите, что сумма площадей треугольников AMD и BMC равна половине площади параллелограмма.

9.1.176. (№2070). В треугольнике ABC $\angle C = 90^0$. На сторонах AC, AB, BC соответственно взяты точки M, P, K так, что четырехугольник $CMPK$ является квадратом, $AC = 6$ см, $BC = 14$ см. Найдите сторону MC.

9.1.177. (№2071). В трапеции $ABCD$ с основаниями AD и BC диагонали пересекаются в точке O, которая удалена от прямой CD на 4 см. Найдите площадь треугольника AOB, если $CD = 8$ см.

9.1.178. (№2072). В треугольнике точка пересечения биссектрис удалена от прямой, содержащей одну из сторон на 1,5 см. Периметр треугольника равен 16 см. Найдите его площадь.

9.1.179. (№2073). На сторонах AB, BC, AC треугольника ABC отмечены точки M, K, P соответственно так, что $AM : MB = BK : KC = PC : AP = 2:1$. Площадь треугольника ABC равна S. Найдите площадь четырехугольника $MBKP$.

9.1.180. (№2074). В трапеции $MPHK$ MK — большее основание. Площади треугольников MHK и KHP равны S_1 и S_2 соответственно. Найдите площадь трапеции.

9.1.181. (№2075). В трапеции $MHPK$ $MH = HK$, точка A — середина большего основания MK, а точка B — середина боковой стороны MH, $BA \perp MH$, $MK = a$, $HP = b$. Найдите площадь трапеции.

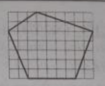
9.1.182. (№2076). Отрезок EP пересекает основания BC и AD трапеции $ABCD$ так, что точки A и E лежат по разные стороны от прямой BC и $EP \perp BC$. Основания трапеции делят отрезок EP на три равные части. Площади треугольников BEC и APD равны S_1 и S_2 соответственно. Найдите площадь трапеции.

9.1.183. (№2077). В трапеции $ABCD$ AD — большее основание. Прямые, проходящие через середины сторон AB, BC, DC перпендикулярно к этим сторонам, пересекаются в точке O; $\angle BCD = 150^0$, $AB = a$, $BC = b$, $AD = c$. Найдите площадь трапеции.

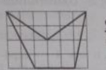
9.1.184. (№2078). В трапеции $MHPK$ основания MK и HP относятся как $3 : 1$. На отрезке MK отмечены точки A и B так, что $MA = AB = KB$. Отрезки HB и AP пересекаются в точке O. Найдите площадь трапеции, если площадь треугольника HOP равна 5 см^2.

9.1.185. (№2079). В трапеции $MHPK$ $MH \parallel PK$. Биссектрисы углов M, K, H, P пересекаются в точке O. Расстояние от точки O до прямой PK равно a, $PM = b$, $KH = c$. Найдите площадь трапеции.

9.1.186. (№2080). Перечертите фигуру, изображенную на рисунке. Проведите необходимые измерения и вычислите площадь этой фигуры.

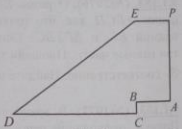


9.1.187. (№2081). На стороне AB квадрата $ABCD$, равной 12 см, отмечена точка M так, что $MC = 13$ см. Найдите площадь четырехугольника $AMCD$.

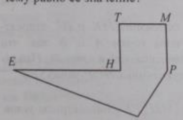


9.1.188. (№2082). Перечертите фигуру, изображенную на рисунке. Проведите необходимые измерения и вычислите площадь этой фигуры.

9.1.189. (№2083). На стороне PK прямоугольника $MPKH$ отмечена точка E, $ME = 15$ см, $PM = 12$ см, $EK = 6$ см. Найдите площадь четырехугольника $MEKH$.



9.1.190. (№2084). Ученику нужно было вычислить площадь многоугольника, изображенного на рисунке, используя масштабную линейку. Он установил, что $AB = PE = 3$ см, $AP = BE = 4$ см, $AE = 5$ см, $BC = 1$ см, $DC = 12$ см, $DE = 13$ см и точки C, B, E лежат на одной прямой. Может ли ученик, пользуясь этими результатами измерений, вычислить площадь? Чему равно ее значение?



9.1.191. (№2085). Ученику нужно было вычислить площадь многоугольника, изображенного на рисунке, используя масштабную линейку. Он установил, что $MP = HT = 4$ см, $MT = PH = 3$ см и что $MH = 5$ см, $EH = 10$ см, $PK = 5$ см, $KE = 12$ см. Точки P, H, E лежат на одной прямой. Мог ли ученик вычислить площадь по этим результатам? Чему эта площадь равна?

9.1.192. (№2086). В треугольнике два угла равны 105^0 и 45^0, а площадь равна $\left(\sqrt{3}+1\right)$ см^2. Найдите меньшую высоту треугольника.

9.1.193. (№2087). Диагональ ромба в четыре раза больше расстояния от точки пересечения его диагоналей до стороны. Найдите площадь ромба, если его сторона равна 2 см.

9.1.194. (№2088). В трапеции $MPKE$ точка A принадлежит большему основанию ME, $AM = MP = a$, $AE = EK$. Найдите площадь трапеции, если ее диагонали проходят через точку пересечения медиан треугольника PAK.

9.1.195. (№2089). В трапеции $ABCD$ M — середина большего основания AD, $AB = BC = CD = a$. Точка пересечения диагоналей трапеции совпадает с точкой пересечения высот треугольника BMC. Найдите площадь трапеции.

9.1.196. (№2090). На диагонали BD параллелограмма $ABCD$ взята точка M, через которую проведены прямые KL и NE, соответственно параллельные сторонам AB и BC. Найти на чертеже две пары равновеликих трапеций.

9.1.197. (№2091). Середины сторон прямоугольника служат вершинами четырехугольника, а середины сторон последнего — вершинами третьего четырехугольника. Найти отношение площадей первого и третьего четырехугольников.

9.1.198. (№2092). Будут ли равновелики прямоугольники, если сторонами одного из них служат катеты прямоугольного треугольника, а сторонами второго — гипотенуза и опущенная на нее высота? Записать вывод словами и формулой.

9.1.199. (№2093). Найти внутри треугольника такую точку, чтобы отрезки, соединяющие ее с вершинами треугольника, делили его на три равновеликие части.

<u>9.1.200.</u> (№2094). Выявить вид треугольника, если $a+h_a=b+h_b$, где a и b — его стороны, а h_a и h_b — соответствующие им высоты.

<u>9.1.201.</u> (№2095). Разделить треугольник на две равновеликие части прямой, проходящей через точку, данную на его стороне.

<u>9.1.202.</u> (№2096). Сторона и диагональ прямоугольника соответственно равны 6 и 10. Из вершины прямоугольника опущен перпендикуляр на диагональ. Определить площадь прямоугольника и отрезки, на которые перпендикуляр делит диагональ.

<u>9.1.203.</u> (№2097). Определить площадь равнобедренной трапеции, у которой боковая сторона, верхнее основание и средняя линия соответственно равны 13, 6 и 15.

<u>9.1.204.</u> (№2098). Средняя линия равнобедренной трапеции делится диагональю на части 2 и 5. Определить площадь трапеции, если ее боковая сторона равна 5.

<u>9.1.205.</u> (№2099). Диагонали четырехугольника равны и перпендикулярны. Чему равна его площадь, если диагональ равна a.

<u>9.1.206.</u> (№2100). Найти геометрическое место точек M, расположенных внутри треугольника ABC, для которых сумма площадей треугольников AMC и BMC равна площади треугольника AMB.

<u>9.1.207.</u> (№2101). Доказать, что если через точки, делящие высоты треугольника, считая от соответствующего основания, в отношении $1:2$, провести прямые, параллельные соответствующим сторонам треугольника, то их точка пересечения совпадет с точкой пересечения медиан треугольника.

<u>9.1.208.</u> (№2102). Один из углов ромба равен 30^0. Доказать, что его сторона является средней пропорциональной величиной между его диагоналями.

<u>9.1.209.</u> (№2103). Построить равнобедренный треугольник по углу между конгруэнтными сторонами и сумме основания и высоты.

<u>9.1.210.</u> (№2104). Для строительной площадки отведена площадь в 3,5 га. Какую площадь займет площадка на плане, исполненном в масштабе 1 : 250?

<u>9.1.211.</u> (№2105). Доказать, что в треугольнике ABC

$$ab+ac+bc>6S.$$

<u>9.1.212.</u> (№2106). Выразить площадь треугольника через длины двух медиан m_1 и m_2 и угол α между ними.

<u>9.1.213.</u> (№2107). Выразить площадь треугольника через $\angle A$, h_b и h_c.

<u>9.1.214.</u> (№2108). Доказать, что площади треугольников, имеющих равные углы A и A_1, относятся как произведения длин сторон этих углов.

<u>9.1.215.</u> (№2109). Длина стороны треугольника 34 см, длины медиан, проведенных к другим сторонам, 27 см и 30 см. Вычислить площадь треугольника.

<u>9.1.216.</u> (№2110). Две стороны треугольника и медиана, проведенная к третьей стороне, имеют длины: 2,1 см, 8,9 см, 4,1 см. Определить площадь треугольника.

<u>9.1.217.</u> (№2111). Стороны параллелограмма равны 25 см и 39 см, а диагонали относятся как $17:28$. Найдите длины высот параллелограмма.

<u>9.1.218.</u> (№2112). Найти отношение площади данного треугольника к площади треугольника, имеющего своими сторонами медианы данного треугольника.

<u>9.1.219.</u> (№2113). Для вычисления площади треугольника по длинам его сторон используется также формула $S=\frac{1}{4}\sqrt{4a^2b^2-\left(a^2+b^2-c^2\right)^2}$. Показать разложением подкоренного выражения, что эта формула равносильна формуле $S=\sqrt{p(p-a)(p-b)(b-c)}$[1]. *Замечание*. Первую формулу есть смысл использовать тогда, когда хотя бы одна из сторон треугольника выражена квадратным радикалом.

<u>9.1.220.</u> (№2114). Середина K стороны AB квадрата $ABCD$ соединяется с точками C и D; середина L стороны CD этого квадрата соединяется с точками A и B. Выявить вид четырехугольника, образованного построенными прямыми, и доказать, что его площадь составляет $\frac{1}{4}$ площади квадрата.

<u>9.1.221.</u> (№2115). Точки E и F являются серединами сторон AB и BC квадрата $ABCD$, а M — точкой пересечения прямых CE и DF. Доказать, что площадь треугольника DMC составляет пятую часть площади квадрата.

<u>9.1.222.</u> (№2116). Середина одной из диагоналей четырехугольника соединена с концами другой диагонали. Доказать, что полученная ломаная делит четырехугольник на две равновеликие части.

<u>9.1.223.</u> (№2117). Если диагональ какого-нибудь четырехугольника делит другую диагональ пополам, то она делит пополам и площадь четырехугольника. Доказать.

[1] Эту формулу традиционно называют формулой Герона, так как в работах его предшественников ее не находили. Однако в XX веке стало известно, что значительно раньше Герона эту формулу вывел греческий геометр Архимед (III в. до н.э.). Итак, правильно называть ее формулой Архимеда.

<u>9.1.224.</u> (№2118). Прямая проходящая через середины параллельных сторон трапеции, делит ее на две равновеликие части. Доказать.

<u>9.1.225.</u> (№2119). На прямой, соединяющей середины оснований трапеции, взята точка и соединена со всеми вершинами трапеции. Доказать, что треугольники, прилежащие к боковым сторонам трапеции, равновелики.

<u>9.1.226.</u> (№2120). Диагонали трапеции делят ее на четыре треугольника. Доказать, что треугольники, прилежащие к боковым сторонам, равновелики.

<u>9.1.227.</u> (№2121). Если в трапеции середину M одной боковой стороны AB соединить с концами другой боковой стороны CD, то площадь полученного треугольника CMD составит половину площади трапеции. Доказать.

<u>9.1.228.</u> (№2122). Построить квадрат, площадь которого в три раза больше площади данного квадрата со стороной a.

<u>9.1.229.</u> (№2123). На сторонах прямоугольного треугольника построены квадраты, и свободные вершины их соединены. Определить площадь получившегося шестиугольника, если катеты данного треугольника равны a и b.

<u>9.1.230.</u> (№2124). Как относятся между собой площади P и Q двух треугольников, имеющих по равному углу, заключенному в первом треугольнике между сторонами в 12 дм и 28 дм, а во втором — между сторонами в 21 дм и 24 дм?

<u>9.1.231.</u> (№2125). В треугольнике ABC сторона BA продолжена на длину $AD=0{,}2\cdot BA$ и сторона BC — на длину $CE=\frac{2}{3}BC$; точки D и E соединены. Найти отношение площадей треугольников ABC и DBE.

9.1.232. (№2126). Свойство биссектрисы треугольника вывести из сравнения площадей.

9.1.233. (№2127). Во сколько раз увеличится площадь треугольника, если каждую сторону увеличить в 4 раза? В 5 раз?

9.1.234. (№2128). Сторона треугольника равна 5 дм. Чему равна сходственная сторона подобного ему треугольника, площадь которого вдвое больше?

9.1.235. (№2129). Какую часть площади (считая от вершины) отсекает средняя линия треугольника?

9.1.236. (№2130). Высота треугольника равна h. На каком расстоянии от вершины находится параллель к основанию, делящая площадь треугольника пополам?

9.1.237. (№2131). Боковая сторона треугольника разделена в отношении 2 : 3 : 4 (от вершины к основанию), и из точек деления проведены прямые, параллельные основанию. В каком отношении разделилась площадь треугольника?

9.1.238. (№2132). Через точку E, делящую сторону AB треугольника ABC в отношении $m : n$, проведена параллель к BC. В каком отношении находятся площадь отсеченного треугольника и площадь получившейся трапеции?

9.1.239. (№2133). Прямая, параллельная основанию треугольника, делит его боковую сторону в отношении 5 : 3 (начиная от вершины), а площадь — на части, разность которых равна 56 см^2. Определить площадь всего треугольника.

9.1.240. (№2134). Прямыми, параллельными основанию, площадь треугольника разделилась в отношении 9 : 55 : 161 (от вершины к основанию). В каком отношении разделились боковые стороны?

9.1.241. (№2135). Какую часть площади одноименных описанных фигур составляют площади следующих вписанных: 1) правильного треугольника; 2) квадрата; 3) правильного шестиугольника? (Решить, не вычисляя самих площадей).

9.1.242. (№2136). Сумма площадей трех подобных многоугольников равна 232 дм^2, а периметры их относятся, как 2 : 3 : 4. Определить площадь каждого многоугольника.

9.1.243. (№2137). На сторонах прямоугольного треугольника построены подобные фигуры, причем стороны треугольника являются сходственными сторонами этих фигур. Доказать, что площадь фигуры, построенной на гипотенузе, равна сумме площадей фигур, построенных на катетах.

9.1.244. (№2138). Как относятся между собой основания такой трапеции, которая равновелика своему дополнительному треугольнику?

9.1.245. (№2139). Площадь прямоугольного треугольника разделена пополам прямой, перпендикулярной к гипотенузе. Найти расстояние между этой прямой и вершиной меньшего острого угла, если больший катет равен 20 м.

9.1.246. (№2140). В прямоугольном треугольнике катеты относятся, как 3 : 4, а высота делит площадь треугольника на части, разность которых равна 84 дм^2. Определить площадь всего треугольника.

9.1.247. (№2141). Три медианы треугольника ABC пересекаются в точке M. Доказать, что площадь треугольника AMB составляет треть площади треугольника ABC.

9.1.248. (№2142). Три медианы треугольника делят его площадь на шесть равных частей. Доказать.

9.1.249. (№2143). Из внешней точки A проведены к кругу касательная AB и секущая ACD. Определить площадь треугольника CBD, если $AC:AB = 2:3$ и площадь $\Delta ABC = 20$ дм^2.

9.1.250. (№2144). AB и CD — две непересекающиеся хорды, причем $\cup AB = 120^0$ и $\cup CD = 90^0$; M — точка пересечения хорд AD и BC. Определить площади AMB и CMD, если их сумма содержит 100 см^3.

9.1.251. (№2145). AB — диаметр; BC и AC — хорды, причем $\cup BC = 60^0$; D — точка пересечения продолженного диаметра и касательной CD. Найти отношение площадей DCB и DCA.

9.1.252. (№2146). $ABCD$ — данный квадрат; E и F — середины сторон CD и AD; M — точка пересечения прямых BE и FC. Доказать, что площадь ΔBMC составляет $\frac{1}{5}$ площади квадрата.

9.1.253. (№2147). Треугольник и вписанный в него ромб имеют общий угол. Стороны треугольника, заключающие этот угол, относятся, как $m : n$. Найти отношение площади ромба к площади треугольника.

9.1.254. (№2148). Меньшая из боковых сторон прямоугольной трапеции a. Другая боковая сторона равна сумме оснований. Найдите площадь прямоугольника, стороны которого равны основаниям названной трапеции.

9.1.255. (№2149). Диагонали ромба 30 и 40 см. Вписанная в ромб окружность касается его сторон в точках A, B, C, D. Найдите площадь четырехугольника $ABCD$.

9.1.256. (№2150). Длины сторон прямоугольника a и b. Как разрезать его на две части, из которых можно сложить квадрат, если а) $a = 8$ см, $b = 18$ см; б) $a = 9$ см, $b = 16$ см?

9.1.257. (№2151). Длины сторон прямоугольника выражаются целыми числами в сантиметрах, причем периметр (в сантиметрах) и площадь (в квадратных сантиметрах) выражены одинаковыми числами. Найдите площадь прямоугольника.

9.1.258. (№2152). Расстояние внутренней точки M от трех вершин квадрата $ABCD$ таковы $MA = 7$ см, $MB = 17$ см, $MC = 23$ см. Найдите площадь квадрата.

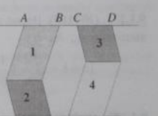
9.1.259. (№2153). Даны три параллельные прямые, средняя из которых удалена от двух других на a и b. Найдите площадь квадрата, три вершины которого находятся на этих прямых.

9.1.260. (№2154). В окружность радиуса R вписан прямоугольник периметра P. Найдите площадь прямоугольника.

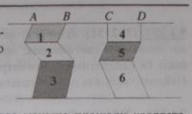
9.1.261. (№2155). Найдите площадь параллелограмма по его периметру P и двум высотам — H_1 и H_2.

9.1.262. (№2156). Отрезок BM лежит вне треугольника ABC, но его продолжение пересекает сторону AC. Построены параллелограммы $ABMD$ и $CBME$. Докажите, что сумма площадей этих параллелограммов равна площади четырехугольника $ADEC$.

9.1.263. (№2157). На двух параллельных прямых отложены равные отрезки AB и CD, затем построены 4 параллелограмма (см. рис.). Докажите, что сумма площадей двух первых параллелограммов равна сумме площадей двух других.



9.1.264. (№2158). Найдите площадь параллелограмма, у которого периметр $P = 65$ см, а точка пересечения диагоналей удалена от сторон на 4 и 6 см.



9.1.265. (№2159). На рисунке построены 6 параллелограммов аналогично задаче № 2157. Докажите, что

$$S_1+S_2+S_3=S_4+S_5+S_6.$$

9.1.266. (№2160). Площадь ромба вдвое меньше площади квадрата, имеющего такой же периметр, как ромб. Найдите углы ромба.

9.1.267. (№2161). Площадь равностороннего треугольника ABC равна S. Из точки M на BC проведены прямые, параллельные AB и AC. Какую наибольшую площадь может иметь площадь полученного параллелограмма?

9.1.268. (№2162). Докажите, что в каждом треугольнике

$$ab+ac+bc>6S.$$

9.1.269. (№2163). Найдите углы треугольника, у которого

$$S=\frac{1}{4}\left(a^2+b^2\right).$$

9.1.270. (№2164). Докажите, что в каждом треугольнике

$$S\le\frac{1}{2}\left(a^2-ab+b^2\right).$$

9.1.271. (№2165). Верно ли, что в треугольнике со сторонами a, b, c и высотами h_a, h_b, h_c:

$$(a+b+c)\left(\frac{1}{a}+\frac{1}{b}+\frac{1}{c}\right)=\left(h_a+h_b+h_c\right)\left(\frac{1}{h_a}+\frac{1}{h_b}+\frac{1}{h_c}\right)?$$

9.1.272. (№2166). Длины двух сторон треугольника a и b, биссектрисы углов при третьей стороне пересекаются под углом 15^0. Найдите площадь треугольника.

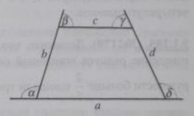
9.1.273. (№2167). Два равных прямоугольника имеют общую диагональ, докажите, что площадь их общей части больше половины площади каждого прямоугольника.

9.1.274. (№2168). Докажите, что площадь четырехугольника не больше произведения полусумм длин противоположных сторон.

9.1.275. (№2169). Около квадрата $ABCD$ описана окружность. Необходимо найти на ней такую точку M, чтобы произведение $MA\cdot MB\cdot MC\cdot MD$ имело наибольшую возможную величину.

9.1.276. (№2170). Площадь параллелограмма $ABCD$ равна Q. Вершина M параллелограмма $AMKD$ делит BC так, что $BM:MC=3:5$. Найдите площадь общей части параллелограммов.

9.1.277. (№2171). Площадь четырехугольника Q, длины его сторон равны a, b, c, d, а внешние углы — α, β, γ, δ (см. рис.). Найдите $ab\sin\alpha+bc\sin\beta+cd\sin\gamma+ad\sin\delta$.



9.1.278. (№2172). У выпуклого четырехугольника $ABCD$ стороны AB и CD равны и лежат на двух взаимно перпендикулярных прямых. Докажите, что его площадь в 4 раза меньше разности квадратов сторон AD и BC.

9.1.279. (№2173). Площадь квадрата, построенного на гипотенузе прямоугольного треугольника в 8 раз больше площади треугольника. Найдите градусные меры острых углов треугольника.

9.1.280. (№2174). $ABCD$ — параллелограмм, M — середина AB, K — середина BC, AK и DM пересекаются в точке O. Найдите отношение площадей треугольника AOD и параллелограмма $ABCD$.

9.1.281. (№2175). Разность двух сторон треугольника равна разности высот, проведенных к этим сторонам. Докажите, что эти стороны лежат против острых углов.

9.1.282. (№2176). Существует ли равнобокая трапеция, которая делится своей диагональю на части с отношением периметров 1 : 2 и отношением площадей 1 : 3?

9.1.283. (№2177). Найдите площадь прямоугольного треугольника, у которого наибольшая медиана имеет длину m и образует с большим катетом угол в 15^0.

9.1.284. (№2178). Из точки M, находящейся внутри равностороннего треугольника, опущены перпендикуляры на его стороны. Зная, что длины перпендикуляров 1, 4 и 7 см, найдите площади полученных четырехугольников.

9.1.285. (№2179). Докажите, что в прямоугольном треугольнике произведение радиуса вписанной окружности на радиус описанной окружности больше $\frac{2}{5}$ площади треугольника.

9.1.286. (№2180). Окружность, вписанная в прямоугольный треугольник, делит гипотенузу на части a и b. Докажите, что площадь треугольника $S=ab$.

9.1.287. (№2181). Длины сторон треугольника в сантиметрах выражены последовательными целыми числами. Найдите длины его сторон, зная, что радиус вписанной окружности 4 см.

9.1.288. (№2182). Длины сторон треугольника в сантиметрах выражаются последовательными натуральными числами. Найдите эти стороны, зная, что площадь треугольника равна 1170 см^2.

9.1.289. (№2183). Три прямые параллельны. Средняя из них удалена от двух других на 4 и 7 см. Найдите площадь равностороннего треугольника, вершины которого лежат на этих прямых.

9.1.290. (№2184). Треугольник разделен на три трапеции, общей вершиной которых является центр масс треугольника. Сравните площади названных трапеций.

9.1.291. (№2185). Площадь квадрата, построенного на диагонали равнобокой трапеции, в 4 раза больше площади трапеции. Докажите, что диагонали этой трапеции взаимно перпендикулярны.

9.1.292. (№2186). Основания трапеции BC и AD, диагонали пересекаются в точке O. Площади треугольников ABO и BCO равны 50 и 20 см^2. Найдите площадь трапеции.

9.1.293. (№2187). Угол между диагоналями равнобокой трапеции равен 60^0 (два случая). Как разрезать эту трапецию на возможно меньшее число частей, из которых можно сложить равносторонний треугольник?.

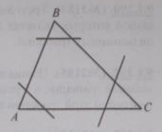
9.1.294. (№2188). Диагонали равнобокой трапеции взаимно перпендикулярны. Продолжения боковых сторон AB и CD пересекаются в точке M под углом в 30^0. Зная, что площадь треугольника BMC равна Q, найдите площадь трапеции.

9.1.295. (№2189). В полукруг радиуса 2 см вписана трапеция, периметр которой равен 10 см. Найдите площадь трапеции.

9.1.296. (№2190). Площадь треугольника равна S. Каждую его сторону продлили на $\frac{1}{3}$ своей длины в обе стороны. Найдите площадь шестиугольника, который получился, когда соединили концы указанных отрезков.

9.1.297. (№2191). В равносторонний треугольник ABC вписали треугольник DEF, стороны которого соответственно перпендикулярны сторонам треугольника ABC. Найдите отношение площадей треугольников DEF и ABC.

9.1.298. (№2192). Площадь треугольника ABC равна 120 см^2. Каждую его сторону разделили в отношении $1:2:1$. Через точки деления провели три прямые, которые отсекли от треугольника три треугольника (см. рис.). Определить площадь оставшегося шестиугольника.



9.1.299. (№2193). На высотах BK и BM ромба $ABCD$ построили ромб. Зная, что его площадь вдвое меньше площади ромба $ABCD$, найдите величины углов ромбов.

9.1.300. (№2194). Гипотенуза прямоугольного треугольника равна 24 см. Прямая, параллельная наименьшей медиане, разделила треугольник на части, площади которых относятся, как $1:7$. Найдите длину отрезка этой прямой, ограниченного сторонами треугольника.

9.1.301. (№2195). В прямоугольный треугольник, две большие стороны которого 8 и 10 см, вписана окружность. Построив касательные к ней, соответственно параллельные сторонам треугольника, получили шестиугольник. Найдите его площадь.

9.1.302. (№2196). Основания трапеции 7 и 17 см. Прямая, параллельная основаниям, разделила трапецию на равновеликие части. Найдите длину отрезка прямой, ограниченного боковыми сторонами трапеции.

9.1.303. (№2197). Через внутреннюю точку M треугольника ABC проведены три прямые, соответственно параллельные сторонам треугольника ABC. Площади образовавшихся треугольников с вершиной M равны S_1, S_2, S_3. Найдите площадь треугольника ABC.

9.1.304. (№2198). Середины сторон выпуклого шестиугольника последовательно соединены отрезками. Докажите, что площадь полученного шестиугольника больше половины площади начального шестиугольника.

9.1.305. (№2199). Выполнив возможно меньшее число разрезов, сложите из трех равных правильных шестиугольников один правильный шестиугольник.

9.1.306. (№2200). А теперь из четырех правильных шестиугольников!

9.1.307. (№2201). Докажите, что сумма расстояний от всех сторон выпуклого равностороннего многоугольника (или их продолжений) у всех внутренних точек многоугольника одинакова.

9.1.308. (№2202). Площадь правильного шестиугольника равна $\frac{3}{4}$ произведения длин двух неравных диагоналей. Докажите.

9.1.309. (№2203). Площадь правильного двенадцатиугольника равна квадрату его диагонали. Какой именно?

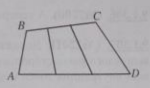
9.1.310. (№2204). AB и CD — параллельные стороны правильного двенадцатиугольника, AC и BD не пересекаются. Докажите, что AC и BD делят двенадцатиугольник на три равные части.

9.1.311. (№2205). На школьном вечере среди вопросов математической викторины был предложен такой: "Выразите площадь правильного восьмиугольника $A_1A_2A_3A_4A_5A_6A_7A_8$ через его линейные элементы". Поступили следующие ответы: 1) $2R^2\sqrt{2}$; 2) произведение наименьшей диагонали на наибольшую; 3) $A_1A_3 \cdot A_1A_5$; 4) кубический корень из удвоенного произведения длин стороны и всех диагоналей, исходящих из одной вершины; 5) удвоенное произведение стороны на диагональ A_1A_4; 6) произведение двух неравных параллельных диагоналей. Какие из этих ответов правильные?

9.1.312. (№2206). Уголки квадрата срезаны так, что получился правильный восьмиугольник. На сколько процентов уменьшилась площадь фигуры?

9.1.313. (№2207). Сторона правильного шестиугольника равна a. Через вершину шестиугольника проведена прямая, разделившая его на части, площади которых относятся, как $1:3$. Найдите длину отрезка прямой, ограниченного сторонами шестиугольника.

9.1.314. (№2208). Четырехугольник $ABCD$ разделен на три части отрезками, которые не пересекаются и делят стороны AD и BC на три равные части. Докажите, что площадь средней части равна трети площади четырехугольника $ABCD$.



9.1.315. (№2209). Превратить треугольник в равновеликий ему параллелограмм.

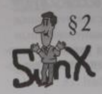
9.1.316. (№2210). Превратить данный многоугольник в равновеликий ему многоугольник, число сторон которого на одну меньше, чем у данного многоугольника.

9.1.317. (№2211). Построить квадрат, равновеликий разности двух данных квадратов.

9.1.318. (№2212). Построить квадрат, равновеликий сумме n данных квадратов.

9.1.319. (№2213). Построить треугольник, равновеликий данному многоугольнику.

9.1.320. (№2214). Дано отношение сторон двух квадратов и один из них; построить другой квадрат.



§2 Тригонометрическая геометрия

9.2.1. (№2215). Найдите сторону треугольника, лежащую против угла в 120^0, если две другие стороны равны 6 см и 10 см.

9.2.2. (№2216). Остроугольным, прямоугольным или тупоугольным является треугольник, стороны которого равны 3, 5, 7?

9.2.3. (№2217). Найдите сторону треугольника, лежащую против угла в 135^0, если две другие стороны равны $2\sqrt{2}$ см и 3 см.

9.2.4. (№2218). Остроугольным, прямоугольным или тупоугольным является треугольник, стороны которого равны 4, 5, 6?

9.2.5. (№2219). В равнобедренном треугольнике ABC угол при вершине B равен 120^0, $AC = 2\sqrt{21}$. Найдите длину медианы AM.

9.2.6. (№2220). Стороны треугольника равны 5, 7 и 8. Найдите угол, лежащий против средней по величине стороны.

9.2.7. (№2221). В параллелограмме $ABCD$ $AD = 2$, $\angle BAD = 60^0$, $BE \perp AD$, $BE = 2\sqrt{3}$. Найдите длину его большей диагонали.

9.2.8. (№2222). Стороны треугольника равны 3, 5 и 7. Найдите наибольший угол треугольника.

9.2.9. (№2223). В треугольнике ABC $b=0{,}3$, $\angle A=32°$, $\angle B=70°$. Найдите неизвестные элементы треугольника.

9.2.10. (№2224). Если квадрат стороны треугольника равен неполному квадрату суммы двух других сторон, то эта сторона лежит напротив угла 120^0. Доказать это.

9.2.11. (№2225). Если квадрат стороны треугольника равен неполному квадрату разности двух других сторон, то эта сторона лежит против угла, который равен полусумме двух других углов. Доказать это.

9.2.12. (№2226). Решить косоугольный треугольник ABC по следующим данным:

а) $a=86{,}4$, $\angle B=93^0 12'$, $\angle C=83^0 6'$;

б) $a=138{,}5$, $\angle A=48^0 18'$, $\angle C=81^0 30'$;

в) $a=0{,}3745$, $b=0{,}4316$, $\angle A=49^0 22'$;

г) $b=20{,}28$, $c=30{,}17$, $\angle C=81^0 26'$;

д) $b=4380$, $c=2084$, $\angle A=61^0 44'$;

е) $a=5{,}86$, $b=7{,}92$, $\angle C=51^0 42'$;

ж) $S=380{,}6$, $\angle A=42^0 36'$, $\angle B=69^0 3'$;

з) $S=1540$, $c=65{,}7$, $b=48{,}3$.

9.2.13. (№2227). Применить теорему косинусов для доказательства того, что сумма квадратов диагоналей параллелограмма равна сумме квадратов всех его сторон.

9.2.14. (№2228). В треугольнике ABC $\angle A=25^0 30'$; $b=10{,}8$; $BE \perp AC$; $BE=7{,}6$. Найдите неизвестные элементы треугольника.

9.2.15. (№2229). В треугольнике ABC $a=3{,}9$, $b=4{,}1$, $c=2{,}8$. Найдите неизвестные элементы треугольника.

9.2.16. (№2230). Один из углов треугольника равен 120^0. Зная, что длины сторон треугольника в сантиметрах выражены последовательными нечетными числами, определить периметр треугольника.

9.2.17. (№2231). Длины сторон треугольника относятся как 11 : 24 : 31. Найти величины углов треугольника.

9.2.18. (№2232). В треугольнике длины сторон угла 120^0 относятся как 5 : 16; длины третьей стороны 38 см. Найти периметр треугольника.

9.2.19. (№2233). Угол треугольника равен среднему арифметическому других углов; длины его сторон 10 см и 42 см. Найти длину третьей стороны.

9.2.20. (№2234). Каким (остроугольным, прямоугольным, тупоугольным) является треугольник, у которого длины сторон относятся как: а) 38 : 29 : 25; б) 48 : 55 : 73; в) 31 : 32 : 45; г) 109 : 91 : 60?

9.2.21. (№2235). Известны длины двух сторон треугольника и величина угла между ними. Определить длину медианы, проведенной к третьей стороне треугольника.

9.2.22. (№2236). Одна из сторон параллелограмма равна диагонали. Другая сторона и другая диагональ имеют длины 10 см и 27 см. Найти длины сторон.

9.2.23. (№2237). Диагонали параллелограмма $ABCD$ пересекаются в точке O. Найти длины диагоналей, если периметры треугольников ABO и BCO и параллелограмма соответственно равны 21 см, 24 см и 38 см.

9.2.24. (№2238). Если угол параллелограмма $\alpha=45^0$, то квадрат произведения диагоналей параллелограмма равен сумме четвертых степеней длин его смежных сторон. Доказать это.

9.2.25. (№2239). Верна ли теорема, обратная приведенной в предыдущей задаче?

9.2.26. (№2240). Доказать (с применением теоремы косинусов), что длина медианы треугольника $m_a=\frac{1}{2}\sqrt{2b^2+2c^2-a^2}$.

9.2.27. (№2241). Величины внутренних углов треугольника относятся как 1 : 2 : 3. Как относятся длины его сторон?

9.2.28. (№2242). Выразить площадь треугольника через сторону a и величины прилежащих к ней углов α и β.

9.2.29. (№2243). Найти площадь треугольника по длине медианы AM и размерам углов MAB и MAC.

9.2.30. (№2244). Две стороны треугольника, сумма длин которых t, лежат против углов 45^0 и 60^0. Определить длины этих сторон.

9.2.31. (№2245). Две стороны треугольника, из которых одна длиннее другой на t, лежат против углов 30^0 и 45^0. Найти длину каждой из этих сторон.

9.2.32. (№2246). Биссектриса наибольшего угла прямоугольного треугольника имеет длину t и образует с гипотенузой угол α. Найти площадь этого треугольника.

9.2.33. (№2247). Периметр треугольника $P=38{,}52$ см. Найти длины сторон треугольника, если известно, что $\angle A=48^0 10'$, $\angle B=53^0 33'$.

9.2.34. (№2248). Найти длины сторон треугольника, у которого величины двух углов α и β, а периметр равен P.

9.2.35. (№2249). Медиана AM и высота AK образуют со стороной AB треугольника ABC углы по α. Зная, что $AM=m$, вычислить площадь треугольника ABC.

9.2.36. (№2250). Площадь треугольника ABC равна Q. Выразить величину $a^2\sin 2B+b^2\sin 2A$ через Q.

9.2.37. (№2251). Точка M находится внутри треугольника ABC. Лучи AM, BM, CM делят углы треугольника на части α_1 и α_2, β_1 и β_2, γ_1 и γ_2. Докажите, что $\sin\alpha_1\sin\beta_1\sin\gamma_1=\sin\alpha_2\sin\beta_2\sin\gamma_2$.

9.2.38. (№2252). Если лучи, исходящие из вершин треугольника, образуют со сторонами при этих вершинах такие угла α_1, α_2, β_1, β_2, γ_1, γ_2, что $\sin\alpha_1\sin\beta_1\sin\gamma_1=\sin\alpha_2\sin\beta_2\sin\gamma_2$, то эти лучи пересекаются в одной точке. Докажите.

9.2.39. (№2253). Докажите, что биссектриса внутреннего угла треугольника делит сторону на части, обратно пропорциональные синусам углов треугольника, прилежащих к отрезкам стороны.

9.2.40. (№2254). Высоты остроугольного треугольника ABC пересекаются в точке H. Докажите, что $AH=\frac{BC}{\operatorname{tg}A}$.

9.2.41. (№2255). Диагонали выпуклого четырехугольника $ABCD$ пересекаются в точке O. M_1 и M_2 — центры масс треугольников BOC и AOD, H_1 и H_2 — ортоцентры треугольников ABO и CDO. Используя результат предыдущей задачи, докажите, что прямые M_1M_2 и H_1H_2 взаимно перпендикулярны.

9.2.42. (№2256). AB и AC — хорды окружности. На продолжении AB отмечена точка N на расстоянии AB от AC и на продолжении AC отмечена точка M на расстоянии AC от AB. Докажите, что MN равен диаметру данной окружности.

9.2.43. **(№2257).** Найдите периметр треугольника, у которого длины сторон (в сантиметрах) выражаются последовательными нечетными числами, а один из углов вдвое больше суммы остальных.

9.2.44. **(№2258).** Вычислите величины углов вписанного в окружность четырехугольника, у которого длины сторон 14, 30, 40, 48.

9.2.45. **(№2259).** Вычислите $\frac{ab\cos C + ac\cos B + bc\cos A}{a^2 + b^2 + c^2}$, где a, b, c, $\angle A$, $\angle B$, $\angle C$ — элементы одного треугольника.

9.2.46. **(№2260).** Докажите, что в треугольнике ABC: $ab\cos C + ac\cos B + bc\cos A \geq \frac{1}{6}P^2$, где P — периметр треугольника.

9.2.47. **(№2261).** Медианы AD и BE треугольника ABC взаимно перпендикулярны. Докажите, что $5AB^2 = AC^2 + BC^2$.

9.2.48. **(№2262).** Доказать (с применением теоремы косинусов), что в треугольнике стороны и медианы связаны зависимостями:

а) $m_a^2 + m_b^2 + m_c^2 = \frac{3}{4}\left(a^2 + b^2 + c^2\right)$; б) $m_a^4 + m_b^4 + m_c^4 = \frac{9}{16}\left(a^4 + b^4 + c^4\right)$.

9.2.49. **(№2263).** Точку M стороны AB треугольника ABC соединили с вершиной C. Доказать, что

$$MC^2 \cdot AB = AC^2 \cdot MB + BC^2 \cdot MA - AB \cdot MA \cdot MB$$

(теорема Стюарта).

9.2.50. **(№2264).** На диаметре AB окружности взята точка M; хорда CD параллельна AB. Докажите, что величина $MC^2 + MD^2$ не зависит от выбора точки C.

9.2.51. **(№2265).** На сторонах треугольника с длинами сторон 5, 6, 7 вне треугольника построены квадраты. Найдите сумму квадратов сторон шестиугольника, вершинами которого являются вершины квадратов, находящиеся вне треугольника.

9.2.52. **(№2266).** Квадрат произведения длин диагоналей параллелограмма равен сумме четвертых степеней длин двух смежных сторон. Найдите величины углов параллелограмма.

9.2.53. **(№2267).** Точка M находится на стороне BC треугольника ABC. Докажите, что

$$AM^2 \cdot BC = AB^2 \cdot CM + AC^2 \cdot BM - BC \cdot BM \cdot CM.$$

9.2.54. **(№2268).** Окружности радиусов 1 и 2 касаются одна другой внешним образом и касаются окружности радиуса 3 внутренним образом. Найдите радиус окружности, которая касается всех трех названных окружностей.

9.2.55. **(№2269).** Внешние углы треугольника при вершинах A, B, C соответственно α, β, γ, докажите, что

$$ab(1-\cos\gamma) + ac(1-\cos\beta) + bc(1-\cos\alpha) = \frac{1}{2}P^2.$$

9.2.56. **(№2270).** Докажите, что в треугольнике ABC:

$$\frac{a(a+c-b)}{b(b+c-a)} = \frac{1-\cos A}{1-\cos B}.$$

9.2.57. **(№2271).** Докажите, что треугольник ABC — остроугольный, если: а) его периметр 17 см, а длина наибольшей стороны 7 см; б) его периметр 99 см, а длина наименьшей стороны 29 м.

9.2.58. **(№2272).** Центр вписанной в прямоугольный треугольник окружности удален от концов гипотенузы на 7 и $5\sqrt{2}$ см. Найдите длины сторон треугольника.

9.2.59. **(№2273).** Если сумма квадратов диагоналей выпуклого четырехугольника равна сумме квадратов двух противолежащих сторон, то продолжения двух других сторон пересекаются под прямым углом. Докажите.

9.2.60. **(№2274).** В треугольнике ABC $\angle A = 45^0$, $\angle C = 15^0$, $BC = 4\sqrt{6}$. Найдите AC.

9.2.61. **(№2275).** В равнобедренном треугольнике ABC $(AB = BC)$ $\angle A = \alpha$, $AC = b$, AE — биссектриса. Найти AE.

9.2.62. **(№2276).** В прямоугольном треугольнике ABC $(\angle C = 90^\circ)$ CD — биссектриса, $\angle A = 15^0$, $AC = \sqrt{3}$. Найти AD.

9.2.63. **(№2277).** В остроугольном треугольнике ABC $BD \perp AC$, $\angle A = \alpha$, $\angle B = \beta$, $BD = h$. Найдите AC.

9.2.64. **(№2278).** В параллелограмме $ABCD$ диагональ AC разбивает угол A на два угла α и β; $AC = d$. Найдите площадь параллелограмма.

9.2.65. **(№2279).** В треугольнике ABC $\angle A = 10^0$, $\angle C = 20^0$, $AC = 10$ см. Найдите радиус окружности, описанной около этого треугольника.

9.2.66. **(№2280).** В равнобедренной трапеции $ABCD$ (AD и BC — основания), $\angle BCA = \beta$, $\angle CDA = \alpha$, $AD = m$. Найти площадь трапеции.

9.2.67. **(№2281).** В треугольнике ABC $\angle A = \alpha$, $\angle C = \gamma$. Точка D лежит на стороне BC, $\angle DAC = \beta$. Найдите отношение площадей треугольников ABD и ADC.

9.2.68. **(№2282).** Отношение площади прямоугольного треугольника к площади квадрата, построенного на его гипотенузе, равно k. Найти сумму тангенсов острых углов треугольника.

9.2.69. **(№2283).** Около круга описана прямоугольная трапеция с острым углом α. Найти высоту трапеции, если периметр её равен P.

9.2.70. **(№2284).** Найдите площадь трапеции, если ее основания m и n, а прилежащие к основанию m углы равны α и β.

9.2.71. **(№2285).** В треугольнике ABC $AB = 4$, $BC = 5$. Площадь треугольника равна $5\sqrt{3}$. Найдите высоту, опущенную из вершины B, если $\cos\angle ABC < 0$.

9.2.72. **(№2286).** Стороны треугольника равны 13, 14 и 15. Найдите радиус описанной около треугольника окружности.

9.2.73. **(№2287).** В треугольнике ABC $AB = 4\sqrt{3}$, $BC = 3$. Площадь треугольника равна $3\sqrt{3}$. Найдите радиус описанной около треугольника окружности, если ее центр лежит внутри треугольника.

9.2.74. **(№2288).** Стороны треугольника равны 25, 39, 56. Найдите высоту, опущенную на большую сторону.

9.2.75. **(№2289).** Пусть CD — диаметр окружности с центром в точке O и AB — параллельная этому диаметру хорда. На диаметре CD выбрана точка M. Докажите, что сумма $MA^2 + MB^2$ не зависит от положения хорды AB.

9.2.76. **(№2290).** Докажите, что в любом треугольнике углы A, B и C связаны соотношением:

$$\cos^2 A = \cos^2 C + \sin^2 B - 2\sin A \sin B \cos C.$$

9.2.77. **(№2291).** Дан угол BAC. Внутри него выбрана точка M, удаленная от сторон угла на расстояния a и b. Найдите AM, если $\angle BAC = \alpha$.

9.2.78. **(№2292).** Докажите, что в любом треугольнике для углов A, B и C выполняется неравенство:

$$2 - \cos^2 C + 2\sin A \sin B \cos C \le \sqrt{\frac{\sin^4 A + \sin^4 B}{2}}.$$

9.2.79. **(№2293).** В треугольнике ABC $\angle A = 52^0$, $\angle B = 70^0$. Радиус описанной около треугольника окружности равен 7. Найдите площадь треугольника.

9.2.80. **(№2294).** В треугольнике ABC $a = 20$, $b = 48$. Радиус описанной около треугольника окружности равен 25. Найдите площадь треугольника.

9.2.81. **(№2295).** В треугольнике ABC $a + b = 21$, $\angle A = 64^0$, $\angle B = 50^0$. Найдите неизвестные элементы треугольника.

9.2.82. **(№2296).** В треугольнике ABC $BC = 3{,}4$, $\angle ABC = 130^0$. Площадь треугольника равна 3,6. Найдите AC.

9.2.83. **(№2297).** В треугольнике ABC $a - b = 0{,}85$, $\angle A = 112^0$, $\angle B = 36^0$. Найдите неизвестные элементы треугольника.

9.2.84. **(№2298).** В треугольнике ABC $AB = 2{,}1$, $BC = 3{,}2$, $\angle ABC = 53^0$. Найдите радиус описанной окружности.

9.2.85. **(№2299).** В параллелограмме $ABCD$ $AB = 27{,}1$, $AC = 34{,}5$, $\angle CAD = 36^0 15'$. Найдите периметр параллелограмма.

9.2.86. **(№2300).** В четырехугольнике $ABCD$ $AB = 3$, $BC = 5$, $CD = 6$, $AD = 4$ $AC = 7$. Диагонали пересекаются в точке O. Найдите $\angle AOB$.

9.2.87. **(№2301).** $ABCD$ — выпуклая ломаная линия. $AB = 4$, $BC = 5$, $CD = 7$, $\angle ABC = 110^0$, $\angle BCD = 140^0$. Найдите расстояние между точками A и D.

9.2.88. **(№2302).** Докажите правильность формулы для вычисления площади треугольника:

$$S = \frac{1}{4}\sqrt{2\left(a^2b^2 + a^2c^2 + b^2c^2\right) - \left(a^4 + b^4 + c^4\right)}.$$

9.2.89. **(№2303).** Докажите, что в треугольнике ABC:

$$\frac{a\cos A + b\cos B + c\cos C}{a + b + c} = \frac{r}{R}.$$

9.2.90. **(№2304).** Докажите, что в четырехугольнике $ABCD$:

$$AD^2 = AB^2 + BC^2 + CD^2 -$$
$$-2AB \cdot BC \cdot \cos B - 2BC \cdot CD \cdot \cos C + 2AB \cdot CD \cdot \cos(A + D).$$

9.2.91. **(№2305).** Треугольник ABC вписан в окружность, радиус которой равен $2\sqrt{3}$, $\angle A = 80^0$, $\angle C = 40^0$. Найдите AC.

9.2.92. **(№2306).** Из вершины A равностороннего треугольника ABC проведен луч, пересекающий сторону BC и на нем выбрана некоторая точка M, $\angle AMB = 20^0$, $\angle AMC = 30^0$. Найдите $\angle MAB$.

§3 Вписанный и описанный четырехугольники

9.3.1. **(№2307).** Меньшая сторона прямоугольника равна 1 м; острый угол между диагоналями равен 60^0. Найти радиус описанного круга.

9.3.2. **(№2308).** В прямоугольнике диагональ образует со стороной угол в $12^0 35'$. На какие четыре части делится вершинами этого прямоугольника описанная около него окружность?

9.3.3. **(№2309).** Вписать круг в данный ромб.

9.3.4. **(№2310).** Сторона ромба равна 8 см; острый угол его содержит 30^0. Определить радиус вписанного круга.

9.3.5. **(№2311).** В ромб вписана окружность. На какие части она делится точками касания сторон, если острый угол ромба равен 37^0?

9.3.6. **(№2312).** В равнобедренной трапеции угол при основании равен 50^0, а угол между диагоналями, обращенный к боковой стороне, равен 40^0. Где лежит центр описанной окружности: внутри или вне трапеции?

9.3.7. **(№2313).** Около круга описана трапеция, периметр которой равен 12 см. Определить среднюю линию этой трапеции.

9.3.8. **(№2314).** Около круга описана равнобедренная трапеция с углом 30^0. Средняя линия ее равна 1 м. Определить радиус круга.

9.3.9. **(№2315).** Можно ли описать окружность около четырехугольника, углы которого по порядку относятся: 1) как 2 : 4 : 5 : 3; 2) как 5 : 7 : 8 : 9?

9.3.10. **(№2316).** Три стороны описанного четырехугольника относятся (в последовательном порядке), как 1 : 2 : 3. Определить стороны, если известно, что периметр его равен 24 м.

9.3.11. **(№2317).** Три угла вписанного четырехугольника (в последовательном порядке) относятся, как 1 : 2 : 3. Определить углы четырехугольника.

9.3.12. **(№2318).** (Устно.) Около окружности описан четырехугольник. Могут ли его стороны относиться как 1 : 3 : 5 : 4?

9.3.13. **(№2319).** (Устно.) Три последовательные стороны четырехугольника, описанного около окружности, относятся 1) как 1 : 3 : 4; 2) как 3 : 5 : 7. Определить его стороны, если периметр четырехугольника равен 30.

9.3.14. **(№2320).** Найти площадь прямоугольной трапеции, описанной около окружности, если ее меньшая боковая сторона равна 8, а острый угол при основании равен 30^0.

9.3.15. **(№2321).** Около окружности радиуса 3,5 описан ромб с острым углом 30^0. Определить площадь части ромба, расположенной вне окружности.

9.3.16. **(№2322).** Вокруг окружности описана равнобедренная трапеция, периметр которой равен 10 см. Найдите длину боковой стороны.

9.3.17. **(№2323).** Вокруг окружности описана равнобедренная трапеция, угол при основании которой равен 30^0. Высота трапеции равна 4 см. Найдите сумму длин оснований трапеции.

9.3.18. (№2324). Периметр ромба равен 80 см, а одна из диагоналей 32 см. Найдите радиус вписанной в ромб окружности.

9.3.19. (№2325). В окружность радиуса r вписан четырехугольник $ABCD$. Доказать, что хорда AD равна хорде BC, если $AB = r$, $BC = r\sqrt{2}$, $CD = r\sqrt{3}$. Выявить вид четырехугольника $ABCD$.

9.3.20. (№2326). Пусть AB, BC, CD — три последовательные стороны правильного многоугольника, имеющего центр в точке O. Доказать, что если продолжить стороны AB и CD до из взаимного пересечения в точке O_1, то четырехугольник O_1AOC может быть вписан в окружность.

9.3.21. (№2327). Найдите радиус окружности, вписанной в равносторонний треугольник, если сторона треугольника равна $2\sqrt{3}$ см.

9.3.22. (№2328). Радиус окружности, вписанной в равносторонний треугольник, равен $\sqrt{3}$ см. Найдите сторону треугольника.

9.3.23. (№2329). Найдите радиус окружности, вписанной в треугольник со сторонами 10 см, 10 см, 12 см.

9.3.24. (№2330). В прямоугольный треугольник вписана окружность. Точка ее касания с гипотенузой делит ее на части, равные 6 см и 4 см. Найдите радиус окружности.

9.3.25. (№2331). Найдите радиус окружности, вписанной в равнобедренную трапецию, если ее основания равны 8 см и 2 см.

9.3.26. (№2332). В прямоугольный треугольник с углом 60^0 вписана окружность, радиус которой равен $2\sqrt{3}$ см. Найдите площадь этого треугольника.

9.3.27. (№2333). Расстояния от центра вписанной в прямоугольную трапецию окружности до концов большей боковой стороны равны 6 см и 8 см. Найдите площадь трапеции.

9.3.28. (№2334). В равнобедренном треугольнике расстояние от центра вписанной окружности до вершины равно 5 см. Боковая сторона равна 10 см. Найдите длину этого радиуса.

9.3.29. (№2335). Около круга, радиус которого равен 2, описана прямоугольная трапеция. Меньшее основание трапеции равно 3. Найдите площадь трапеции.

9.3.30. (№2336). В треугольник со сторонами 20, 20, 24 вписана окружность. Другая окружность касается основания, боковой стороны и данной окружности. Найдите радиус этой окружности.

9.3.31. (№2337). В равнобедренную трапецию, основания которой равны 2 см и 8 см, вписана окружность. Другая окружность касается большего основания, боковой стороны и данной окружности. Найдите радиус этой окружности.

9.3.32. (№2338). В ромб $ABCD$ со стороной, равной 4 см, и углом BAD, равным 60^0, вписана окружность. К ней проведена касательная, пересекающая AB в точке M и AD — в точке P. Найдите MB и PD, если $MP = 2$ см.

9.3.33. (№2339). Вокруг равностороннего треугольника описана окружность, радиус которой равен $3\sqrt{3}$. Найти периметр треугольника.

9.3.34. (№2340). В окружность, радиус которой равен 10, вписан прямоугольный треугольник, один из катетов которого равен 16. Найдите площадь этого треугольника.

9.3.35. (№2341). Треугольник ABC вписан в окружность. Найдите радиус этой окружности, если $AB = 24$ см, а центр окружности удален от этой стороны на 5 см.

9.3.36. (№2342). Найдите периметр прямоугольного треугольника, вписанного в окружность радиуса 7,5 см, если один из катетов равен 9 см.

9.3.37. (№2343). Найдите радиус окружности, описанной около треугольника со сторонами 10 см, 10 см, 12 см.

9.3.38. (№2344). Основание тупоугольного равнобедренного треугольника равно 24 см, а радиус описанной около него окружности 13 см. Найдите боковую сторону треугольника.

9.3.39. (№2345). Сторона равностороннего треугольника ABC равна $\sqrt{3}$ см. Высоты треугольника AD и BE пересекаются в точке M. Докажите, что вокруг четырехугольника $MDCE$ можно описать окружность, и найдите ее радиус.

9.3.40. (№2346). Около равнобедренного треугольника ABC с основанием AB и углом 120^0 при вершине описана окружность. Докажите, что отрезок, соединяющий центр описанной окружности с точкой пересечения продолжения высот треугольник, равен диаметру описанной окружности.

9.3.41. (№2347). Угол при вершине B равнобедренного треугольника ABC ($AB = BC$) равен 72^0. Через вершину A и центр описанной окружности проведена прямая до пересечения в точке K со стороной BC, $BK = a$. Найдите радиус описанной окружности.

9.3.42. (№2348). Трапеция $ABCD$ (AD и BC — основания) вписана в окружность, радиус которой равен 4 см; AC — биссектриса угла A, $\angle BCA = 30^0$. Найдите площадь трапеции.

9.3.43. (№2349). Докажите, что точки, симметричные точке пересечения высот треугольника ABC относительно его сторон, лежат на окружности, описанной около этого треугольника.

9.3.44. (№2350). Вокруг треугольника ABC описана окружность, радиус которой равен R; $AC = a$, $BC = b$. Точка D лежит на стороне AC, $\angle ABC = \angle BDC$. Найдите радиус окружности, описанной около треугольника BDC.

9.3.45. (№2351). Пусть AA_1, BB_1, CC_1 — высоты треугольника ABC. Биссектрисы треугольника $A_1B_1C_1$ лежат на этих высотах. Доказать.

9.3.46. (№2352). В окружность вписан треугольник ABC, $AC = b$, $AB = c$. К окружности в точке A проведена касательная. Прямая CB пересекает эту касательную в точке M. Радиус окружности, описанной около треугольника AMC, равен R. Найдите радиус окружности, описанной около треугольника AMB.

9.3.47. (№2353). При каком условии можно описать окружность около четырехугольника $ABCD$?

9.3.48. (№2354). Около каких параллелограммов можно описать окружность?

9.3.49. (№2355). У вписанного четырехугольника диагонали равны. Какого вида этот четырехугольник?

9.3.50. (№2356). Вершинами четырехугольника являются две вершины треугольника и основания высот, проведенных из этих вершин. Будет ли полученный четырехугольник вписанным?

9.3.51. (№2357). Из вершин параллелограмма проведены высоты. Можно ли описать окружность около четырехугольника, вершинами которого являются две противоположные вершины параллелограмма (одна из них — из которой проведены высоты) и основания высот?

9.3.52. (№2358). Может ли центр окружности, описанной около трапеции совпадать с точкой пересечения ее диагоналей?

9.3.53. (№2359). Из точки, принадлежащей окружности, проведены три хорды. Можно ли описать окружность около четырехугольника с вершинами в данной точке и в серединах хорд?

9.3.54. (№2360). К двум окружностям, касающимся внешним образом, проведены две общие внешние касательные. Точки касания касательных к каждой окружности соединены отрезками. Можно ли описать окружность около образованного четырехугольника.

9.3.55. (№2361). Докажите, что около равнобедренной трапеции можно описать окружность.

9.3.56. (№2362). Биссектрисы внутренних углов четырехугольника, пересекаясь, образуют новый выпуклый четырехугольник. Можно ли около него описать окружность?

9.3.57. (№2363). На продолжениях сторон AB и BC треугольника ABC построен подобный ему треугольник A_1BC_1. Можно ли описать окружность около четырехугольника AA_1C_1C ?

9.3.58. (№2364). Каждая из диагоналей выпуклого четырехугольника перпендикулярна одной из его сторон. Всегда ли можно описать окружность около этого четырехугольника?

9.3.59. (№2365). Две окружности равных радиусов расположены так, что центр одной лежит на другой. Точки пересечения окружностей соединены с их центрами, в результате чего образовался четырехугольник. Какой вид у образованного четырехугольника?

9.3.60. (№2366). Из всех параллелограммов около окружности можно описать только ромб. Доказать.

9.3.61. (№2367). На одной из сторон треугольника как на диаметре построена окружность. Через противоположную вершину и две точки пересечения этой окружности с двумя другими сторонами (или их продолжениям) проведена другая окружность. Проходит ли вторая окружность через ортоцентр треугольника?

9.3.62. (№2368). В окружности проведены два диаметра AB и CD; M — произвольная точка окружности, P и T — ее проекции на диаметры AB и CD. Зависит ли длина отрезка PT от положения точки M на окружности?

9.3.63. (№2369). При каком условии в предыдущей задаче отрезок PT равен радиусу данной окружности? Может ли этот отрезок быть больше радиуса данной окружности?

9.3.64. (№2370). На стороне AC треугольника ABC лежит центр полуокружности, касающейся сторон AB и BC. При каком условии отрезок, соединяющий точки касания, равен биссектрисе треугольника, проведенной из вершины угла B?

9.3.65. (№2371). Окружность касается боковых сторон равнобедренного треугольника в вершинах его основания. Можно ли описать окружность около пятиугольника, вершинами которого являются середины боковых сторон треугольника, вершины его основания и центр данной окружности?

9.3.66. (№2372). Суммы противоположных сторон четырехугольника равны. Можно ли вписать в него окружность?

9.3.67. (№2373). Окружность пересекает четырехугольник так, что на его сторонах образуются равные хорды. Можно ли в этот четырехугольник вписать окружность?

9.3.68. (№2374). В какие параллелограммы можно вписать окружность?

9.3.69. (№2375). Длины сторон четырехугольника выражаются четырьмя последовательными натуральными числами. Можно ли в этот четырехугольник вписать окружность?

9.3.70. (№2376). Два равносторонние треугольника имеют общее основание. Можно ли в образованный ими выпуклый четырехугольник вписать окружность?

9.3.71. (№2377). Центры двух пересекающихся окружностей, соединены отрезками с точками их пересечения. Можно ли вписать окружность в образованный при этом четырехугольник?

9.3.72. (№2378). Прямая, параллельная боковой стороне равнобедренного треугольника, отсекает от него трапецию, боковая сторона которой является частью основания данного треугольника и вдвое больше ее меньшего основания. Можно ли в такую трапецию вписать окружность?

9.3.73. (№2379). Как нужно отсечь от равностороннего треугольника трапецию, чтоб в нее можно было вписать окружность?

9.3.74. (№2380). Две окружности касаются внешне. К ним проведены общие внешние касательные, точки касания которых в каждой окружности соединены отрезками. Можно ли вписать окружность в образованный четырехугольник?

9.3.75. (№2381). В окружность с радиусом 39 см вписан прямоугольник с соотношением сторон 5 : 12. Найти площадь прямоугольника.

9.3.76. (№2382). В равнобедренной трапеции длины оснований и боковой стороны соответственно равны 14 см, 50 см и 30 см. Найти радиус окружности, описанной около трапеции.

9.3.77. (№2383). В окружность вписана трапеция, у которой длины оснований и расстояние между ними соответственно равны 104 см, 32 см и 24 см. Найти радиус окружности.

9.3.78. (№2384). Одно из оснований трапеции является диаметром описанной окружности. Зная, что радиус окружности равен 5 см, а периметр трапеции 24,8 см, найти площадь трапеции.

9.3.79. (№2385). Если около окружности с центром O описан четырехугольника $ABCD$, то $\angle AOB + \angle COD = 180^0$. Доказать это.

9.3.80. (№2386). Около прямоугольника, длины сторон которого 18 см и 24 см описана окружность. Касательные к ней в вершинах прямоугольника образуют четырехугольник. Найти площадь и периметр образованного четырехугольника.

9.3.81. (№2387). Длины оснований прямоугольной трапеции 21 см и 28 см. Вычислить площадь трапеции, если известно, что в нее можно вписать окружность.

9.3.82. (№2388). Длины боковых сторон прямоугольной трапеции 37 см и 35 см. Найти длины оснований, если известно, что в трапецию можно вписать окружность.

9.3.83. (№2389). В прямоугольнике $ABCD$ $AB = 12$ см, $BC = 15$ см. На стороне BC взята точка M так, что в четырехугольник $AMCD$ можно вписать окружность. Найти AM.

9.3.84. (№2390). Около окружности с радиусом R описан ромб с острым углом 30^0. Вычислить площадь и периметр ромба.

9.3.85. (№2391). Длины диагоналей ромба 30 см и 40 см. Определить радиус окружности, вписанной в этот ромб.

9.3.86. (№2392). Около окружности радиуса 7,2 см описан ромб, периметр которого 60 см. Найти длины диагоналей ромба.

9.3.87. (№2393). Найти длины диагоналей ромба, если их отношение равно 3 : 4, а радиус вписанной в ромб окружности 24 см.

9.3.88. **(№2394).** Вписаная в ромб окружность делит его сторону в отношении 1 : 3. Определить угол ромба.

9.3.89. **(№2395).** В треугольнике ABC $AB = 36$ см, $BC = 24$ см, $AC = 30$ см. Прямая, параллельная AC, отсекает трапецию, в которую можно вписать окружность. Найти периметр трапеции.

9.3.90. **(№2396).** Около окружности описана равнобедренная трапеция, длина оснований которой 8 см и 18 см. Найти радиус окружности.

9.3.91. **(№2397).** Около окружности радиуса 10 см описана равнобедренная трапеция, у которой длины оснований относятся как 1 : 4. Найти периметр трапеции. Определить расстояние между точками, в которых боковые стороны трапеции касаются этой окружности.

9.3.92. **(№2398).** Около окружности описана трапеция, у которой длины оснований и одной боковой стороны равны 27 см, 6 см и 13 см. Найти радиус этой окружности.

9.3.93. **(№2399).** В окружность вписан четырехугольник $ABCD$. Биссектрисы углов A и C пересекают окружность в точках E и F. Докажите, что прямая EF проходит через центр окружности.

9.3.94. **(№2400).** Один из углов четырехугольника $ABCD$ равен 56^0, $AB = BC$, $AD = CD$. Около четырехугольника можно описать окружность. Найдите величину наибольшего угла четырехугольника.

9.3.95. **(№2401).** Докажите, что в трапецию можно вписать окружность только в том случае, когда окружности, построенные на боковых сторонах, как на диаметрах, касаются.

9.3.96. **(№2402).** Диагонали выпуклого четырехугольника взаимно перпендикулярны. Из точки их пересечения опущены перпендикуляры на все стороны четырехугольника. Докажите, что основания этих перпендикуляров лежат на одной окружности.

9.3.97. **(№2403).** В окружность вписан прямоугольник $ABCD$. Из точки M окружности опущены перпендикуляры ME и MF на диагонали прямоугольника. Докажите, что расстояние между основаниями перпендикуляров не зависит от выбора точки M.

9.3.98. **(№2404).** BC — гипотенуза прямоугольного треугольника ABC. O — центр симметрии квадрата, построенного на BC вне данного треугольника. Доказать, что O лежит на биссектрисе угла BAC.

9.3.99. **(№2405).** AA_1, BB_1, CC_1 — высоты остроугольного треугольника ABC пересекаются в точке H. Докажите, что лучи A_1H, B_1H, C_1H делят пополам углы треугольника $A_1B_1C_1$.

9.3.100. **(№2406).** Внутри треугольника ABC взята такая точка M, что $\angle MAC = \angle MBA = \angle MCB = \alpha$. На стороны треугольника ABC опущены перпендикуляры MA_1, MB_1, MC_1. Докажите, что эти перпендикуляры образуют с соответствующими сторонами треугольника $A_1B_1C_1$ углы по α.

9.3.101. **(№2407).** Две окружности пересекаются в точках A и B. Прямая, проходящая через A, пересекает окружности в точках C и D; прямая, проходящая через B, пересекает окружности в точках E и F. Докажите, что прямая $CE \parallel DF$. Верно ли это утверждение, если хорды AC и BE пересекаются?

9.3.102. **(№2408).** Около окружности описан четырехугольник $ABCD$, его стороны касаются окружности в точках K, L, M, N. Можно ли по углам A, B, C определить углы четырехугольника $KLMN$.

9.3.103. **(№2409).** Три стороны описанного четырехугольника 23 см, 26 см и 53 см. Определить длину четвертой стороны.

9.3.104. **(№2410).** Точки касания делят стороны AB, BC, CD описанного четырехугольника в отношениях 1 : 2, 3 : 4, 3 : 5. В каком отношении делится точкой касания сторона AD?

9.3.105. **(№2411).** Три окружности проходят через точку M и попарно пересекаются в точках A, B, C. Прямая, проходящая через точку A, пересекает две окружности в точках D и E. Докажите, что прямые DB и EC пересекаются на третьей окружности.

9.3.106. **(№2412).** Доказать, что произведение длин диагоналей вписанного четырехугольника равно сумме произведений противоположных сторон. (Теорема Птолемея).

9.3.107. **(№2413).** Доказать, что отношение длин диагоналей вписанного четырехугольника равно $\frac{ab+cd}{bc+ad}$, где a, b, c, d — длины сторон четырехугольника.

9.3.108. **(№2414).** На сторонах треугольника вне его построены равносторонние треугольники. Доказать, что окружности, описанные около трех этих треугольников, пересекаются в одной точке.

9.3.109. **(№2415).** Пользуясь только циркулем, определить, можно ли описать окружность около данного четырехугольника.

9.3.110. **(№2416).** Вписать в данную окружность трапецию по положениям середины боковой стороны и точки на другой боковой стороне.

9.3.111. **(№2417).** Описать около данной окружности равнобедренную трапецию с данным углом при большем основании.

9.3.112. **(№2418).** Построить ромб $ABCD$ по положению середины стороны AD и точками, в которых вписанная окружность касается сторсн AB и BC.

§4 Правильные многоугольники

9.4.1. **(№2419).** Будет ли правильным многоугольник, у которого: а) все стороны равны; б) все углы равны?

9.4.2. **(№2420).** Может ли описанный многоугольник иметь: 1) равные стороны, но неравные углы; 2) равные углы, но неравные стороны?

9.4.3. **(№2421).** Может ли угол в 16^0 быть центральным углом правильного многоугольника?

9.4.4. **(№2422).** Может ли сторона правильного стоугольника лежать на одной прямой со стороной правильного десятиугольника, вписанного в ту же окружность, что и стоугольник?

9.4.5. **(№2423).** У какого правильного многоугольника центральный угол равен внешнему его углу?

9.4.6. **(№2424).** Может ли синус внешнего угла правильного многоугольника быть равным 0,5?

9.4.7. **(№2425).** Из каких трех ромбов можно составить правильный шестиугольник?

9.4.8. **(№2426).** Можно ли составить правильный многоугольник из квадратов?

9.4.9. **(№2427).** (Устно.) На какой угол нужно повернуть правильный треугольник вокруг его центра, чтобы он совместился сам с собой?

9.4.10. **(№2428).** (Устно.) Найти отношение центрального угла правильного многоугольника к его внешнему углу.

9.4.11. **(№2429).** (Устно.) Сколько осей симметрии имеет правильный многоугольник?

9.4.12. **(№2430).** (Устно.) Какой правильный многоугольник имеет центр симметрии?

9.4.13. **(№2431).** Наибольшая диагональ правильного многоугольника составляет с его стороной угол, равный $67,5^0$. Сколько сторон у этого многоугольника?

9.4.14. **(№2432).** Чему равны диагонали правильного шестиугольника, если его сторона равна a?

9.4.15. **(№2433).** Определить число сторон правильного многоугольника, если внешний угол многоугольника равен $\frac{2}{3}$ его внутреннего угла.

9.4.16. **(№2434).** Вычислить центральный угол правильных 24-угольника и 16-угольника.

9.4.17. **(№2435).** Какой правильный многоугольник имеет центральный угол, равный 30^0? 12^0?

9.4.18. **(№2436).** Центральный угол правильного многоугольника и угол при вершине в сумме составляют 180^0. Доказать.

9.4.19. **(№2437).** Определить величину угла правильного n-угольника ($n = 3;\ 4;\ 5;\ 6;\ 8;\ 10;\ 12;\ 25$).

9.4.20. **(№2438).** Сколько сторон имеет правильный многоугольник, каждый из внутренних углов которого равен 135^0? 150^0?

9.4.21. **(№2439).** Сколько сторон имеет правильный многоугольник, каждый из внешних углов которого равен 36^0? 24^0?

9.4.22. **(№2440).** В треугольнике центр тяжести совпадает с центром вписанной окружности. Какой вид имеет этот треугольник.

9.4.23. **(№2441).** Какая существует зависимость между радиусами вписанной и описанной окружностей в равностороннем треугольнике?

9.4.24. **(№2442).** Стороной какого правильного вписанного в данную окружность многоугольника является хорда, перпендикулярная радиусу в его середине?

9.4.25. **(№2443).** Диаметр круга 18 см. Можно ли из него вырезать квадрат со стороной 13 см?

9.4.26. **(№2444).** Две равные окружности пересекаются так, что центр одной окружности лежит на другой. Является ли правильным треугольник, вершинами которого есть точка пересечения и центры данных окружностей.

9.4.27. **(№2445).** Конец валика диаметром в 4 см опилен под квадрат. Определить наибольший размер, который может иметь сторона квадрата.

9.4.28. **(№2446).** Конец винта газовой задвижки имеет правильную трехгранную форму. Какой наибольший размер может иметь каждая грань, если цилиндрическая часть винта имеет диаметр в 2 см?

9.4.29. **(№2447).** Вписать в окружность правильный 12-угольник, 15-угольник.

9.4.30. **(№2448).** Описать около круга правильный 8-угольник, 12-угольник.

9.4.31. **(№2449).** Хорда, перпендикулярная к радиусу в его середине, равна стороне правильного вписанного треугольника. Доказать. Показать, что $k_6 = 0,5a_3$.

9.4.32. **(№2450).** Разность между радиусами окружностей, описанной около правильного треугольника и вписанной в него, равна m. Определить сторону треугольника.

9.4.33. **(№2451).** Сторона правильного многоугольника равна a; радиус круга, описанного около этого многоугольника, равен R. Определить радиус вписанного круга.

9.4.34. **(№2452).** Сторона правильного многоугольника равна a; радиус вписанного в него круга равен r. Определить радиус описанного круга.

9.4.35. **(№2453).** R — радиус описанного около многоугольника круга, r — радиус вписанного круга. Определить сторону этого многоугольника.

9.4.36. **(№2454).** В окружность радиуса $R = 4$ см вписан правильный 6-угольник. Найти проекции его сторон на каждую диагональ.

9.4.37. **(№2455).** Доказать, что 1) $a_8 = R\sqrt{2-\sqrt{2}}$; 2) $k_8 = \frac{R}{2}\sqrt{2+\sqrt{2}}$.

9.4.38. **(№2456).** Доказать, что 1) $a_{12} = R\sqrt{2-\sqrt{3}}$; 2) $k_{12} = \frac{R}{2}\sqrt{2+\sqrt{3}}$.

9.4.39. **(№2457).** По данному $a_n = a$ определить R, если n равно: 1) 3; 2) 4; 3) 6; 4) 8; 5) 12.

9.4.40. **(№2458).** По данному a определить: 1) k_3; 2) k_4; 3) k_6.

9.4.41. **(№2459).** По данному $k_n = k$ определить R, если n равно: 1) 3; 2) 4; 3) 6; 4) 8.

9.4.42. **(№2460).** По данному R определить 1) b_3; 2) b_4; 3) b_6.

9.4.43. **(№2461).** В круг радиуса $R = 50$ см вписать правильный 7-угольник, воспользовавшись тем, что сторона правильного вписанного 7-угольника равна приблизительно половине стороны правильного вписанного треугольника.

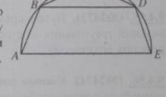
9.4.44. **(№2462).** Построить правильный пятиугольник по диагонали.

9.4.45. **(№2463).** По данному радиусу круга R и данной стороне a_n правильного вписанного n-угольника определить сторону b_n правильного описанного n-угольника.

9.4.46. **(№2464).** Определить длину диагоналей правильного 8-угольника: 1) по данному радиусу R; 2) по данной стороне a.

9.4.47. **(№2465).** Определить длину диагоналей правильного 12-угольника: 1) по данному радиусу R; 2) по данной стороне a.

9.4.48. **(№2466).** Самое простое мансардное покрытие образует в вертикальном сечении половину правильного 8-угольника (см. рис.). Найти ширину перекрытия BD, сторону 8-угольника и высоту мансардной комнатки $ABDE$. Дано: $AE = 6$ м.



9.4.49. **(№2467).** Докажите, что в правильном многоугольнике сумма длин перпендикуляров, проведенных из точки, взятой внутри этого многоугольника, на все его стороны, равна радиусу вписанной в этот многоугольник окружности, умноженному на число сторон.

9.4.50. (№2468). На сторонах правильного 8-угольника $A_1A_2 \ldots A_8$ вне его построены квадраты. Докажите, что многоугольник, образованный вершинами этих квадратов, отличных от A_1, A_2, ..., A_8 не является правильным.

9.4.51. (№2469). В окружность радиуса R вписан правильный n-угольник, и середины его сторон последовательно соединены. Определить сторону нового n-угольника, если n равно: 1) 6; 2) 8.

9.4.52. (№2470). В правильном 8-угольнике со стороной a соединены середины четырех сторон, взятых через одну так, что получится квадрат. Определить сторону квадрата.

9.4.53. (№2471). В правильном 12-угольнике со стороной a соединены середины шести сторон, взятых через одну так, что получился правильный 6-угольник. Определить его сторону.

9.4.54. (№2472). Построить правильный 8-угольник отсечением углов данного квадрата. Чтобы превратить данный квадрат отсечением его углов в правильный 8-угольник, засекаем стороны квадрата дугами, имеющими радиусами половину диагонали квадрата, а центрами — вершины квадрата. Доказать, что полученный 8-угольник будет правильным.

9.4.55. (№2473). Путем срезывания углов превратить данный правильный треугольник со стороной a в правильный 6 угольник и определить его сторону.

9.4.56. (№2474). Какими равными правильными многоугольниками могут быть плитки, чтобы ими выложить паркетный пол?

9.4.57. (№2475). Привести примеры покрытия пола плитками, которые имеют форму правильных многоугольников двух видов.

9.4.58. (№2476). В круг вписан правильный четырехугольник со стороной, равной a. Определить площадь правильного восьмиугольника, вписанного в этот же круг.

9.4.59. (№2477). На сторонах равностороннего треугольника вне его построены квадраты. Являются ли их вершины вершинами правильного шестиугольника.

9.4.60. (№2478). Доказать, что диагональ правильного пятиугольника параллельна одной из его сторон.

9.4.61. (№2479). У какого правильного многоугольника радиус вписанной окружность вдвое меньше его стороны?

9.4.62. (№2480). Сторона правильного вписанного в окружность треугольника равна b. Найти радиус круга и сторону вписанного в окружность квадрата.

9.4.63. (№2481). В окружность, радиус которой равен 4 дм, вписан правильный треугольник, на стороне которого построен квадрат. Определить радиус окружности, описанной около квадрата.

9.4.64. (№2482). В окружность радиуса R вписан правильный треугольник, в который вписан круг, а в этот круг вписан квадрат. Определить сторону этого квадрата.

9.4.65. (№2483). Около правильного треугольника со стороной a описана окружность; около этой окружности описан квадрат, а около него — окружность. Определить радиус окружности, описанной около квадрата.

9.4.66. (№2484). Общая хорда двух пересекающихся окружностей равна a и служит для одной окружности стороной правильного вписанного треугольника, а для другой — стороной вписанного квадрата. Определить расстояние между центрами окружностей.

9.4.67. (№2485). Центры двух пересекающихся окружностей лежат по одну сторону от их общей хорды, имеющей длину a и стягивающей в одной окружности дугу в 60^0, а в другой — дугу в 30^0. Определить расстояние между центрами.

9.4.68. (№2486). ABC — вписанный правильный треугольник; AD — треть стороны AB; BE — треть стороны BC. Доказать, что отрезок DE равен радиусу.

9.4.69. (№2487). Один из двух квадратов со стороной a, наложенных друг на друга, повернут около центра на 45^0. Определить периметр образовавшейся при этом звезды.

9.4.70. (№2488). Если стороны правильного пятиугольника продолжить до взаимного пересечения, то получается звездчатый пятиугольник с равными сторонами (пентаграмма). Доказать.

9.4.71. (№2489). Окружность радиуса R разделена на шесть равных частей, и точки деления соединены хордами через одну. Определить сторону полученной шестиугольной звезды.

9.4.72. (№2490). Окружность радиуса R разделена на восемь равных частей, и точки деления соединены хордами через одну. Определить сторону восьмиугольной звезды.

9.4.73. (№2491). По данному радиусу R определить хорду дуги, которая содержит: 1) 135^0; 2) 150^0.

9.4.74. (№2492). Середина полуокружности соединена с концами диаметра, и через середины соединяющих отрезков проведена хорда. Каждый из боковых отрезков хорды равен c. Определить радиус круга.

9.4.75. (№2493). В сегмент с дугой в 120^0 и высотой h вписан прямоугольник, у которого основание в 4 раза больше высоты. Определить высоту прямоугольника.

9.4.76. (№2494). На каждой из двух половин данного отрезка построены, как на диаметрах, два круга, и из каждого конца этого отрезка проведены касательные к кругу, построенному у другого конца. Доказать, что отрезок, соединяющий точки пересечения касательных, равен стороне квадрата, вписанного в один из построенных кругов.

9.4.77. (№2495). В окружность O радиуса r вписан четырехугольник $ABCD$. Доказать, что хорда AD равна хорде BC, если $AB = r$, $BC = r\sqrt{2}$, $CD = r\sqrt{3}$. Выявить вид четырехугольника $ABCD$.

9.4.78. (№2496). Пусть AB, BC, CD — три последовательные стороны правильного многоугольника, имеющего центр в точке O. Доказать, что если продолжить стороны AB и CD до их взаимного пересечения в точке O_1, то четырехугольник O_1AOC может быть вписан в окружность.

9.4.79. (№2497). Известно, что данный пятиугольник имеет 2 оси симметрии. Является ли он правильным?

9.4.80. (№2498). В окружность радиуса R вписан правильный многоугольник со стороной a_n. Удвоить число сторон этого многоугольника и доказать, что $a_{2n} = \sqrt{2R^2 - 2R\sqrt{R^2 - \frac{a_n^2}{4}}}$.

9.4.81. (№2499). Из точки, находящейся вне окружности, на расстоянии d от центра проведены две касательные, составляющие угол φ. Определить площадь правильного треугольника, вписанного в эту окружность, если $d = 12{,}0$, $\varphi = 25^0 3'$.

9.4.82. (№2500). Вычислить площадь клумбы, имеющей форму правильного пятиугольника, если расстояние от вершины пятиугольника до середины противоположной стороны равно d ($d \approx 9{,}4$ м).

9.4.83. (№2501). Дан правильный шестиугольник со стороной a. Из каждой его вершины описана окружность радиусом, равным половине его стороны. Определить площадь той части шестиугольника, которая остается вне окружностей.

9.4.84. (№2502). Три окружности радиуса r попарно внешне касаются. Определить площадь криволинейного треугольника, образованного этими окружностями, если $r = 3{,}0$.

9.4.85. (№2503). Около правильного шестиугольника описана окружность и в него вписана окружность. Длина большей окружности равна 4π. Найдите площадь кольца и площадь шестиугольника.

9.4.86. (№2504). Четыре окружности радиуса r попарно внешне касаются. Определить площадь криволинейного четырехугольника, образованного меньшими дугами этих окружностей, если $r = 3{,}0$.

9.4.87. (№2505). Длина окружности радиуса r разделена на шесть равных частей. Из точек деления, как из центров проведены окружности радиуса r, которые своим пересечением образуют шестилепестковую розетку. Вычислить площадь розетки.

9.4.88. (№2506). В круг вписан правильный четырехугольник, а в него вписан круг. Во второй круг вписан правильный треугольник. Определить отношение площадей четырехугольника и треугольника.

9.4.89. (№2507). В окружность вписаны правильные треугольник и шестиугольник. Найти отношение их площадей.

9.4.90. (№2508). Около правильного треугольника со стороной, равной a, описана и в него вписана окружность. Определить площадь кольца.

9.4.91. (№2509). Две окружности радиуса r расположены так, что каждая проходит через центр второй. Определить площадь круга, вписанного в криволинейный треугольник, имеющий своими вершинами центры окружностей и одну из точек их пересечения.

9.4.92. (№2510). Около равнобедренного треугольника с боковой стороной, равной 2, описана окружность. Определить часть площади круга, расположенную вне треугольника, если отношение высоты, опущенной на основание, к радиусу описанной окружности равно $1 : 2$.

9.4.93. (№2511). Высота CN треугольника ABC равна 10. На каком расстоянии от вершины C нужно провести прямую, параллельную противоположной стороне AB, чтобы треугольник разделился на две равновеликие части?

9.4.94. (№2512). Каждая из двух сторон треугольника разделена в отношении $1 : 2 : 3$. В каком отношении находятся площади частей треугольника, рассеченного прямыми, соединяющими соответственные точки деления, к площади данного треугольника?

9.4.95. (№2513). Найти отношение площади данного треугольника к площади треугольника, имеющего своими сторонами медианы данного треугольника.

9.4.96. (№2514). Середина K стороны AB квадрата $ABCD$ соединяется с точками C и D; середина L стороны CD этого квадрата соединяется с точками A и B. Выявить вид четырехугольника, образованного построенными прямыми, и доказать, что его площадь составляет $\frac{1}{4}$ площади квадрата.

9.4.97. (№2515). Точки E и F являются серединами сторон AB и BC квадрата $ABCD$, а M — точкой пересечения прямых CE и DF. Доказать, что площадь треугольника DMC составляет пятую часть площади квадрата.

9.4.98. (№2516). Из точки M, взятой на окружности, радиуса R, проведены две хорды MA и MB. Определить хорду AB, если хорда MA равна R, а хорда MB равна $R\sqrt{2}$.

9.4.99. (№2517). На стороне AB правильного вписанного треугольника ABC как на основании построен равнобедренный треугольник, боковая сторона которого равна стороне правильного вписанного в эту окружность четырехугольника. Определить отрезки, на которые делится радиус OC вершиной M, построенного равнобедренного треугольника ABM.

9.4.100. (№2518). Внутренний угол правильного многоугольника в 8 раз больше центрального угла. Определить количество сторон и диагоналей многоугольника.

9.4.101. (№2519). Внутренний угол правильного многоугольника на 108^0 больше центрального угла. Определить количество вершин этого многоугольника.

9.4.102. (№2520). Может ли центральный угол правильного многоугольника быть равным внутреннему углу этого многоугольника; быть больше внутреннего угла этого многоугольника.

9.4.103. (№2521). Внутренние углы двух правильных многоугольников относятся как $1 : 2$. Определить количество сторон этих многоугольников.

9.4.104. (№2522). Величины внутренних углов двух правильных многоугольников относятся как $2 : 5$. Определить величины внешних углов этих многоугольников.

9.4.105. (№2523). Внутренние углы двух правильных многоугольников относятся как $5 : 7$. Как относятся количества диагоналей этих многоугольников?

9.4.106. (№2524). Как можно из правильного шестиугольника вырезать наибольший возможный равносторонний треугольник.

9.4.107. (№2525). Вписать в данный правильный шестиугольник наименьший возможный равносторонний треугольник.

9.4.108. (№2526). Как из данного равностороннего треугольника вырезать наибольший возможный квадрат; правильный шестиугольник; правильный двенадцатиугольник?

9.4.109. (№2527). На сторонах правильного шестиугольника вне его построены квадраты. Являются ли их вершины вершинами правильного двенадцатиугольника?

9.4.110. (№2528). В данную окружность вписать квадрат, у которого продолжение одной из сторон проходит через данную вне окружности точку M.

9.4.111. (№2529). Стороны треугольника соответственно равны сторонам равностороннего треугольника, квадрата и правильного шестиугольника, вписанных в одну окружность. Доказать, что этот треугольник прямоугольный.

9.4.112. (№2530). Длина стороны правильного пятиугольника a. Определить длину его диагонали.

9.4.113. (№2531). Каждая сторона треугольника имеет длину a. Построена окружность радиуса $\frac{a}{3}$ с центром в точке пересечения медиан этого треугольника. Доказать, что точки пересечения этой окружности со сторонами треугольника являются вершинами правильного шестиугольника.

9.4.114. (№2532). В правильном шестиугольнике проведены все меньшие диагонали. Доказать, что при этом каждая из них поделилась на три равные части.

9.4.115. (№2533). В обойме шарикоподшипника размещены 12 шариков, диаметр каждого из которых 12 мм. Определить диаметры внутреннего и внешнего кругов качения.

9.4.116. (№2534). Выразить площадь правильного восьмиугольника через радиус описанной окружности.

9.4.117. (№2535). Выразить площадь правильного двенадцатиугольника через радиус описанной окружности.

9.4.118. (№2536). Доказать, что сумма расстояний от точки, лежащей в середине правильного многоугольника, до сторон многоугольника (или их продолжений) — константа.

9.4.119. (№2537). Вершины одного шестиугольника являются серединами сторон другого правильного шестиугольника. Определить отношения площадей этих фигур.

9.4.120. (№2538). Выразить площадь правильного шестиугольника через длину его а) стороны; б) меньшей диагонали.

9.4.121. (№2539). Равносторонний треугольник, квадрат и правильный шестиугольник имеют одинаковые периметры. Как относятся их площади.

9.4.122. (№2540). Меньшие диагонали правильного шестиугольника ограничивают правильный шестиугольник. Как относится его площадь к площади начальной фигуры?

9.4.123. (№2541). Апофемы равностороннего треугольника, квадрата и правильного шестиугольника равны. Как относятся площади этих фигур?

9.4.124. (№2542). Середины сторон AB, CD и EF правильного шестиугольника $ABCDEF$ соединены отрезками. Найти отношения периметра и площади образованного треугольника к периметру и площади начального шестиугольника.

9.4.125. (№2543). На сколько областей делят плоскость прямые, на которых лежат все стороны данного правильного а) шестиугольника; б) восьмиугольника?

9.4.126. (№2544). Треугольник ABC — равносторонний. Вне его построены квадраты ABB_1A_1, ACC_1A_2, BCC_2B_2. Прямые AA_1 и CC_2, BB_1 и CC_1, AA_2 и BB_2 пересекаются в точках K, L, M. Докажите, что шестиугольник $AKCLBM$ — правильный.

9.4.127. (№2545). Постройте правильный шестиугольник с центром в данной точке O, зная, что концы одной малой диагонали лежат на двух данных прямых.

9.4.128. (№2546). Постройте правильный восьмиугольник, у которого центр находится в данной точке O, а концы двух апофем, проведенных к смежным сторонам, находятся на данной окружности и данной прямой.

9.4.129. (№2547). Как изменится решение предыдущей задачи, если концы названных апофем лежат на данной окружности, центр которой не O?

9.4.130. (№2548). На сторонах квадрата $ABCD$ вне его построены равносторонние треугольники ABK, BCM, CDP, DAT. Докажите, что середины отрезков KM, MP, PT, TK, AK, BK, BM, CM, CP, DP, DT, AT являются вершинами правильного двенадцатиугольника.

9.4.131. (№2549). Точка M находится в плоскости правильного шестиугольника $ABCDEF$. Докажите, что можно построить шестиугольник, длины сторон которого равны расстояниям от точки M до вершины A, B, C, D, E, F.

9.4.132. (№2550). Выпуклый шестиугольник вписан в окружность и имеет 3 оси симметрии. Является он правильным?

9.4.133. (№2551). Выпуклый двенадцатиугольник вписан в окружность и имеет 3 оси симметрии. Является он правильным?

9.4.134. (№2552). Докажите следующие утверждения о разности диагоналей правильного многоугольника $A_1A_2A_3\ldots A_n$: а) при $n=9$ $A_1A_5-A_1A_3$ равна стороне многоугольника; б) при $n=18$ $A_1A_9-A_1A_5=A_1A_3$.

9.4.135. (№2553). Квадрат вписан в окружность. Через середины каждых двух смежных сторон квадрата построена прямая. Докажите, что точки пересечения этих прямых с окружностью и вершины квадрата являются вершинами правильного двенадцатиугольника.

9.4.136. (№2554). Прямая проходит через центр равностороннего треугольника ABC и пересекает сторону BC. Под каким углом к BC нужно строить эту прямую, чтобы ее отрезок, ограниченный двумя сторонами треугольника. имел наименьшую возможную длину?

9.4.137. (№2555). Через центр квадрата проходят прямые. Докажите, что для всех этих прямых сумма квадратов их расстояний от вершин данного квадрата одинакова.

9.4.138. (№2556). Останется ли верным утверждение предыдущей задачи, если вместо квадрата дан равносторонний треугольник; правильный шестиугольник?

9.4.139. (№2557). Отрезки, соединяющие середину каждой стороны квадрата с концами параллельной стороны, ограничили выпуклый восьмиугольник. Является ли он правильным?

9.4.140. (№2558). В треугольник вписан квадрат так, что две вершины его лежат на основании треугольника, а две — на боковых сторонах. Докажите, что сторона квадрата больше радиуса, но меньше диаметра окружности, вписанной в этот треугольник.

9.4.141. (№2559). Найдите точку, сумма квадратов расстояний от которой до всех вершин данного правильного многоугольника наименьшая возможная.

9.4.142. (№2560). a_n и b_n — стороны вписанного и описанного правильных многоугольников с числом сторон n. Докажите, что $a_{2n}^n=\frac{1}{2}a_nb_n$.

9.4.143. (№2561). Докажите, что площадь правильного $2n$-угольника равна $\frac{ma_nR}{2}$, где R — радиус описанной окружности, a_n — сторона правильного n-угольника, вписанного в ту же окружность.

9.4.144. (№2562). $ABCDEF$ — правильный шестиугольник. Стороны FA, AB, BC, CD, DE и EF продолжены за вершины A, B, C, D, E и F на равные отрезки AA_1, BB_1, CC_1, DD_1, EE_1 и FF_1. Докажите, что $A_1B_1C_1D_1E_1F_1$ — правильный шестиугольник.

9.4.145. (№2563). n равных кругов, касающихся между собой, касаются данного круга, радиус которого равен R. Определить радиус этих кругов, если число их n равно 1) 3; 2) 4; 3) 6.

9.4.146. (№2564). В круге радиуса r проведены две параллельные хорды, соответственно равные a_3 и a_6 (a_3 — сторона правильного вписанного треугольника, и a_6 — сторона правильного вписанного шестиугольника). Определить часть площади круга, ограниченную хордами. Рассмотреть случай, когда центр расположен между хордами, и случай, когда центр не расположен между ними.

9.4.147. (№2565). Вписать в данный квадрат другой с данной стороной. Всегда ли разрешима задача?

9.4.148. (№2566). В ромб вписать квадрат, стороны которого параллельны диагоналям ромба.

9.4.149. (№2567). Построить квадрат по положению середин двух его смежных сторон.

9.4.150. (№2568). Построить квадрат $ABCD$ по вершине A и середине стороны BC.

9.4.151. (№2569). Построить правильный шестиугольник по серединам двух сторон: а) смежных; б) не смежных.

9.4.152. (№2570). Впишите в данный правильный шестиугольник наибольший возможный квадрат.

§5 Длина окружности. Площадь круга.

9.5.1. (№2571). Вычислить длину окружности, если радиус равен: 1) 10 м; 2) 15 м; 3) 35 см.

9.5.2. (№2572). Вычислить радиус, если длина окружности равна: 1) 1 м; 2) 25 см; 3) 4,75 дм.

9.5.3. (№2573). Шкив имеет в диаметре 1,4 м, и делает 80 оборотов в минуту. Определить скорость точки, лежащей на окружности шкива.

9.5.4. (№2574). По данному радиусу R определить длину дуги, содержащей: 1) 45^0; 2) $24^0 30'$; 3) $5^0 14' 15''$.

9.5.5. (№2575). Определить радиус дуги, если ее длина равна l, а градусная мера: 1) 135^0; 2) $10^0 40'$.

9.5.6. (№2576). Окружность шкива имеет длину 540 мм, ремень касается шкива по дуге длиной 200 мм. Определить угол обхвата шкива ремнем.

9.5.7. (№2577). Радиус железнодорожного закругления равен 1200 м; длина дуги равна 450 м. Сколько градусов содержит дуга?

9.5.8. (№2578). Окружность радиуса 2 см разогнута в дугу радиуса 5 см. Найти получившийся центральный угол.

9.5.9. (№2579). Дуга радиуса 4 см, измеряющая центральный угол в 120^0, равна длине некоторой окружности. Найти радиус этой окружности.

9.5.10. (№2580). Окружность радиуса 6 см разогнута в дугу, измеряющую центральный угол в 300^0. Найти радиус дуги.

9.5.11. (№2581). Определить число градусов дуги, если дан ее радиус R и длина l: $R = 10$, $l = 45$.

9.5.12. (№2582). Сколько градусов и минут в дуге, длина которой равна радиусу? $\left(\frac{1}{\pi} = 0{,}31831\right)$

9.5.13. (№2583). По данной хорде a определить длину ее дуги, если она содержит: 1) 60^0; 2) 90^0; 3) 120^0.

9.5.14. (№2584). По данной длине дуги l определить ее хорду, если дуга содержит: 1) 60^0; 2) 90^0; 3) 120^0.

9.5.15. (№2585). Определить радиус окружности, если она длиннее своего диаметра на 107 см.

9.5.16. (№2586). На сколько увеличится длина окружности, если радиус увеличить на m?

9.5.17. (№2587). Вообразим, что земной шар обтянут по экватору обручем и что подобным же образом обтянут и футбольный мяч по его большему кругу. Далее вообразим, что окружность каждого обруча удлинилась на 1 м. Тогда обручи отстанут от поверхности тел, которые они раньше стягивали, и останется некоторый промежуток. В каком случае этот зазор был бы больше: у земного шара или мяча?

9.5.18. (№2588). Железная труба со стенками толщиной в 6 мм имеет внешнюю окружность в 22 см. Найти длину внутренней окружности.

9.5.19. (№2589). Из двух концентрических окружностей одна равна 167 см, а другая 117 см. Определить ширину кольца.

9.5.20. (№2590). Определить длину окружности, если она более периметра правильного вписанного шестиугольника на 7 см.

9.5.21. (№2591). Дуга сегмента содержит 120^0 и имеет длину l. Определить длину окружности, вписанной в этот сегмент.

9.5.22. (№2592). Из концов дуги ABC, содержащей 120^0, проведены касательные до взаимного пересечения в точке D, и в полученную фигуру $ABCD$ вписана окружность. Доказать, что длина этой окружности равна длине дуги ABC.

9.5.23. (№2593). Найти радиус такой окружности, длина и площадь круга которой выражаются одним и тем же числом.

9.5.24. (№2594). Во сколько раз площадь квадрата со стороной, равной длине данной окружности, больше площади самой окружности?

9.5.25. (№2595). Одно из приближенных спрямлений окружности состоит в том, что ее заменяют периметром прямоугольного треугольника, у которого один катет равен $\frac{6}{5}$ диаметра, другой катет составляет $\frac{3}{5}$ диаметра. Определить относительную погрешность.

9.5.26. (№2596). Определить площадь круга при следующей длине радиуса: 1) 10 м; 2) 4 дм; 3) 2,6 см (взять $\pi = 3{,}14$).

9.5.27. (№2597). Определить радиус круга, если его площадь равна: 1) 2 см^2; 2) 50 м^2; 3) 17 дм^2.

9.5.28. (№2598). Лошадь привязана к колу веревкой, длина которой равна 10,5 м. Найти площадь участка, на котором она может пастись. (С точностью до 0,01 кв. м).

9.5.29. (№2599). Найти площадь круга поршня воздушного насоса, диаметр которого равен 10 см.

9.5.30. (№2600). Поршень насоса имеет площадь сечения в 12,56 см^2. Найти диаметр поршня.

9.5.31. (№2601). Дерево имеет 1,884 м в обхвате. Чему равна площадь его поперечного сечения, имеющего (приблизительно) форму круга?

9.5.32. (№2602). Какой груз выдерживает пеньковый канат, имеющий 18 см в окружности, если допускаемая нагрузка равна 100 кг/ см^2?

9.5.33. (№2603). Определить площадь круга, если длина окружности равна 8 см.

9.5.34. (№2604). Определить длину окружности, если площадь круга равна 18 см^2.

9.5.35. (№2605). Две трубы с диаметром в 6 см и 8 см требуется заменить одной трубой той же пропускной способности. Найти диаметр этой трубы.

9.5.36. (№2606). Определить площадь круга, если площадь вписанного квадрата равна S.

9.5.37. (№2607). Вычислить площадь круга, если она менее площади описанного квадрата на 4,3 м^2.

9.5.38. (№2608). Найти отношение между площадями вписанного и описанного кругов: 1) для правильного треугольника; 2) для квадрата; 3) для правильного шестиугольника.

9.5.39. (№2609). Вертикальный цилиндрический котел 78 см в диаметре и весящий 752 кг имеет в днище кругло отверстие, наружный диаметр которого равен 36 см. Всей площадью своего днища котел опирается на фундамент. Определить давление, оказываемое котлом вследствие его тяжести на 1 см^2 поверхности фундамента.

9.5.40. (№2610). В кольце, образованном двумя концентрическими окружностями, хорда большей окружности, касающаяся меньшей, равна a. Определить площадь кольца.

9.5.41. (№2611). Круга касаются шесть равных ему кругов, касающихся также между собой, и полученное соединение семи равных кругов охвачено таким концентрическим кольцом, которое равновелико их сумме. Доказать, что ширина кольца равна радиусу кругов.

9.5.42. (№2612). Определить площадь сектора, если радиус равен r, а дуга содержит: 1) $63^0 30'$; 2) $15^0 45'$.

9.5.43. (№2613). Определить радиус сектора, если его площадь равна q, а центральный угол равен: 1) 72^0; 2) $36'$.

9.5.44. (№2614). Радиус сектора равен r, а площадь равна q. Определить величину центрального угла (или дуги).

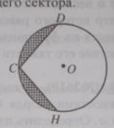
9.5.45. (№2615). Определить площадь сегмента, если радиус равен R, а дуга содержит: 1) 90^0; 2) 60^0; 3) 45^0; 4) 30^0.

9.5.46. (№2616). Определить площадь сегмента, если хорда равна a, а дуга содержит: 1) 120^0; 2) 90^0; 3) 60^0.

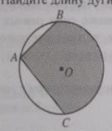
9.5.47. (№2617). Определить площадь окна, имеющего форму прямоугольника, законченного вверху дугой круга в 60^0; высота окна, считая от середины дуги до основания, равна 2,4 м, ширина его 1,6 м.

9.5.48. (№2618). Хорда окружности равна 6 и стягивает дугу в 60^0. Найдите длину дуги и площадь соответствующего сектора.

9.5.49. (№2619). На рисунке хорды CD и CH стягивают дуги в 90^0. Радиус окружности равен R. Найдите площадь заштрихованной фигуры.



9.5.50. (№2620). Хорда окружности равна $5\sqrt{2}$ и стягивает дугу в 90^0. Найдите длину дуги и площадь соответствующего сектора.

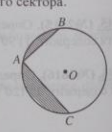


9.5.51. (№2621). На рисунке хорды AB и AC стягивают дуги в 60^0 и 120^0. Радиус окружности равен R. Найдите площадь заштрихованной фигуры.

9.5.52. (№2622). В квадрат вписана окружность и около него описана окружность. Длина большей окружности равна 8π. Найдите площадь кольца и площадь квадрата.

9.5.53. (№2623). Хорда окружности равна 12 и стягивает дугу в 120^0. Найдите длину дуги и площадь соответствующего сектора.

9.5.54. (№2624). На рисунке хорды CD и CH стягивают дуги в 60^0 и 120^0. Радиус окружности равен R. Найдите площадь заштрихованной фигуры.



9.5.55. (№2625). Хорда стягивает дугу в 60^0. Длина дуги равна 2π. Найдите длину хорды и площадь соответствующего сектора.

9.5.56. (№2626). Хорда стягивает дугу в 60^0. Длина дуги равна $\frac{\pi}{3}$. Найдите радиус окружности.

9.5.57. (№2627). Полуокружность радиуса r разделена на три равные части, и точки деления соединены с концом диаметра. Определить площадь средней части полукруга.

9.5.58. (№2628). Концы дуги CD одинаково удалены от концов диаметра AB. Определить площадь, заключенную между дугой CD и хордами AC и AD, если площадь круга равна Q и дуга CD содержит n^0.

9.5.59. (№2629). В круге радиуса R проведены по одну сторону центра две параллельные хорды, из которых одна стягивает дугу в 120^0, а другая в 60^0. Определить часть площади круга, заключенную между хордами.

9.5.60. (№2630). Общая хорда дух пересекающихся окружностей равна a и стягивает в одном круге дугу в 60^0, а в другом — дугу в 90^0. Определить площадь общей части кругов (два случая).

9.5.61. (№2631). Площадь круга Q. Определить площадь вписанного в него прямоугольника, стороны которого относятся, как $m:n$.

9.5.62. (№2632). В круг радиуса R вписан прямоугольник, площадь которого составляет половину площади круга. Определить стороны этого прямоугольника.

9.5.63. (№2633). Около круга, площадь которого равна Q, описан ромб с углом в 30^0. Определить площадь этого ромба.

9.5.64. (№2634). Около правильного треугольника с площадью Q описана окружность, и в тот же треугольник вписана окружность. Определить площадь кольца, заключенного между этими окружностями.

9.5.65. (№2635). AMB — дуга, содержащая 120^0; OA и OB — радиусы; AC и BC — касательные; DME — дуга, описанная из центра C между CA и CB и касающаяся дуги AMB. Найти отношение между площадями секторов $CDME$ и $OAMB$.

9.5.66. (№2636). Из концов дуги ACB проведены касательные до пересечения в точке D. Определить площадь $DACB$, заключенную между двумя касательными и дугой, если радиус равен R, а дуга содержит 1) 90^0; 2) 120^0; 3) 60^0.

9.5.67. (№2637). Из центра равностороннего треугольника описана окружность, пересекающая его стороны так, что внешние дуги содержат по 90^0. Обозначая сторону этого треугольника через a, определить площадь, ограниченную внутренними дугами и средними отрезками сторон.

9.5.68. (№2638). Радиус окружности увеличен на 5. На сколько увеличится длина окружности?

9.5.69. (№2639). Окружность длиннее своего диаметра на 10,5. Определить площадь круга (вычисления вести с помощью таблиц).

9.5.70. (№2640). Гипотенуза прямоугольного треугольника равна 10. На какой угол нужно повернуть треугольник вокруг вершины прямого угла, чтобы катеты описали секторы, сумма площадей которых равнялась 25π?

9.5.71. (№2641). Из точки A, взятой на окружности радиуса 6, проведены под углом 90^0 две равные хорды AB и AC. Определить площадь части круга, ограниченной этими хордами и дугой BC.

9.5.72. (№2642). Доказать, что радиус окружности, вписанной в треугольник, равен частному от деления его площади на полупериметр.

9.5.73. (№2643). Катет и гипотенуза прямоугольного треугольника соответственно равны 6 и 10. Определить длину окружности, вписанной в треугольник, и площадь части треугольника, расположенной вне окружности.

9.5.74. (№2644). В окружности проведены две параллельные хорды длиной 6 и 8 (по обе стороны от центра), расстояние между которыми равно 7. Определить длину окружности и площадь круга.

9.5.75. (№2645). Даны две концентрические окружности, длина хорды большей окружности, касающейся меньшей окружности, равна 6. Определить площадь кольца, образованного этими окружностями.

9.5.76. (№2646). На диаметре круга радиуса r как на стороне построен равносторонний треугольник. Вычислить площадь части треугольника, находящейся вне круга.

9.5.77. (№2647). Точка касания окружности, вписанной в прямоугольный треугольник, делит гипотенузу на отрезки m и n. Доказать, что площадь треугольника равна mn.

9.5.78. (№2648). Стороны треугольника равны 13, 14, 15. Найти радиус окружности, касающейся двух сторон треугольника, если центр окружности расположен на средней (по длине) стороне.

9.5.79. (№2649). Длина окружности вала после обработки равна 39,25 см, толщина снятой стружки — 0,5 см. Определить длину окружности вала до обработки.

9.5.80. (№2650). Глубина резания при обработке вала была 1 см, длина окружности вала до обработки равна 78,5 см. Определить длину окружности вала после обработки.

9.5.81. (№2651). На сверлильном станке производится сверление отверстия диаметром 20 мм, глубиной 80 мм. Определить время сверления, если скорость резания равна 160 мм/сек и подача на один оборот — 0,22 мм.

9.5.82. (№2652). Диаметр окружности разбит на n равных частей и на каждой из них как на диаметре построены окружности. Сравнить длину данной окружности и сумму длины построенных окружностей.

9.5.83. (№2653). Как зависит длина дуги, которую стягивает хорда, равная радиусу данной окружности от величины радиуса?

9.5.84. (№2654). В одной из двух пересекающихся окружностей, дуга, которую стягивает их общая хорда, равна 45^0, а дуга другой окружности 60^0. Какая окружность имеет большую длину?

9.5.85. (№2655). Дуга одной окружности разогнута в дугу другой окружности, радиус которой в 5 раз больше радиуса первой. Как при этом изменился центральный угол, опирающийся на эту дугу?

9.5.86. (№2656). Диаметр одного колеса вдвое больше диаметра другого. Первое колесо делает один оборот за 1 сек, а второе — за 2 сек. На внешней поверхности первого колеса зафиксирована точка A, второго — точка B. Какая точка быстрее пройдет по окружности путь в 1 км, если колеса начали вращаться одновременно?

9.5.87. (№2657). Площадь круга увеличили на 25%, а потом уменьшили на 25% (в обоих случаях получили круг). Изменился ли при этом радиус круга?

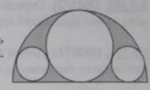
9.5.88. (№2658). Что больше — площадь круга, построенного на отрезке a как на диаметре, или площадь полукруга, построенного на отрезке $2a$ как на диаметре?

9.5.89. (№2659). Равны ли площади кругов, описанных около равновеликих прямоугольных треугольников?

9.5.90. (№2660). Какая зависимость между площадями кругов вписанного и описанного около равностороннего треугольника?

9.5.91. (№2661). Площадь одного круга втрое больше площади другого. Какова зависимость между радиусами этих кругов?

9.5.92. (№2662). Какая существует зависимость между площадями кругов, построенных на сторонах прямоугольного треугольника, как на диаметрах?



9.5.93. (№2663). Что больше — площадь трех внутренних кругов или заштрихованной части полукруга (см. рис.)?

9.5.94. (№2664). Одна хорда полукруга делит другую его хорду пополам. Какая из этих хорд отсекает от данного полукруга сегмент большей площади?

9.5.95. (№2665). Прямая, проходящая через конец дуги сектора и середину противоположного радиуса, делит площадь сектора на две части. Могут ли быть равными площади этих частей?

9.5.96. (№2666). Пропорциональны ли площадь сегмента и длина его дуги?

9.5.97. (№2667). Сектор с углом 60^0 при вершине разделен прямой, перпендикулярной его оси, на две равновеликие части. Периметр какой части больше?

9.5.98. (№2668). На диаметре полукруга как на основании построен равносторонний треугольник. Что меньше — сумма площадей сегментов, которые отсекаются сторонами треугольника от полукруга, или площадь части треугольника, которая лежит вне полукруга?

9.5.99. (№2669). Окружность касается боковых сторон равнобедренного треугольника в вершинах его основания. Дуга окружности, лежащая в середине треугольника, содержит 120^0 и делит площадь треугольника на две части. Какая из этих частей имеет большую площадь?

9.5.100. (№2670). Длины сторон прямоугольника 16 см и 63 см. Определить длину описанной около него окружности.

9.5.101. (№2671). Сторона ромба имеет длину 8 дм, величина угла ромба 150^0. Определить длину окружности, вписанной в этот ромб.

9.5.102. (№2672). Определить длину окружности, вписанной в ромб, если длины диагоналей этого ромба 15 см и 20 см.

9.5.103. (№2673). Длины сторон треугольника 25 см, 38 см и 51 см. Найти длину окружности, вписанной в этот треугольник.

9.5.104. (№2674). Три окружности, радиусы которых 9 см, 16 см и 20 см, попарно касаются внешне. Найти длину окружности, которая проходит через точки касания.

9.5.105. (№2675). Длина оснований и боковой стороны равнобокой трапеции 9 см, 25 см и 17 см. Найти длину окружности, которая касается всех сторон трапеции.

9.5.106. (№2676). Фреза диаметром 120 мм делает 350 оборотов за минуту. Определить скорость резания. (Скоростью резания называется длина стружки (металла или дерева), снятой за единицу времени).

9.5.107. (№2677). Деталь обрабатывается при скорости резанья 250 м в минуту. Диаметр фрезы 180 мм. Определить количество оборотов фрезы за минуту.

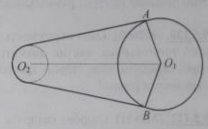
9.5.108. (№2678). Отношение длин сторон треугольника 11 : 13 : 20. Найти отношение длин вписанной в него и описанной около него окружностей.

9.5.109. (№2679). Длины катетов треугольника 20 см и 24 см. Найти длину окружности, которая проходит через середины двух больших сторон треугольника и касается меньшей стороны.

9.5.110. (№2680). Длины сторон правильного шестиугольника 7 см. Определить длину дуги описанной около него окружности, которую стягивает сторона шестиугольника.

9.5.111. (№2681). Площадь квадрата 32 см^2. Найти длину дуги описанной около него окружности, которую стягивает сторона этого квадрата.

9.5.112. (№2682). Найти длину передаточного ремня, который соединяет колеса диметром 0,2 м и 0,8 м. Известно, что $\angle AO_1O_2 = 60^0$ (см. рис.).



9.5.113. (№2683). Найти длину передаточного ремня, пересекающего линию центров колес под углом 30^0; диаметр колес равен 0,4 м и 0,9 м.

9.5.114. (№2684). При повороте пути на 20^0 сделано закругление радиусом 500 м. На сколько метров уменьшилась длина пути по дуге (сравнительно с ломаной)?

9.5.115. (№2685). Вычислить длину арки моста, зная, что пролет равен 26 м, а высота арки 7,51 м.

9.5.116. (№2686). Определить площадь наибольшего круга, который можно вырезать из треугольного листа картона, если длины сторон треугольника: а) 12 см, 17 см, 25 см; б) 17 см, 25 см, 26 см; в) 19 см, 20 см, 37 см.

9.5.117. (№2687). Диаметр заготовки равен 23 мм. Поперечное сечение после обработки — квадрат со стороной 16 мм. Определить, сколько процентов составляют отходы металла.

9.5.118. (№2688). Давление пара на поршень равно 7,5 атм. Найти полное давление на поршень (в кг), если диаметр поршня равен 275 мм. *Примечание*: 1 атм = 1,033 кг/ см^2.

9.5.119. (№2689). Шагающий экскаватор весит 1200 т. Во время работы он опирается на стальную цилиндрическую плиту. Зная, что при этом давление на грунт равно 0,78 кг/ см^2, определить диаметр плиты.

9.5.120. (№2690). Одна окружность построена на катете прямоугольного треугольника, как на диаметре. Другая окружность проходит через середины всех сторон треугольника. При каком условии обе окружности равны?

9.5.121. (№2691). Сторона квадрата $ABCD$ равна 8 см. Найдите длину окружности, которая проходит через точки A и B и касается стороны CD квадрата.

9.5.122. (№2692). В окружность радиуса R вписан правильный двенадцатиугольник. Его малые диагонали пересекаются в точках, лежащих на некоторой окружности. Определите ее длину.

9.5.123. (№2693). В окружность радиуса R вписан равносторонний треугольник ABC. Найдите длину окружности, которая касается данной окружности и продолжений сторон AB и AC треугольника.

9.5.124. (№2694). Радиус окружности 2 см. Две окружности с радиусами по 1 см касаются одна другой и внутренним образом касаются большей окружности. Найдите длину окружности, касающейся этих трех окружностей.

9.5.125. (№2695). Периметр равностороннего треугольника ABC равен P. Найдите длину окружности, которая касается стороны AB и медиан AD и BE.

9.5.126. (№2696). Длина d отрезка равна половине длины окружности. Существуют разные способы его построения: а) Герона Александрийского: $d \approx a_3 + a_4$ [1]; б) А. Коханского: AB — диаметр окружности, CD — касательная, проходящая через точку B; $\angle COB = 30^0$, $CD = 3R$; $d \approx AD$. в) Х. Гюйгенса: $d \approx 8a_{12} - R$; г) Если катеты прямоугольного треугольника 8 и 9, то половина длины окружности единичного радиуса равна разности между гипотенузой и 8,9. Проверьте точность построения отрезка этими способами.

9.5.127. (№2697). Как относятся длины окружностей, одна из которых описана около равностороннего треугольника, а другая проходит через центры вневписанных окружностей.

9.5.128. (№2698). Каждая сторона треугольника 6 см. По сторонам треугольника вне его катится круг радиуса 2 см. Определите длину пути центра круга за один оборот вокруг треугольника.

9.5.129. (№2699). На стороне $AB = a$ правильного шестиугольника $ABCDEF$ вне его построен квадрат. Этот квадрат перемещается вокруг шестиугольника так, что все время одна из вершин квадрата совпадает с вершиной шестиугольника. Определите длину пути центра квадрата за один оборот вокруг шестиугольника.

9.5.130. (№2700). Каждая вершина квадрата со стороной a является центром окружности радиуса a. Найдите периметр криволинейного четырехугольника, ограниченного названными окружностями.

[1] Здесь, как и раньше, a_n — сторона правильного n-угольника вписанного в данную окружность.

9.5.131. (№2701). Вершины прямоугольника делят описанную окружность на части, длины двух из которых относятся, как 1 : 5. Найдите радианные меры углов, которые диагональ прямоугольника образует с его сторонами.

9.5.132. (№2702). Вершина A равностороннего треугольника ABC является центром окружности, проходящей через точки B и C. Биссектрисы углов B и C пересекают окружность в точках M и P. Определите радианную меру центральных углов, соответствующих дугам PB, BC, CM, MP.

9.5.133. (№2703). Периметр равностороннего треугольника P. На высоте треугольника, как на диаметре, построена окружность. Определите площадь части круга, находящейся внутри треугольника.

9.5.134. (№2704). Гипотенуза равнобедренного прямоугольного треугольника равна a. На катете, как на диаметре построена окружность. Найдите площадь той части круга, которая находится внутри треугольника.

9.5.135. (№2705). AB — основание полукруга, точка M находится на окружности. Построены полукруги с диаметрами AM и BM. Докажите, что сумма площадей луночек (то есть частей полукругов, находящихся вне большего полукруга) равна площади треугольника AMB.

9.5.136. (№2706). AB — диаметр полукруга, C — точка этого диаметра, CD — перпендикуляр к AB, причем точка D находится на окружности. Построены полуокружности диаметров AC и BC внутрь полукруга. Докажите, что площадь фигуры ограниченной тремя названными полуокружностями (она называется арбелоном) равна площади круга диаметра CD.

Ответы

7 класс

§ 1. Кирпичи геометрии

Прямая, луч, отрезок. Сравнение и измерение отрезков.

7.1.4. (№4). а) одну; б) два; в) бесконечно много.
7.1.5. (№5). Совпадают.
7.1.6. (№6). Нет.
7.1.7. (№7). Да.
7.1.9. (№9). Нет, нет, да.
7.1.10. (№10). Нет.
7.1.11. (№11). Да.
7.1.15. (№15). 2.
7.1.16. (№16). Если точка C лежит на AB, EC и AB пересекаются, в противном случае — нет.
7.1.17. (№17). Да.
7.1.18. (№18). а) $BC=\frac{1}{3}AB$; б) $AC=2BC$.
7.1.19. (№19). а) 2,2; б) 4,6.
7.1.20. (№20). 1:4.
7.1.21. (№21). 0,6 м.
7.1.22. (№22). а) N — середина отрезка AB; б) N лежит на отрезке AB.
7.1.23. (№23). $\frac{1}{2}a$.
7.1.24. (№24). $\frac{2}{3}a$.
7.1.25. (№25). 12 см.
7.1.28. (№28). а) $KE=KF$; б) $KE>KF$; в) $KE<KF$.
7.1.29. (№29). $AB-AC-DB$; $AD-AC$; $CB-DB$.
7.1.30. (№30). а) $AC=BD$; б) $AD=BC$.
7.1.31. (№31). C — середина отрезка AB.
7.1.32. (№32). $MC=AB$.
7.1.33. (№33). Да.
7.1.34. (№34). $BC<0,99AB$
7.1.35. (№35). $BC<0,49AB$
7.1.36. (№36). а) C лежит на AB; б) A лежит на CB.
7.1.37. (№37). 19.
7.1.38. (№38). 3 : 2 : 11.
7.1.39. (№40). 12 см.
7.1.40. (№40). C и D, такие, что $AC=BD=1$ см и C, A, B, D последовательно лежат на прямой.

7.1.41. (№41). Таких точек нет.
7.1.42. (№42). C на AB, такая, что $AC=2\frac{2}{3}$ см; D, такая, что $AD=8$ см; A лежит на BD.
7.1.43. (№43). Точки отрезка AB.
7.1.44. (№44). M — середина AB.
7.1.45. (№45). M лежит на AB и $AM=7,5$ см.
7.1.46. (№46). Таких точек нет.
7.1.47. (№47). D лежит на AB и $AD=0,5$ см. Все точки отрезка AD, кроме точки D.
7.1.48. (№48). CM лежит на AB.
7.1.49. (№49). 5 см; 15 см; 35 см.
7.1.50. (№50). 10 см.
7.1.51. (№51). 9 см; 21 см.
7.1.52. (№52). $\frac{a+b}{2}$.
7.1.53. (№53). 3 см; 20 см.
7.1.54. (№54). 16 дм; 130 дм.
7.1.55. (№55). а) $AN=4,7$ дм; $BN=1,6$ дм; б) $AN=3,3$ дм; $BN=6,4$ дм.
7.1.56. (№56). а) $EP=44$ см; $QF=20$ см; б) $EP=76$ см; $QF=100$ см.
7.1.59. (№59). а) Последовательность точек A, M, X, B и $BX=\frac{1}{4}AB$; б) Последовательность точек A, M, B, X и $BX=\frac{1}{2}AB$.
7.1.60. (№60). $AB=8$ км; $BC=4$ км; $CD=7$ км; $DE=5$ км; $EF=11$ км.
7.1.61. (№61). $AB=8$ км; $BC=5$ км; $CD=6$ км; $DE=10$ км; $EF=3$ км; $FG=7$ км; $GH=4$ км.
7.1.62. (№62). A_1A_{10}.
7.1.63. (№63). 18.
7.1.64. (№64). 4.

Углы. Сравнение и измерение углов.

7.1.70. (№70). **1.** а) 60°; б) острый; в) да. **2.** а) 180°; б) развернутый; в) нет.
7.1.71. (№71). а) $\angle BOE=75°$; $\angle AOE=25°$; б) $\angle AOF=50°$.
7.1.73. (№73). 36° и 54°.
7.1.74. (№74). 45°.
7.1.75. (№75). а) 22; б) 44.
7.1.76. (№76). а) Да.
7.1.77. (№77). Тупых; да.
7.1.78. (№78). 22,5°; 45°; 87,75°.
7.1.79. (№79). 18°; 31°30′; 43°12′.
7.1.80. (№80). 75°; 24°; 153°; 4°3′; 56°42′.

§ 2. Смежные и вертикальные углы

7.2.3. (№83). 144°; 36°.
7.2.4. (№84). 110°; 70°.
7.2.5. (№85). 144°; 36°.
7.2.6. (№86). 100°; 80°.
7.2.7. (№87). 54°; 126°.
7.2.8. (№88). Да.
7.2.9. (№89). Да.
7.2.10. (№90). Не обязательно.
7.2.11. (№91). 67,5°.
7.2.12. (№92). Да.
7.2.13. (№93). Первый меньше второго.
7.2.14. (№94). Углы равны.
7.2.15. (№95). Развернутого.
7.2.16. (№96). Данный.
7.2.17. (№97). Равные.
7.2.18. (№98). 135°, 45°.
7.2.19. (№99). 75°, 105°.
7.2.20. (№100). а) 90°, 90°; б) 120°, 60°.
7.2.22. (№102). $\frac{2}{7}d$; $1\frac{5}{7}d$.
7.2.23. (№103). $\frac{22}{25}d$; $\frac{22}{25}d$; $\frac{11}{25}d$.
7.2.24. (№104). 80°,100°,80°,100°.
7.2.25. (№105). 80°,100°,80°,100°.
7.2.26. (№106). Да.
7.2.28. (№108). 90°, 90°.
7.2.31. (№111). 30°, 40°, 50°, 60°.
7.2.32. (№112). 67,5°; 112,5°.
7.2.33 (№113). 108°, 72°.
7.2.34 (№114). 20° и 160° или 60° и 120°.
7.2.35. (№115). а) Да; б) нет.
7.2.36. (№116). Да.
7.2.37. (№117). На одной прямой.
7.2.38. (№118). Да.
7.2.39. (№119). Нет.
7.2.40. (№120). 126°, 54°, 126°.
7.2.41. (№121). Нет.
7.2.44. (№124). Да; да.

§3. Треугольники

Элементы треугольника

7.3.1. (№125). Нет, да.
7.3.2. (№126). Нет.
7.3.3. (№127). Нет.
7.3.4. (№128). Прямоугольный.
7.3.5. (№129). Нет.
7.3.7. (№131). Равнобедренный.

7.3.8. (№132). 3 см.
7.3.9. (№133). 6; да.
7.3.10. (№134). Остроугольный.
7.3.11. (№135). Прямоугольный.
7.3.12. (№136). Равнобедренный.
7.3.13. (№137). Равносторонний.
7.3.14. (№138). Равны.
7.3.15. (№139). $5\frac{1}{3}$ см.
7.3.16. (№140). 0,3 см.
7.3.17. (№141). 0,2 см.
7.3.18. (№142). Под прямым углом.
7.3.19. (№143). 10 см.
7.3.21. (№145). 26 см.
7.3.22. (№146). 7 м.
7.3.23. (№147). 15 см.
7.3.25. (№149). 42 см.
7.3.26. (№150). $1\frac{5}{7}$.
7.3.27. (№151). Нет.

Признаки равенства треугольников

7.3.30. (№154). Равны.
7.3.31. (№155). Да.
7.3.32. (№156). Равнобедренный.
7.3.35. (№159). Не обязательно.
7.3.52. (№176). 1.
7.3.55. (№179). Да.
7.3.57. (№181). Да.
7.3.58. (№182). Да.

§4. Параллельные прямые

Признак параллельности прямых

7.4.2. (№185). а) Параллельны; б) Перпендикулярны.
7.4.4. (№187). 108°, 72°, 108°, 72°, 108°, 72°, 108°.
7.4.5. (№188). 20°.
7.4.6. (№189). Да.
7.4.7. (№190). Да.
7.4.9. (№192). Равнобедренный.
7.4.10. (№193). Равнобедренный.
7.4.11. (№194). Равнобедренный.
7.4.12. (№195). Равнобедренный.
7.4.13. (№196). У равнобедренного треугольника.
7.4.14. (№197). Углы равны.
7.4.15. (№198). Да.
7.4.17. (№200). Да.
7.4.18. (№201). 120°.

Сумма углов треугольника

7.4.21. (№204). а) Тупоугольный; б) прямоугольный; в) возможны все три типа.
7.4.22. (№205). Один острый; один прямой; два или три тупых.
7.4.23. (№206) В равностороннем; б) в равностороннем.
7.4.24. (№207) Нет; б) нет.
7.4.25. (№208). Нет.
7.4.26. (№209). Тупоугольный.
7.4.27. (№210). Нет.
7.4.28. (№211). 120°, 60°.
7.4.29. (№212). Прямоугольный.
7.4.31. (№214). 30°, 60°, 90°.
7.4.32. (№215). 120°, 30°, 30°.
7.4.33. (№216). 75°, 28°, 77°.
7.4.34. (№217). 24°, 60°, 96°.
7.4.35. (№218). 30°, 70°, 80°.
7.4.36. (№219). 60°, 45°, 75°.
7.4.37. (№220). 20°, 80°, 80°.
7.4.38. (№221). 54°40′, 54°40′, 71°40′.
7.4.39. (№222). 60°.
7.4.40. (№223). 60°.
7.4.42. (№225). 42°, 42°, 96°.
7.4.43. (№226). 72°, 72°, 36°.
7.4.44. (№227). $51\frac{3}{7}°$, $51\frac{3}{7}°$, $77\frac{1}{7}°$.
7.4.45. (№228). 72°, 72°, 36°.
7.4.46. (№229). 57°, 123°.
7.4.47. (№230). 68°, 68°, 44°.
7.4.48. (№231). 36°, 36°, 108°.
7.4.50. (№233). 97°.
7.4.51. (№234). 48°, 66°, 66°.
7.4.52. (№235). 59°.
7.4.53. (№236). $25\frac{5}{7}°$, $77\frac{1}{7}°$, $77\frac{1}{7}°$.
7.4.54. (№237). 48°, 60°, 72°.

Углы с взаимно параллельными и перпендикулярными сторонами

7.4.55. (№238). 30°, 60°, 90°.
7.4.56. (№239). 30°, 50°, 100°.
7.4.58. (№241). 2 : 5.
7.4.62. (№245). 30°, 60°, 90°.
7.4.63. (№246). 120°.
7.4.64. (№247). 360°.
7.4.65. (№248). 30°, 66°, 84°.
7.4.66. (№249). 45°.

7.4.67. (№250). 15°, 75°, 90°.
7.4.68. (№251). 30°, 60°, 90°.
7.4.70. (№253). 135°.
7.4.71. (№254). 70°.
7.4.72. (№255). 70°.

§5. Окружность

Описанная и вписанная окружности

7.5.1. (№256). 5°.
7.5.2. (№257). 15°.
7.5.3. (№258). $\frac{1}{3}$.
7.5.4. (№259). 5°.
7.5.5. (№260). 44°4′4″.
7.5.6. (№261). 21′36″.
7.5.7. (№262). $25°42'51\frac{3}{7}''$.
7.5.8. (№263). $163°38'10\frac{10}{11}''$.
7.5.9. (№264). $\frac{1}{24}$.
7.5.10. (№265). $\frac{1}{16}$.
7.5.11. (№266). $\frac{27}{90}$.
7.5.12. (№267). $\frac{1}{900}$.
7.5.13. (№268). $\frac{1}{7200}$.
7.5.14. (№269). $\frac{5}{96}$.
7.5.15. (№270). $\frac{241}{4320}$.
7.5.16. (№271). $\frac{901}{324000}$.
7.5.17. (№272). 150°.
7.5.18. (№273). 47°30′.
7.5.19. (№274). 155°.
7.5.20. (№275). 8 см.
7.5.21. (№276). 0,7 м.
7.5.22. (№277). 17°33′.
7.5.23. (№278). 15°14′.
7.5.24. (№279). 148°41′30″.
7.5.25. (№280). 9°19′.
7.5.26. (№281). 95°37′30″.
7.5.27. (№282). 18°40′30″
7.5.28. (№283). 42°26′.
7.5.29. (№284). 112°30′, 247°30′.
7.5.30. (№285). 105°53′30″, 36°11′30″
7.5.31. (№286). 37°30′.
7.5.32. (№287). 95°, 120°.

7.5.33. (№288). 52°30′; 82°30′; 45°.
7.5.34. (№289). 100°, 150°.
7.5.35. (№290). 52°, 61°, 67°.
7.5.36. (№291). 14°30′;23°30′;142°.
7.5.37. (№292). 108°.
7.5.40. (№295). 154°.
7.5.41. (№296). 100°, 40°, 40°.
7.5.42. (№297). а) Пополам; б) 60°, 60°, 60°.
7.5.51. (№306). 67°30′.
7.5.52. (№307). Оба по 36°9′30″.
7.5.53. (№308). 48°50′.
7.5.54. (№309). 45°.
7.5.55. (№310). 55°26′.
7.5.56. (№311). 78°45′.
7.5.57. (№312). 144°.
7.5.58. (№313). $\frac{m}{2}°$.
7.5.59. (№314). 80°.
7.5.60. (№315). 71°15′.
7.5.61. (№316). Точка касания.
7.5.62. (№317). 7°.
7.5.63. (№318). 20°30′.
7.5.64. (№319). 77°59′23″.
7.5.65. (№320). 106°35′; 253°25′.
7.5.66. (№321). 33°20′.
7.5.67. (№322). 100°.
7.5.68. (№323). 18°.
7.5.69. (№324). 105°.
7.5.70. (№325). 31°12′.
7.5.71. (№326). 60°.
7.5.72. (№327). 34°51′.
7.5.73. (№328). $\smile AD = 74°48'$; $\smile DE = 15°12'$
7.5.74. (№329). Окружность.
7.5.75. (№330). Окружность.
7.5.76. (№331). Прямая.
7.5.77. (№332). Окружность.
7.5.78. (№333). Прямая.
7.5.79. (№334). Прямая.
7.5.80. (№335). 60°.
7.5.81. (№336). a.
7.5.82. (№337). 2,5.
7.5.83. (№338). 120°.
7.5.84. (№339). На высоте, опущенной на основание.
7.5.85. (№340). $\frac{a}{2}$; $\frac{b}{2}$; $\frac{c}{2}$
7.5.86. (№341). $a + b > AB$.
7.5.87. (№342). Одно или же ни одного.
7.5.88. (№343). 70°, 110°.
7.5.89. (№344). 60°.
7.5.91. (№345). 20°.
7.5.94. (№349). 30.
7.5.107. (№362). 90°.
7.5.112. (№367). Окружность.
7.5.116. (№371). 50°, 59°, 61°.
7.5.117. (№372). 60°.
7.5.120. (№375). 12°30′;77°30′;90°.
7.5.121. (№376). 66°, 90°.
7.5.122. (№377). 45°, 75°.
7.5.123. (№378). 50°.
7.5.124. (№379). Прямая.
7.5.126. (№381). Окружность.

8 класс

§1. Четырёхугольники

Параллелограмм

8.1.1. (№469). 8; 4.
8.1.2. (№470). 8.
8.1.3. (№471). Да.
8.1.4. (№472). Нет.
8.1.5. (№473). 3.
8.1.7. (№475). 180°.
8.1.10. (№478). 36°, 144°.
8.1.11. (№479). $1\frac{4}{7}d$, $\frac{3}{7}d$, $1\frac{4}{7}d$.
8.1.12. (№480). $\frac{19}{22}d$, $1\frac{3}{22}d$.
8.1.13. (№481). 6 см, 9 см,6 см.
8.1.14. (№482). 0,6 м; 0,8 м; 0,6 м; 0,8 м.
8.1.15. (№483). $BE = 9$ см $EC = 6$ см.
8.1.15. (№483). Не обязательно.
8.1.17. (№485). 3 см, 2 см, 3 см.
8.1.18. (№486). Нет.
8.1.19. (№487). Нет.
8.1.20. (№488). Да.
8.1.22. (№490). Да.
8.1.23. (№491). 4,8 м.
8.1.24. (№492). 1м; 1м; 0,9 м.
8.1.30. (№498). $1\frac{5}{11}d$, $\frac{6}{11}d$.
8.1.32. (№500). 60°, 120°
8.1.33. (№501). 160°,20°;
8.1.34. (№502). 72°,108°.
8.1.35. (№503). 76°.
8.1.36. (№504). 60°,120°.
8.1.37. (№505). $\frac{p}{6}$, $\frac{p}{3}$.
8.1.38. (№506). 3.
8.1.39. (№507). Да.
8.1.45. (№513). 28 см.
8.1.46. (№514). 30°, 150°.
8.1.47. (№515). 10 см.
8.1.48. (№516). 45°, 135°.
8.1.51. (№519). 50 см.
8.1.52. (№520). 62 см.
8.1.55. (№523). 37°, 143°.
8.1.57. (№525). 180°.
8.1.58. (№526). 7 см, 14 см.
8.1.59. (№527). 6 см, 18 см.
8.1.60. (№528). 120°, 60°; равны.
8.1.62. (№530). 2 : 1; 30°, 150°.
8.1.64. (№532). 1 : 2, 60°,120°.

8.1.67. (№535). 90^0

8.1.69. (№537). $\frac{a}{2}$, $\frac{b}{2}$.

8.1.82. (№550). Не всегда.

8.1.87. (№555). Когда точки B, C, E, F лежат на одной прямой.

8.1.97. (№565). 9 см, 15 см.

8.1.100. (№568). 60^0,120^0.

Прямоугольник

8.1.101. (№569). 60^0

8.1.102. (№570). Не обязательно.

8.1.103. (№571). $1\frac{1}{5}d$.

8.1.104. (№572). $\frac{5}{3}d$.

8.1.105. (№573). Нет.

8.1.106. (№574). Да.

8.1.107. (№575). 10 см, 18 см.

8.1.108. (№576). 1,2 м.

8.1.109. (№577). 4 м, 8 м.

8.1.110. (№578). $20^0 30'$

8.1.111. (№579). 12 см.

8.1.112. (№580). 25 см, 10 см.

8.1.113. (№581). 8 м.

8.1.120. (№588). Параллелограмм.

8.1.123. (№591). 2 : 1.

8.1.125. (№593). 140^0.

8.1.127. (№595). 75^0.

8.1.129. (№597). 10 см.

8.1.130. (№598). 90^0.

8.1.131. (№599). 60^0.

8.1.132. (№600). 90^0.

8.1.133. (№601). 1 : 7.

8.1.134. (№602). 90^0.

8.1.135. (№603). 1 : 4.

8.1.138. (№606). 45^0.

8.1.140. (№608). Да.

8.1.141. (№609). 30^0, 60^0.

8.1.142. (№610). 90^0.

8.1.143. (№611). 60^0.

Ромб

8.1.144. (№612). У ромба с углами 60^0, 120^0.

8.1.145. (№613). Нет.

8.1.146. (№614). В квадрате.

8.1.147. (№615). Да.

8.1.148. (№616). 40^0, 140^0.

8.1.149. (№617). 60^0, 120^0.

8.1.155. (№623). $\frac{14}{17}d$, $1\frac{3}{17}d$.

8.1.156. (№624). 80^0, 100^0.

8.1.157. (№625). 60^0, 120^0.

8.1.159. (№627). $15^0 30'$; $74^0 30'$.

8.1.160. (№628). $73^0 30'$; 90^0, 147^0.

8.1.161. (№629). 90^0.

8.1.162. (№630). 120^0.

8.1.164. (№632). Ромб.

8.1.165. (№633). Ромб.

8.1.166. (№634). Ромб.

8.1.170. (№638). а) не верно; б) верно

8.1.171. (№639). 30^0, 150^0.

8.1.172. (№640). 60^0, 120^0.

8.1.173. (№641). 60^0, 120^0

8.1.174. (№642). 45^0.

8.1.175. (№643). 30^0.

8.1.176. (№644). 150^0.

8.1.177. (№645). 45^0.

Квадрат

8.1.178. (№646). Квадрат.

8.1.183. (№651). 2 см, 2 см.

8.1.185. (№653). Центр квадрата.

8.1.187. (№655). 1 м.

8.1.188. (№656). 2 м.

8.1.189. (№657). 2 м.

8.1.190. (№658). 4 м, 8 м.

8.1.192. (№660). $3a$.

8.1.193. (№661). $2a$.

8.1.196. (№664). Не обязательно.

8.1.197. (№665). Нет

8.1.201. (№669). Квадрат.

8.1.202. (№670). Четыре прямые.

8.1.204. (№672). Можно, если M, O, C не лежат на одной прямой.

8.1.205. (№673). Можно, если NO и OM не перпендикулярны.

8.1.206. (№674). Да.

8.1.211. (№679). Да.

Средняя линия треугольника. Теорема Фалеса.

8.1.212. (№680). 2,5 м.

8.1.213. (№681). 4 см, 5см, 6 см.

8.1.214. (№682). 6 см.

8.1.215. (№683). 2,4 м; 3,2 м; 4,8 м.

8.1.216. (№684). 3 дм.

8.1.217. (№685). 14.

8.1.218. (№686). Прямоугольник, 20.

8.1.219. (№687). 28 см; углы равны.

8.1.220. (№688). 3 дм.

8.1.221. (№689). 1 см, 4см, 5 см.

8.1.222. (№690). 7 и 8

8.1.223. (№691). 18 : 25

8.1.224. (№692). 1 : 4

8.1.226. (№694). 1 : 4.

8.1.227. (№695). 1 : 6

8.1.229. (№697). 8 см, 32 см.

8.1.231. (№699). Отрезок (средняя линия треугольника).

8.1.233. (№701). Да.

8.1.234. (№702). Точка пересечения отрезков A_1C_1 и B_1D_1.

8.1.235. (№703). $25\frac{5}{7}°$, $51\frac{3}{7}°$, $102\frac{6}{7}°$.

8.1.236. (№704). 3 : 1, 1 : 2.

8.1.238. (№706). 1 : 1

Трапеция. Средняя линия трапеции.

8.1.248. (№716). 90^0.

8.1.249. (№717). Основание равно боковой стороне, образующей этот угол.

8.1.250. (№718). Ромб

8.1.251. (№719). 1 : 3.

8.1.252. (№720). 34

8.1.253. (№721). 16 дм.

8.1.254. (№722). 15 дм.

8.1.255. (№723). 1м.

8.1.256. (№724). 24 см, 36 см.

8.1.257. (№725). 1,5 м; 4 м.

8.1.258. (№726). 13 см, 16 см, 19 см, 22 см, 25 см.

8.1.259. (№727). $\frac{4}{7}d$, $1\frac{3}{7}d$, $1\frac{2}{7}d$, $\frac{5}{7}d$.

8.1.260. (№728). 40 см, 40 см, 40 см, 80 см.

8.1.261. (№729). Нет.

8.1.266. (№734). 24 см, 42 см.

8.1.267. (№735). $67{,}5^0$, $112{,}5^0$.

8.1.268. (№736). 6 м.

8.1.269. (№737). $\frac{9}{13}d$, $1\frac{4}{13}d$.

8.1.270. (№738). 60^0,120^0,120^0,60^0.

8.1.271. (№739). 60^0,120^0,130^0,50^0.

8.1.272. (№740). 20 см.

8.1.273. (№741). 40^0,140^0,120^0,60^0.

8.1.274. (№742). 10 см.

8.1.275. (№743). 1,7 м.

8.1.276. (№744). $m+h$, $m-h$.

8.1.277. (№745). 10 см.

8.1.278. (№746). $\frac{3a}{4}$.

8.1.279. (№747). a.

8.1.282. (№750). $\frac{3a}{4}$.

8.1.283. (№751). 60^0, 120^0.

8.1.285. (№753). 84 см.

8.1.287. (№755). 4, 4, 8, 10.

8.1.288. (№756). 60^0, 120^0, $5a$, $1{,}5a$

8.1.289. (№757). 60^0, 120^0.

8.1.290. (№758). 4м.

8.1.291. (№759). К нижнему.

8.1.292. (№760). 11,5 12,5.

8.1.293. (№761). 2 м, 3 м.

8.1.295. (№763). 6 дм, 10 дм.

8.1.297. (№765). 1 : 2

8.1.298. (№766). 40^0, 140^0.

8.1.299. (№767). 1 : 2.

8.1.300. (№768). 60^0, 120^0.

8.1.304. (№772). Сумма оснований равна сумме боковых сторон.

8.1.306. (№774). Сумма противоположных углов равны 180^0.

8.1.307. (№775). 30^0, 150^0.

8.1.308. (№776). Меньшему.

8.1.309. (№777). 72^0, 108^0.

8.1.311. (№779). 60^0, 120^0.

8.1.312. (№780). $\frac{a-b}{2}$.

8.1.314. (№782). 1 : 3.

8.1.315. (№783). 12 см, 24 см.

8.1.316. (№784). 9 см, 23 см.

8.1.317. (№785). 2.

8.1.322. (№790). 60^0, 120^0, 120^0, 60^0.

8.1.324. (№792). 60^0, 120^0, 120^0, 60^0.

8.1.326. (№794). 90^0.

8.1.328. (№796). 4 : 5

8.1.329. (№797). 72^0, 108^0.

8.1.330. (№798). 30^0, 150^0.

§2. Звёздные теоремы. Коллекции задач. Снова построения.

8.2.1. (№807). В равностороннем.

8.2.5. (№811). 5; 2,5.

8.2.7. (№813). 8 см.

8.2.8. (№814). 27 см.

8.2.9. (№815). 36.

8.2.10. (№816). 108.

8.2.11. (№817). 60.

8.2.12. (№818). $\frac{4}{5}$.

8.2.13. (№819). 72.

8.2.14. (№820). 12 см.

8.2.15. (№821). 60^0.

8.2.17. (№823). Два случая: угол A острый, и угол A — тупой: $180^0-\frac{\alpha}{2}$, $\frac{\alpha}{2}$.

8.2.18. (№824). Два случая: угол A острый, и угол A — тупой: $90^0+\frac{\alpha}{4}$; $180^0-\frac{\alpha}{4}$.

8.2.21. (№827). 60^0.

8.2.22. (№828). Ортоцентром.

8.2.25. (№831). 4 см.

8.2.26. (№832). $\frac{c}{6}$.

8.2.28. (№834). 12

8.2.29. (№835). 45

8.2.30. (№836). $m\sin\frac{\alpha}{2}$.

8.2.32. (№838). 6.

8.2.34. (№840). $\frac{\alpha}{2}$.

8.2.35. (№841). 30^0

8.2.36. (№842). 25.

8.2.37. (№843). $90^0+\alpha$.

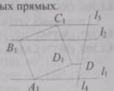
8.2.39. (№845). $\frac{11}{12}$.

8.2.41. (№847). $\frac{1}{6}$.

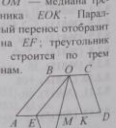
8.2.93. (№899). *Указание*. Прямая $l_4 = S_0(l_1)$ пересекает прямую l_3 в точке C. Найдя C легко определить точку A и прямую BD.

8.2.106. (№912). *Указание*. Пусть $AB = a$, $MB = b$. Если $M_1 = R_0^{90^0}(M)$, то расстояния от B до M и до M_1 известны.

8.2.107. (№913). *Указание*. Возьмем произвольную точку B_1 на прямой l_2. Если повернуть квадрат $A_1B_1C_1D_1$ около B_1 на 90^0, то A_1 отобразится на C_1. Строим $R_{B_1}^{90^0}(l_1) = l_5$; $l_5 \cap l_3 = C_1$. Построив квадрат по B_1 и C_1, осуществим его параллельный перенос вдоль данных прямых.



8.2.127. (№933). *Указание*. Выполним параллельный перенос боковых сторон. (Они отобразятся на EO и OK). OM — медиана треугольника EOK. Параллельный перенос отобразит OK на EF; треугольник EOF строится по трем сторонам.



§3. Подобие треугольников

Пропорциональные отрезки. Свойство биссектрисы.

8.3.1. (№950). Нет.

8.3.2. (№951). Да.

8.3.3. (№952). Нет.

8.3.5. (№954). Трапеции.

8.3.6. (№955). Равнобедренный.

8.3.7. (№956). Если он делит основание в отношении 1 : 4.

8.3.8. (№957). Нет.

8.3.9. (№958). Да.

8.3.10. (№959). $\angle DBC$.

8.3.11. (№960). Медиана.

8.3.12. (№961). 0,87.

8.3.13. (№962). 1 : 3, 2 : 3.

8.3.14. (№963). $m : (m+n)$, $n : (m+n)$.

8.3.15. (№964). $BD = 12$ см.

8.3.16. (№965). 16, 32, 30.

8.3.17. (№966). 62,5 мм.

8.3.18. (№967). 2 м

8.3.21. (№970). *Указание*. На AD выберем точки E и K так, что $AE = EK$, а на KB — точку T, чтобы $BT = KB$. Отрезок TE отделяет от AB треть.

8.3.22. (№971). Да.

8.3.23. (№972). Нет.

8.3.24. (№973). AMH, COH, OMB.

8.3.25. (№974). Да.

8.3.26. (№975). Да.

8.3.27. (№976). Да.

8.3.28. (№977). Нет.

8.3.29. (№978). 30.

8.3.30. (№979). 2,5 см.

8.3.31. (№980). $\angle K = 40^0$, $\angle P = \angle M = 120^0$, $\angle T = 20^0$.

8.3.33. (№982). 50 см^2.

8.3.34. (№983). 80 см^2, 180 см^2.

8.3.35. (№984). $5\frac{5}{7}$ см.

8.3.37. (№986). 6 см

8.3.38. (№987). 24 см^2.

8.3.39. (№988). 46 см

8.3.40. (№989). 2 см^2.

8.3.41. (№990). 30^0, 60^0, 90^0.

8.3.43. (№992). 10 мин.

8.3.44. (№993). 15 м.

8.3.45. (№994). 7,5 дм

8.3.46. (№995). 22 дм.

8.3.47. (№996). 12 дм.

8.3.48. (№997). 1,8.

8.3.49. (№998). 3,4 м.

8.3.51. (№1000). Да.

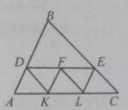
8.3.52. (№1001). Нет.

8.3.53. (№1002). 16 см, 12 см, 8 см, 4 см.
8.3.54. (№1003). 47,5 см; 45 см; 42,5 см; 40 см; 37,5 см; 35 см; 32,5 см.
8.3.55. (№1004). 3 м; 2,4 м.
8.3.56. (№1005). $AM = 4$ ед, $MB = 6$ ед, $BN = 5$ ед.
8.3.57. (№1006). Нет.
8.3.58. (№1007). $3\frac{1}{3}$.
8.3.59. (№1008). 7,5.
8.3.60. (№1009). 6
8.3.61. (№1010). 12 см, $6\frac{2}{3}$ см, $5\frac{5}{3}$ см.
8.3.62. (№1011). 60 см.
8.3.63. (№1012). 30 см.
8.3.64. (№1013). 90 мм.
8.3.65. (№1014). 84 мм.
8.3.66. (№1015). 36 дм.
8.3.69. (№1018). $1 : \sqrt{3}$.
8.3.70. (№1019). 1 : 2.
8.3.71. (№1020). 1 : 2.
8.3.72. (№1021). 3 : 2, считая от *B*.
8.3.73. (№1022). 1 : 2.
8.3.74. (№1023). 2 : 7.
8.3.75. (№1024). 2 : 3 и 3 : 4.
8.3.76. (№1025). 1 : 1.
8.3.77. (№1026). 3 : 1 : 4.
8.3.78. (№1027). 105,6 см.
8.3.79. (№1028). 16 см.
8.3.80. (№1029). $87\frac{3}{11}$ см.
8.3.81. (№1030). 8 м, 12 м.
8.3.83. (№1032). 40 см, 1 м 40 см.
8.3.84. (№1033). 10 см.
8.3.85. (№1034). Да.
8.3.86. (№1035). Нет.
8.3.87. (№1036). Нет.
8.3.88. (№1037). Нет.
8.3.89. (№1038). 7 см, 5 см.
8.3.90. (№1039). 4:25.
8.3.91. (№1040). Прямоугольные.
8.3.92. (№1041). Да.
8.3.93. (№1042). 6 см, 4 см, 6 см.
8.3.94. (№1043). Да.
8.3.95. (№1044). $\frac{ab}{a+b}$
8.3.96. (№1045). $\frac{b}{a+c} : 1$.
8.3.97. (№1046). Да.
8.3.99. (№1048). Да.
8.3.100. (№1049). Нет, если исходный не был равносторонним.
8.3.101. (№1050). Да.
8.3.102. (№1051). Да.
8.3.103. (№1052). Да.
8.3.104. (№1053). Да.
8.3.105. (№1054). Нет.
8.3.106. (№1055). 12; 24.
8.3.107. (№1056). Да, равнобедренные.
8.3.108. (№1057). Да.
8.3.109. (№1058). Да.

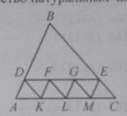
8.3.110. (№1059). Точка пересечения медиан треугольника.
8.3.111. (№1060). Равнобедренный.
8.3.112. (№1061). Да; да.
8.3.113. (№1062). Да.
8.3.114. (№1063). Равны.
8.3.115. (№1064). Нет.
8.3.116. (№1065). Да.
8.3.117. (№1066). Нет.
8.3.118. (№1067). Пропорциональна.
8.3.119. (№1068). 39см, 65 см.
8.3.120. (№1069). 8 см.
8.3.121. (№1070). 4.
8.3.123. (№1072). Нет.
8.3.124. (№1073). 50 см.
8.3.125. (№1074). 20 см, 20 см, 16 см.
8.3.126. (№1075). 10 м, 14 м
8.3.127. (№1076). 20 : 30.
8.3.128. (№1077). $3\frac{11}{13}, 6\frac{2}{13}, 8\frac{1}{3}$.
8.3.131. (№1080). 2,5 м.
8.3.135. (№1084). Нет.
8.3.136. (№1085). Не обязательно.
8.3.137. (№1086). Нет.
8.3.139. (№1088). 15.
8.3.141. (№1090). A_1C_1=4,4; AB=2,2; BC=1,4.
8.3.143. (№1092). Нет.
8.3.145. (№1094). Да.
8.3.146. (№1095). $2\frac{17}{24}$.
8.3.148. (№1097). Да.
8.3.149. (№1098). Да.
8.3.151. (№1100). Не обязательно.
8.3.152. (№1101). Длина отрезка не превосходит длину средней линии.
8.3.153. (№1102). Нет.
8.3.157. (№1106). Да.
8.3.159. (№1108). 12,36.
8.3.162. (№1111). 9.
8.3.170. (№1119). 18 см, 40 см, $0{,}3 : \frac{2}{3}$.
8.3.172. (№1121). 18.
8.3.173. (№1122). 20 см.
8.3.174. (№1123). 300 м.
8.3.175. (№1124). $\frac{m-n}{n}a$.
8.3.176. (№1125). $\frac{bc}{a+2c}$.
8.3.177. (№1126). 10 см, 12 см.
8.3.178. (№1127). $\frac{cb}{c+b}$.
8.3.179. (№1128). 30 см, 24 см, 18 см, 36 см.
8.3.180. (№1129). 18 м, 9 м, 12 м, 36 м.
8.3.181. (№1130). 8 дм, 12 дм, 16 дм, 20 дм.
8.3.182. (№1131). 100 м, 40 м.
8.3.183. (№1132). Нет.
8.3.184. (№1133). Да.
8.3.185. (№1134). Да.
8.3.186. (№1135). Да.
8.3.188. (№1137). 46 см, 69 см.

8.3.189. (№1138). Подобны.
8.3.190. (№1139). Да; подобны.
8.3.202. (№1151). 1 : 2.
8.3.209. (№1158). $\frac{2}{3}$.
8.3.218. (№1167). 1,2; 3,6.
8.3.220. (№1169). 12,8.
8.3.226. (№1175). 48.
8.3.228. (№1177). 24.
8.3.232. (№1181). $9\frac{3}{5}$.
8.3.235. (№1184). 8, 10.
8.3.239. (№1188). 3,5; 1,5; 32,5 π.
8.3.240. (№1189). $12(\sqrt{2}-1)$.
8.3.241. (№1190). $3\frac{3}{4}$.
8.3.242. (№1191). $\frac{d\sqrt{10}}{12}$.
8.3.243. (№1192). $a = \sqrt{pq}$.
8.3.245. (№1194). $\frac{ah}{a+h}$.
8.3.247. (№1196). 18 см, 10 см.
8.3.248. (№1197). 12 см.
8.3.249. (№1198). $\frac{ah}{2h+a}$.
8.3.250. (№1199). $CD = 3$ см, $DB = 9$ см.
8.3.251. (№1200). 6 м, 8 м
8.3.252. (№1201). 1 м.
8.3.253. (№1202). 10 см, 14 см.
8.3.254. (№1203). $\sqrt{2ar}$.
8.3.255. (№1204). 10 см, 26 см.
8.3.256. (№1205). $\frac{ab}{a+b}$
8.3.257. (№1206). 16 см
8.3.258. (№1207). $\frac{ml}{m+l}$.
8.3.259. (№1208). 68 дм, 80 дм.
8.3.260. (№1209). 20 м.
8.3.261. (№1210). $6\frac{3}{7}$ дм, $8\frac{4}{7}$ дм.
8.3.262. (№1211). 42 дм.
8.3.263. (№1212). $\frac{a}{2}\sqrt{\frac{2r-a}{2r+a}}$.
8.3.264. (№1213). $a : b = \sqrt{2} : 1$.
8.3.265. (№1214). $\frac{a^2}{b}$
8.3.267. (№1216). *Указание*. Условию отвечают и прямые, соответственно параллельные сторонам треугольника ABC и антипараллели, т.е. такие прямые, которые при пересечении с *AB* в точке *K* образуют угол *BKM*, равный углу *C*. Решений не меньше трех и не больше шести.
8.3.268. (№1217). 195 м.
8.3.269. (№1218). 20 см, 30 см.
8.3.270. (№1219). 12.
8.3.272. (№1221). Да.
8.3.275. (№1224). $\sqrt{2} : 2$.
8.3.276. (№1225). 5.

8.3.278. (№1227). $\frac{2p}{9}$.
8.3.279. (№1228). *Указание*. Провести через точку C прямую, параллельную AB.
8.3.280. (№1229). 189,5 м.
8.3.281. (№1230). *Указание*. Средними линиями треугольник можно разбить на 4 части, подобные ему. Продолжая разбиения, можно получить $3k+1$ частей, которые отвечают условию. На рисунке представлена линия, разбившая AB в отношении 1 : 2, трапеция разделена на $3k$ треугольников, отвечающих условию.



Если AB разбить в отношении 1:3, то аналогично получим $3k+2$ треугольников. Числа $3k$, $3k+1$ и $3k+2$ исчерпывают множество натуральных числе.



8.3.282. (№1231). 30^0, 150^0.
8.3.283. (№1232).
8.3.284. (№1233). *Указание*. Исходя из условия, треугольники *AMT* и *ABC* подобны. Отсюда следует равенство $MT = KC$. Аналогично доказывается, что $KM = CT$.
8.3.285. (№1234). 4 см.
8.3.287. (№1236). $\frac{6}{7}a$.
8.3.290. (№1239). Да.
8.3.291. (№1240). 84 см, 56 см.
8.3.292. (№1241). 6 см, 8 см, 10 см, 48 см, 64 см, 80 см.
8.3.293. (№1242). Да.
8.3.294. (№1243). Нет; да; нет.
8.3.304. (№1253). 6 см.

Прямоугольный треугольник. Метрические соотношения.

8.3.362. (№1311). 37 см.
8.3.363. (№1312). 65 см.
8.3.364. (№1313). 41 дм.
8.3.365. (№1314). 109 см.
8.3.366. (№1315). $\frac{\sqrt{1933}}{2}$.
8.3.367. (№1316). $1\frac{9}{16}$.
8.3.368. (№1317). 17.
8.3.369. (№1318). $\sqrt{61}$.
8.3.370. (№1319). 1) 161; 2) 260; 3) 24; 4) 42; 5) $7\frac{1}{5}$; 6) $\sqrt{51}$.
8.3.371. (№1320). 1) $c=25$, $a_c=9$, $b_c=16$, $h=12$;
2) $c=25, a_c=23\frac{1}{25}=23{,}04$, $b_c=1\frac{24}{25}=1{,}96$, $h=6{,}72$;
3) $c=\sqrt{41}$, $a_c=\frac{16}{\sqrt{41}}$, $b_c=\frac{25}{\sqrt{41}}$, $h=\sqrt{9\frac{29}{41}}$;
4) $b=75$, $b_b=45$, $a_c=80$, $h=60$;
5) $a=156$; $a_c=144$, $b_c=25$, $h=60$;
6) $b=175$, $b_c=49$, $a_c=576$, $h=168$;
7) $b=\sqrt{15589}$, $b_c=\frac{15589}{125}$, $a_c=\frac{36}{125}$, $h=\frac{6\sqrt{15589}}{125}$;
8) $c=25$, $a=24$, $a_c=23{,}04$, $h=6{,}72$;
9) $a=21$, $b=20$, $b_c=13\frac{23}{29}$, $h=14\frac{14}{29}$;
10) $b=\sqrt{6}$, $a=\sqrt{3}$, $a_c=1$, $h=\sqrt{2}$;
11) $c=4\frac{1}{6}$, $h=2$, $a=2\frac{1}{2}$, $b=3\frac{1}{3}$;
12) $c=20$, $h=6$, $a=2\sqrt{10}$, $b=6\sqrt{10}$;
13) $a_c=64$, $b_c=225$, $c=289$, $b=225$;
14) $b_c=\frac{81}{41}$, $a_c=39\frac{1}{41}$, $c=41$, $a=40$.
8.3.372. (№1321). Да.
8.3.373. (№1322). Да.

8.3.374. (№1323). Нет.
8.3.381. (№1330). $47\frac{50}{51}$ см, $74\frac{1}{51}$ см.
8.3.384. (№1333). $5\frac{1}{5}$ м.
8.3.385. (№1334). 98 см, 18 см.
8.3.386. (№1335). $\frac{1}{b^2}+\frac{1}{c^2}=\frac{1}{a^2}$.
8.3.388. (№1337). $a:h=5:4$.
8.3.391. (№1340). Да.
8.3.393. (№1342). Относятся как $a:b$.
8.3.395. (№1344). 1) прямоугольный; 2) тупоугольный; 3) остроугольный.
8.3.396. (№1345). а) внутри, б) внутри, в) снаружи, г) на стороне.
8.3.397. (№1346). Тупоугольный.
8.3.398. (№1347). Остроугольный.
8.3.399. (№1348). Тупоугольный.
8.3.400. (№1349). $a^2+b^2=5c^2$.
8.3.401. (№1350). Да.
8.3.403. (№1352). 12.
8.3.404. (№1353). $\frac{12\sqrt{65}}{29}$.
8.3.405. (№1354). 6.
8.3.407. (№1356). $\frac{\alpha}{2}$.
8.3.408. (№1357). 30^0.
8.3.409. (№1358). 25.
8.3.410. (№1359). $90^0+\alpha$.
8.3.412. (№1361). $\frac{11}{12}$.
8.3.413. (№1362). $\frac{23}{24}$.

Окружность

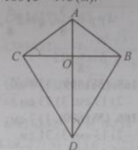
8.3.415. (№1364). 1) 6 см; 2) 12 см; 3) 1 м.
8.3.416. (№1365). 16 см.
8.3.417. (№1366). 1) внутри; 2) на окружности; 3) вне.
8.3.418. (№1367). $2\sqrt{42}$ м.
8.3.419. (№1368). $\sqrt{3}$ м.
8.3.420. (№1369). 1) 4; 2) 65; 3) $\frac{r}{5}$; 4) $AD_1=5$, $AD_2=45$.
8.3.421. (№1370). 1) 1 м; 2) 6 м; 3) 10 м.
8.3.422. (№1371). 1) 8 см; 2) 18 см; 3) 14 см.
8.3.423. (№1372). 1) 7 см; 2) $r(\sqrt{5}-1)$.

8.3.424. (№1373). 20 см.
8.3.425. (№1374). 20 см.
8.3.426. (№1375). 21 дм, 29 дм
8.3.430. (№1379). 12 см.
8.3.431. (№1380). 4,35 м.
8.3.432. (№1381). 16 см.
8.3.433. (№1382). 20.
8.3.434. (№1383). 6,5.
8.3.435. (№1384). 5 см.
8.3.436. (№1385). $2\sqrt{13}$ см.
8.3.437. (№1386). Нет.
8.3.438. (№1387). Уменьшился в $2\frac{1}{2}$ раза.
8.3.439. (№1388). 24 см.
8.3.440. (№1389). 99 м.
8.3.443. (№1392). 1) 6; 2) 3; 3) $\sqrt{3}$.
8.3.444. (№1393). 21 см.
8.3.446. (№1395). 1) 3 см; 2) 18 см; 3) $a\frac{1+\sqrt{5}}{2}$.
8.3.447. (№1396). ≈226 км.
8.3.448. (№1397). ≈267 км.
8.3.450. (№1399). 17 см.
8.3.451. (№1400). 13 см.
8.3.453. (№1402). D — вторая точка пересечения.
8.3.454. (№1403). 1) 4 см; 2) 20 м; 3) 35 м, 15 м.
8.3.455. (№1404). $3\sqrt{46}$.
8.3.456. (№1405). 1) 9 дм; 2) 36 см; 3) 25 см.
8.3.457. (№1406). $\frac{m}{n-m}(am-bn)$ и $\frac{n}{n-m}(am-bn)$.
8.3.458. (№1407). 10 см.
8.3.459. (№1408). $\frac{a}{2}$.
8.3.460. (№1409). 18 см.
8.3.461. (№1410). 12 см, 36 см.
8.3.462. (№1411). 18 см, 12 см.
8.3.463. (№1412). 12,5 см; 2,5 см
8.3.466. (№1415). 6 дм.
8.3.467. (№1416). $\frac{2}{5}r$.
8.3.468. (№1417). 1) 10 см; 2) 8 дм; 3) 9,375 м
8.3.469. (№1418). 25 дм, 8 дм, 15 дм.
8.3.470. (№1419). $\frac{a}{r}\sqrt{4r^2-a^2}$.
8.3.471. (№1420). 9 дм.
8.3.472. (№1421). $\sqrt{2ar}$.
8.3.474. (№1423). Может.
8.3.475. (№1424). Да.
8.3.476. (№1425). Могут.
8.3.477. (№1426). Равны.
8.3.478. (№1427). 8 см.
8.3.480. (№1429). 10 см.
8.3.482. (№1431). $\frac{1}{3}$.
8.3.484. (№1433). 1; 12.

§4. Практикум по теореме Пифагора

8.4.1. (№1435). 15 см.
8.4.2. (№1436). 125, 125 и 240 см.
8.4.3. (№1437). $\frac{4}{\sqrt{2}}$ см.
8.4.4. (№1438). $\sqrt{24{,}75}$ м.
8.4.5. (№1439). 109 см.
8.4.6. (№1440). $a\sqrt{2}$.
8.4.7. (№1441). $\frac{2}{\sqrt{2}-1}$ см.
8.4.8. (№1442). $\frac{\sqrt{a^2+b^2}}{2}$
8.4.9. (№1443). 32 см, 60 см.
8.4.10. (№1444). 41 см.
8.4.11. (№1445). 10 см.
8.4.12. (№1446). а) $c=40$; $a_c=14{,}4$; $b_c=25{,}6$; $h_c=19{,}2$;
б) $b=14$; $b_c=3{,}92$; $a_c=46{,}08$; $h_c=13{,}44$;
в) $h_c=36$; $a=45$; $b=48$; $c=75$;
г) $a_c=16$; $b_c=9$; $a=20$; $a=20$, $b=15$;
д) $h_c=2{,}4$; $a_c=3{,}2$; $c=5; a=4$;
е) $h=12; a_c=16$, $c=20, b=15$.
8.4.13. (№1447). $a\frac{\sqrt{3}}{2}$.
8.4.14. (№1448). $h\frac{2}{\sqrt{3}}$.
8.4.15. (№1449). $\frac{6}{\sqrt{3}}$, $\frac{12}{\sqrt{3}}$.
8.4.16. (№1450). 25 см
8.4.17. (№1451). 29 см.
8.4.18. (№1452). 37 см.
8.4.19. (№1453). 24 см.
8.4.20. (№1454). 14 см.
8.4.23. (№1457). 9 см.
8.4.24. (№1458). 42,5 см.
8.4.25. (№1459). 77 см
8.4.26. (№1460). 61 см.
8.4.27. (№1461). 13,44 см.
8.4.28. (№1462). $\sqrt{2Rr}$.
8.4.30. (№1464). 48 см.
8.4.32. (№1466). 50 см^2.
8.4.35. (№1469). 25, 17.
8.4.36. (№1470). 3, 4, 5.
8.4.37. (№1471). $2\sqrt{29}$ м.
8.4.38. (№1472). $\sqrt{a^2+3b^2}$.
8.4.39. (№1473). 25 мм.
8.4.40. (№1474). 39 дм.
8.4.41. (№1475). $\frac{a^2+4h^2}{8h}$.

8.4.42. (№1476). 73 см.
8.4.43. (№1477). 25 м, 7 см.
8.4.44. (№1478). 20 см.
8.4.45. (№1479). 54 см.
8.4.46. (№1480). 21 см, 28 см.
8.4.47. (№1481). $\frac{a}{\sqrt{2}+1}, \frac{a\sqrt{2}}{\sqrt{2}+1}$.
8.4.48. (№1482). $n\sqrt{\frac{m+n}{m-n}}$, $m\sqrt{\frac{m+n}{m-n}}$.
8.4.49. (№1483). 40 см.
8.4.50. (№1484). 1) 25 мм; 2) 19 мм; 3) 15,9 мм. $h=\frac{D-d}{2}\sqrt{3}$.
8.4.51. (№1485). $\sqrt{a^2+b^2}$.
8.4.52. (№1486). $32\sqrt{2}<46$ мм.
8.4.53. (№1487). Нет.
8.4.54. (№1488). $7\frac{9}{17}$ см.
8.4.55. (№1489). 175 см, 600 см.
8.4.56. (№1490). 1 : 4.
8.4.57. (№1491). 49 : 81.
8.4.58. (№1492). 10 м.
8.4.59. (№1493). mc.
8.4.60. (№1494). 13.
8.4.61. (№1495). 7,5 см.
8.4.62. (№1496). 18 дм.
8.4.63. (№1497). 12 дм.
8.4.64. (№1498). $12\frac{\sqrt{5}}{2}$, $9\frac{\sqrt{5}}{5}$, $9\frac{\sqrt{5}}{5}$.
8.4.65. (№1499). 13,44 дм.
8.4.66. (№1500). $9\frac{1}{15}$ см.
8.4.67. (№1501). 15 дм.
8.4.68. (№1502). 65 дм.
8.4.69. (№1503). $\sqrt{769}$ м, 37 м.
8.4.70. (№1504). 4 : 5.
8.4.71. (№1505). 1) 3,125 дм; 2) 16,9 дм.
8.4.72. (№1506). 6 дм.
8.4.73. (№1507). 30 дм.
8.4.74. (№1508). 32 см, 18 см.
8.4.75. (№1509). $\frac{4rn}{(3n+m)(3m+n)}$, $\frac{4rm}{(3n+m)(3m+n)}$ — основания; $\frac{m+n}{(3n+m)(3m+n)}$ — боковая сторона.
8.4.76. (№1510). 11 см,61 см.
8.4.79. (№1513). 17,6 м.
8.4.80. (№1514). 51, 75, 68, 40.
8.4.81. (№1515). *Указание*. Если обозначить $AO=x$, $BO=y$, то длины катетов треугольника COD $x\sqrt{3}$ и $y\sqrt{3}$. Следовательно, ΔAOB подобен ΔCOD, причем коэффициент подобия $k=\sqrt{3}$. Поэтому $AB=300:\sqrt{3}=$ $=100\sqrt{3}=173$ (м).



8.4.82. (№1516). 90 см.
8.4.83. (№1517). 24 см.
8.4.84. (№1518). 24 см.
8.4.86. (№1520). 60 см, 32 см.
8.4.88. (№1522). 20 м.
8.4.90. (№1524). 15 см.
8.4.91. (№1525). 5 м.
8.4.92. (№1526). 35 дм.
8.4.93. (№1527). 16 : 25.
8.4.94. (№1528). 18 дм, 80 дм.
8.4.95. (№1529). 38 дм, 22 дм.
8.4.96. (№1530). 25 дм.
8.4.97. (№1531). $7\frac{7}{9}$ дм.
8.4.98. (№1532). 1 дм.
8.4.99. (№1533). $\frac{m^2+n^2}{m}$, $\frac{m^2+n^2}{n}$.
8.4.100. (№1534). 27 дм, 64 дм.
8.4.101. (№1535). 24 см.
8.4.102. (№1536). *Указание*. Проведем $BE \parallel CD$. Так как $\angle ABE=90^0$, AE — диаметр, $AE^2=AC^2+CE^2$. По свойствам параллельных хорд $CE=DB$. Далее к треугольникам AMC и BMD применяем теорему Пифагора.

8.4.103. (№1537). 180 $см^2$.
8.4.104. (№1538). 504 $см^2$.
8.4.105. (№1539). 360 $см^2$.
8.4.106. (№1540). 40 см.
8.4.107. (№1541). 336 $см^2$.
8.4.108. (№1542). 300 $см^2$.
8.4.109. (№1543). 684 $см^2$, 106 см.
8.4.110. (№1544). 4 см, 3 см.
8.4.111. (№1545). 8 см, 9 см.
8.4.112. (№1546). 120 $см^2$.
8.4.113. (№1547). 420 $см^2$.
8.4.114. (№1548). $\left(\frac{3\sqrt{3}}{4}+1\right)a^2$.
8.4.115. (№1549). 126 $см^2$.
8.4.116. (№1550). 105 $см^2$.
8.4.119. (№1553). Прямая, перпендикулярная отрезку.

8.4.125. (№1559). Точка пересечения диагоналей.
8.4.129. (№1563). 3,2.
8.4.130. (№1564). $\sqrt{(7-\sqrt{102})^2+49}$.
8.4.132. (№1566). $\frac{28\sqrt{2}}{9}$.
8.4.133. (№1567). 5, $5\sqrt{6}$.
8.4.134. (№1568). $12\frac{12}{13}$.
8.4.135. (№1569). $9\frac{3}{13}$; 24.
8.4.136. (№1570). $4\sqrt{3}$; $15-4\sqrt{3}$.
8.4.137. (№1571). 13 см.
8.4.140. (№1574). 13.
8.4.147. (№1581). $\frac{p^2}{16}$.
8.4.148. (№1582). $\left(\sqrt{3}+2\right)a$.
8.4.149. (№1583). $\left(1+\sqrt{2}\right)a$.
8.4.150. (№1584). 2 см.
8.4.151. (№1585). 39 см, 50 см.
8.4.152. (№1586). 22 см.
8.4.153. (№1587). $R\sqrt{3}$.
8.4.154. (№1588). 4.
8.4.157. (№1591). $\sqrt{m^2-c^2}$.
8.4.162. (№1596). 1) 7; 2) $\sqrt{7}$; 3) 16; 4) $3\sqrt{2}$.
8.4.163. (№1597). 1) тупоугольный; 2) прямоугольный; 3) остроугольный; 4) остроугольный; 5) тупоугольный.
8.4.164. (№1598). 1) $p=5$, $q=9$, $h=12$; 2) $p=35$, $q=5$, $h=12$; 3) $p=20$, $q=8$, $h=15$; 4) $p=1\frac{3}{8}$, $q=2\frac{5}{8}$, $h=\frac{3}{8}\sqrt{15}$.
8.4.165. (№1599). 1) 7 см; 2) 13 см; 3) 73 см.
8.4.166. (№1600). 1) 7 см; 2) 13 см; 3) 31 см.
8.4.167. (№1601). 1) $\sqrt{25-6\sqrt{2}}$. 2) $\sqrt{13}$, 3) 5.
8.4.168. (№1602). 9 см, 24 см.
8.4.169. (№1603). 6 см, 10 см.
8.4.170. (№1604). 7, 15, $\frac{105\sqrt{3}}{26}$.
8.4.171. (№1605). 20 см.
8.4.172. (№1606). a, $a\left(1+\sqrt{2}\right)$, $a\sqrt{2+\frac{1}{\sqrt{2}}}$.
8.4.173. (№1607). 13, 14, 15.
8.4.174. (№1608). $\sqrt{r\left(2r-\sqrt{4r^2-a^2}\right)}$, 30.
8.4.175. (№1609). $\sqrt{119}$ см.
8.4.176. (№1610). 11,2 см.
8.4.177. (№1611). 1) 1 : 2; 2) 3 : 4.
8.4.178. (№1612). 13.

8.4.179. (№1613). 8 см, 12 см
8.4.180. (№1614). 14; 14; 16,8.
8.4.181. (№1615). 25,56.
8.4.182. (№1616). 52.
8.4.183. (№1617). $\sqrt{R^2+3r^2}$.
8.4.188. (№1622). $\frac{ab\sqrt{3}}{2\sqrt{a^2+b^2+ab}}$.
8.4.190. (№1624). 1) $\sqrt{73}$ м, $\sqrt{46}$ см.
8.4.191. (№1625). 1) 20, $4\sqrt{34}$; 2) 39, 17; 3) $\sqrt{13,6}$; $\sqrt{23,4}$.
8.4.192. (№1626). $4\sqrt{\frac{17}{13}}$, $6\sqrt{\frac{17}{13}}$.
8.4.193. (№1627). 10 см, 15 см.
8.4.194. (№1628). 7, 11.
8.4.195. (№1629). 4, 7, 7, 9.
8.4.196. (№1630). 18 см, 16 см.
8.4.197. (№1631). $\frac{\sqrt{2(a^2+b^2)-c^2}}{2}$, $\frac{\sqrt{2(a^2+c^2)-b^2}}{2}$, $\frac{\sqrt{2(b^2+c^2)-a^2}}{2}$.
8.4.198. (№1632). 11.
8.4.199. (№1633). 14.
8.4.200. (№1634). 24 см.
8.4.201. (№1635). 15 см, 25 см.
8.4.202. (№1636). a,b,c,d — стороны, f,e — диагонали $\frac{\sqrt{a^2+c^2+f^2+e^2-b^2+d^2}}{2}$.

§5. Тригонометрия помогает геометрии

8.5.1. (№1641). $2\pi R\cos\varphi$.
8.5.3. (№1643). 10; 8.
8.5.4. (№1644). $2\sqrt{13}$; $3\sqrt{13}$.
8.5.5. (№1645). $1\frac{1}{13}$.
8.5.6. (№1646). а) $\frac{3}{5}$, $\frac{4}{5}$; б) 0,96.
8.5.7. (№1647). Угол при основании: $\frac{3}{5}$, $\frac{4}{5}$; угол при вершине: $\frac{7}{25}$, $\frac{24}{25}$.

8.5.9. (№1649).
а) $c(1+\sin\varphi+\cos\varphi)$;
б) $\frac{a}{\cos\varphi}(1+\sin\varphi+\cos\varphi)$.

8.5.10. (№1650). а) $c=125$, $\angle A=20^0 36'$, $\angle B=69^0 24'$;
б) $c=11{,}12$; $\angle A=31^0 48'$, $\angle B=59^0 12'$;
в) $c=1{,}7973$; $\angle A=74^0 54'$, $\angle B=15^0 6'$;
г) $a=25$; $\angle A=4^0 35'$, $\angle B=85^0 25'$;
д) $b=169$; $\angle A=20^0$; $\angle B=70^0$;
е) $a=31{,}6$; $c=35{,}2$; $\angle A=63^0 42'$;
ж) $b=4{,}09$; $c=4{,}17$; $\angle B=52^0 54'$;
з) $b=15163$; $c=15621$; $\angle A=13^0 55'$;
и) $b=0{,}63$; $a=0{,}54$; $\angle B=49^0$;
к) $a=0{,}021$; $b=0{,}0724$; $\angle A=16^0 6'$.

8.5.11. (№1651). $3\frac{13}{17}$; $13\frac{4}{17}$.
8.5.12. (№1652). $6\sqrt{5}$; $12\sqrt{5}$; 30.
8.5.13. (№1653). 144π.
8.5.14. (№1654). 3; $3\sqrt{3}$.
8.5.15. (№1655). $1°26'$; $1°2'$.
8.5.16. (№1656). 113,6.
8.5.17. (№1657). 85,8 см.
8.5.18. (№1658). $R\sin\frac{\alpha}{2}$.
8.5.19. (№1659). 126,5 м.
8.5.20. (№1660). ≈14,35 км.
8.5.21. (№1661). ≈3°24′.
8.5.22. (№1662). ≈ 96 мм.
8.5.23. (№1663). ≈18,7 см².
8.5.24. (№1664). $5\sqrt{3}$; 5; 30°; 60°.
8.5.25. (№1665). 31,97.
8.5.26. (№1666). а) 45°; б) $\frac{\sqrt{5}}{2}$.
8.5.27. (№1667). 20 дм; $\frac{4}{5}$.
8.5.28. (№1668). 11,9 см; 11,9 см; 47,5 см.
8.5.29. (№1669). 59 кг.
8.5.30. (№1670). 364 м.
8.5.31. (№1671). 12,8 кг; 37,9 кг.
8.5.32. (№1672). 12,6 кг; 29°; 61°.
8.5.33. (№1673). $\frac{2}{3}$; 15 мм.
8.5.36. (№1676). 5,44; 29,18.
8.5.37. (№1677). $MN=\frac{a\sin\varphi}{1-\sin\varphi}$.
8.5.38. (№1678). $\frac{l}{\cos\alpha(1+2\sin\alpha)}$.
8.5.39. (№1679). 2 дм; $\frac{\sqrt{2}}{2}$.

8.5.40. (№1680). $h\,\mathrm{ctg}\frac{\alpha}{2}$.
8.5.41. (№1681). $\sqrt{6}$.
8.5.42. (№1682). а) 45°; б) $4\sqrt{2}$ см.
8.5.43. (№1683). 0,28.
8.5.44. (№1684). 0,5376; 0,8432.
8.5.46. (№1686). Нет.
8.5.48. (№1688). 28°57′; 71°3′.
8.5.49. (№1689). $\frac{2\alpha}{\cos\alpha}$.
8.5.51. (№1691). $2\arcsin\frac{3}{5}\approx 73^0 44'$.
8.5.52. (№1692). а) $\frac{7}{25}$, $\frac{24}{25}$;
б) $\frac{11}{61}$, $\frac{60}{61}$; в) $\frac{20}{29}$, $\frac{21}{29}$;
г) $\frac{3}{5}$, $\frac{4}{5}$; д) $\frac{4}{\sqrt{41}}$, $\frac{5}{\sqrt{41}}$.
8.5.53. (№1693). а) $2\,\mathrm{arctg}\frac{4}{5}$;
б) $\mathrm{arctg}\frac{8}{15}$; в) $\mathrm{arctg}\frac{15}{8}$;
г) $\mathrm{arctg}\frac{8}{15}$.
8.5.54. (№1694). а) $\frac{26}{\sqrt{901}}$, $\frac{15}{\sqrt{901}}$;
б) $\frac{4}{5}$, $\frac{3}{5}$.
8.5.55. (№1695). 90^0; $\mathrm{arctg}\frac{3}{4}\approx 36^0 52'$; $\mathrm{arctg}\frac{4}{3}\approx 53^0 8'$.
8.5.56. (№1696). $\frac{a\,\mathrm{tg}\alpha\,\mathrm{tg}\beta}{\mathrm{tg}\alpha+\mathrm{tg}\beta}$.

§6. Практикум по задачам восьмого класса

8.6.2. (№1701). $\sqrt{2},\sqrt{3},2,\sqrt{5},\sqrt{6},\sqrt{7},2\sqrt{2},3$.
8.6.4. (№1703). Прямоугольник.
8.6.5. (№1704). 12, 8, 6.
8.6.10. (№1709). Дельтоид, равнобедренная трапеция.
8.6.19. (№1718). Середина BC.
8.6.23. (№1722). 150°.
8.6.24. (№1723). 22,5°.
8.6.25. (№1724). 90°.
8.6.26. (№1725). А, В, Д, Е, Ж, З, К, Л, М, Н, О, П, С, Т, Ф, Х, Ш, Э; 0, 3, 8.
8.6.27. (№1726). Нет; нет.

8.6.28. (№1727). $\frac{a}{\sqrt{2}}$; $\frac{b}{\sqrt{2}}$.
8.6.29. (№1728). 10π.
8.6.30. (№1729). $15, 10, \sqrt{145}, \sqrt{505}$.
8.6.31. (№1730). 16.
8.6.32. (№1731). Точка пересечения диагоналей.
8.6.33. (№1732). 338.
8.6.34. (№1733). 2.
8.6.38. (№1737). Необязательно.
8.6.43. (№1742). B_1 симметрична B относительно прямой l, M — точка пересечения AB_1 с l.
8.6.44. (№1743). Точка пересечения l с AB_1, где B_1 симметрична B относительно прямой l.
8.6.45. (№1744). A_1, A_2 — точки, симметричные A относительно сторон угла OX и OY; B и C точки пересечения A_1A_2 с OX и OY.
8.6.53. (№1752). $r^2\frac{\sqrt{3}}{2}$, $r^2\frac{\sqrt{3}}{2}\left(\sqrt{3}-1\right)$.
8.6.55. (№1754). Нет.
8.6.58. (№1757). $4\sqrt{15}$.
8.6.59. (№1758). $\frac{10}{3}\sqrt{2-\sqrt{3}}$.
8.6.60. (№1759). Обратная теорема не верна.
8.6.62. (№1761). Нет.
8.6.63. (№1762). 75; 50.
8.6.67. (№1766). Данный отрезок.
8.6.69. (№1768). Только если исходный треугольник равносторонний.
8.6.70. (№1769). Нет.
8.6.72. (№1771). Ромб и квадрат.
8.6.74. (№1773). $CL=4$, $KL=7$.
8.6.75. (№1774). $5{,}2\cdot\frac{\sqrt{2}}{2}\approx 3{,}7$.
8.6.76. (№1775). $AB=20, CB=14$.
8.6.79. (№1778). 20,25.
8.6.80. (№1779). 3.
8.6.81. (№1780). $2\sqrt{2}$.
8.6.82. (№1781). $\frac{7\sqrt{2}}{2}$.
8.6.84. (№1783). Да.
8.6.85. (№1784). 6 : 3 : 2.
8.6.87. (№1786). $a=2b\sin 10^0$.
8.6.89. (№1788). $\frac{8\sqrt{97}}{9}\pi$.
8.6.92. (№1791). 30°, 90°, 150°, 90°; 60°, 90°, 120°, 90°.
8.6.93. (№1792). Окружность с центром S.
8.6.94. (№1793). $\frac{d}{6}$.
8.6.96. (№1795). 8, 10.
8.6.97. (№1796). $2\sqrt{(2+l)^2-h^2}$.

8.6.98. (№1797). 4; 60π.
8.6.100. (№1799). $\frac{3}{5}h$; $2\frac{2}{5}h$.
8.6.102. (№1801). 27.
8.6.103. (№1802). $R\left(3-2\sqrt{2}\right)$.
8.6.105. (№1804).
$\frac{2}{\sqrt{3}}\left(a^2+b^2-ab\right)$;
$\sqrt{2}\left(a^2+b^2+ab\sqrt{2}\right)$;
$\frac{2}{\sqrt{3}}\left(a^2+b^2+ab\right)$.
8.6.114. (№1813). 15, 9, 6.
8.6.115. (№1814). $\frac{1+\sqrt{2}}{2}$.
8.6.120. (№1819). $\frac{1}{a}+\frac{1}{b}>\frac{1}{c}$, $\frac{1}{c}+\frac{1}{a}>\frac{1}{b}$, $\frac{1}{c}+\frac{1}{b}>\frac{1}{a}$.
8.6.126. (№1825). 4.
8.6.130. (№1829). 60°.
8.6.132. (№1831). $\frac{c\sin 2\alpha}{\sqrt{1+\sin 2\alpha}}$, $\frac{\sqrt{2}c\sin\alpha}{\sqrt{1+\sin\alpha}}$, $\frac{\sqrt{2}c\cos\alpha}{\sqrt{1+\cos\alpha}}$.
8.6.145. (№1844). $\frac{\sqrt{3}ab}{2\sqrt{a^2+b^2+ab}}$.
8.6.147. (№1846). $r\left(1+\frac{R-r}{R+r}\right)$. $r_1=R\frac{\sqrt{2}-1}{\sqrt{2}+1}$; $r_2=R\frac{\sqrt{2}+1}{\sqrt{2}-1}$.
8.6.162. (№1861). 2), 4), 5), 6).
8.6.167. (№1866). У этого уравнения нет корней.
8.6.183. (№1882). $2r\sqrt{5-2}$.

9 класс

§1. Площади фигур

9.1.1. (№1895). Прямая.
9.1.2. (№1896). $\frac{l^2}{2}$.
9.1.3. (№1897). 10; 24.
9.1.4. (№1898). $2{,}25m^2$.
9.1.5. (№1899). 23040 кг.
9.1.6. (№1900). $50\ \ 13m$.
9.1.7. (№1901). $2R^2$.
9.1.8. (№1902). 2.
9.1.9. (№1903). Увеличится в 9 раз; уменьшится в 2,25 раз.
9.1.10. (№1904). Увеличить в 2 раза; уменьшить в 5 раз.
9.1.11. (№1905). 8м, 18м.
9.1.12. (№1906). 25 дм, 12 дм.
9.1.13. (№1907). 24 м.
9.1.14. (№1908). 816мм^2.
9.1.15. (№1909). 818 см.
9.1.16. (№1910). 754м^2.
9.1.17. (№1911). 16 см.
9.1.18. (№1912). 35 см^2.
9.1.20. (№1914). 24 см^2.
9.1.21. (№1915). 10; 48.
9.1.22. (№1916). 1) $\frac{ab}{2}$; 2) $\frac{ab\ \ 2}{2}$; 3) $\frac{ab\ \ 3}{2}$.
9.1.23. (№1917). 30°.
9.1.24. (№1918). Больше площадь квадрата.
9.1.25. (№1919). 1) 288 см^2; 2) 10 дм^2; 3) 3 .
9.1.26. (№1920). 1) $\frac{ab}{4}$; 2) $\frac{ab\ \ 2}{4}$; 3) $\frac{ab\ \ 3}{4}$.
9.1.27. (№1921). 1) Да; 2) нет; 3) да.
9.1.28. (№1922). 3900 см^2.
9.1.29. (№1923). 82 см.
9.1.30. (№1924). 202,8 см^2.
9.1.32. (№1926). $\frac{m^2n^2}{m^2+n^2}$.
9.1.33. (№1927). mn.
9.1.34. (№1928). 1) 21; 3; 2) 9; 7.
9.1.35. (№1929). 241,02 кг.
9.1.39. (№1933). $\frac{ab}{\sqrt{a^2+b^2}}$.
9.1.40. (№1934). $\frac{c^2}{4}$.
9.1.41. (№1935). 1) 268 см^2; 2) $\frac{b\sqrt{4c^2-b^2}}{4}$; 3)$10\ \ 21$.

9.1.42. (№1936). $\frac{a^2\sqrt{3}}{4}$.
9.1.43. (№1937). $\frac{2\sqrt{Q}}{\sqrt[4]{3}}$.
9.1.44. (№1938). 600м^2.
9.1.45. (№1939). 1656 см^2.
9.1.46. (№1940). 55 см, 48 см.
9.1.47. (№1941). 1440 см^2.
9.1.48. (№1942). 9,6м.
9.1.51. (№1945). $\frac{a^2}{2\left(\sqrt{3}+1\right)}$.
9.1.52. (№1946). 75 см^2.
9.1.54. (№1948). 100 дм^2.
9.1.56. (№1950). Площадь прямоугольника больше.
9.1.57. (№1951). 30°, 150°.
9.1.59. (№1953). Площадь квадрата больше.
9.1.61. (№1955). 4,8 см.
9.1.62. (№1956). $1076+52\ \ 364$ и $1076-52\ \ 364$ см.
9.1.63. (№1957). $18(7+4\ \ 3)$ см^2.
9.1.64. (№1958). Увеличится в n^2 раз.
9.1.65. (№1959). Квадрат; 13; 2 : 1.
9.1.66. (№1960). 2640 см^2.
9.1.71. (№1965). 6 см^2.
9.1.72. (№1966). 24 см.
9.1.73. (№1967). $\frac{S}{2}$.
9.1.74. (№1968). $144\ \ 3$ см^2.
9.1.75. (№1969). 1 : 4.
9.1.76. (№1970). 80.
9.1.77. (№1971). ab; $b=a\ \ 3$.
9.1.78. (№1972). а) 90 см^2; б) $26\ \ 21$ см^2; в) 468 см^2.
9.1.79. (№1973). 12 см; 5,6 см; 4,2 см.
9.1.80. (№1974). 8 см.
9.1.81. (№1975). 25 см.
9.1.82. (№1976). 8 см, 10 см.
9.1.83. (№1977). 1,925 м^2.
9.1.84. (№1978). 13,25 см^2
9.1.85. (№1979). 1117 м^2.
9.1.86. (№1980). 11799 см^2.
9.1.87. (№1981). 10 см.
9.1.88. (№1982). 2 : 3.
9.1.89. (№1983). 2400 см^2.
9.1.90. (№1984). 288 см^2.
9.1.91. (№1985). $\frac{mn}{6}$.
9.1.92. (№1986). 480 см^2.
9.1.93. (№1987). 480м^2.
9.1.94. (№1988). 256 см^2.
9.1.95. (№1989). h^2.
9.1.96. (№1990). $\frac{c^2}{2}$.
9.1.97. (№1991). 216 см^2.
9.1.98. (№1992). 8316 см^2.
9.1.99. (№1993). $\frac{R^2}{2}$.

9.1.100. (№1994). $\frac{q^2}{2}$.
9.1.101. (№1995). 1764 см^2.
9.1.102. (№1996). 150м^2.
9.1.103. (№1997). 48 см.
9.1.104. (№1998). 4 см.
9.1.105. (№1999). 54 см^2.
9.1.106. (№2000). 5 см.
9.1.107. (№2001). 72 см^2.
9.1.108. (№2002). 13,5 дм^2.
9.1.109. (№2003). 54 см^2.
9.1.110. (№2004). 24 см^2.
9.1.111. (№2005). 18 см^2.
9.1.112. (№2006). $\frac{a(b+c)}{2}$.
9.1.113. (№2007). 45 см^2.
9.1.114. (№2008). $\frac{10}{1+\ \ 3}$ см^2.
9.1.115. (№2009). Под прямым углом.
9.1.116. (№2010). 660 см^2.
9.1.117. (№2011). 126 см^2.
9.1.118. (№2012). 8 дм^2.
9.1.119. (№2013). 25 см^2.
9.1.120. (№2014). 6 см^2.
9.1.121. (№2015). 30 см.
9.1.122. (№2016). $\frac{ph_1h_2}{h_1+h_2}$.
9.1.123. (№2017). 1400 см^2.
9.1.129. (№2023). $\frac{h^2}{\sqrt{3}}$.
9.1.130. (№2024). $\frac{3\sqrt{3}}{4}R^2$.
9.1.131. (№2025). $3\sqrt{3}r^2$.
9.1.132. (№2026). 12 см.
9.1.133. (№2027). $\sqrt{\frac{Q\left(m^2+n^2\right)}{2mn}}$.
9.1.134. (№2028). $a^2\sqrt{3}\left(1+\sqrt{3}\right)$.
9.1.135. (№2029). $\frac{2a^2\left(1+\sqrt{2}\right)}{3+2\sqrt{2}}$.
9.1.136. (№2030). 8,4м^2.
9.1.137. (№2031). 6912 см^2.
9.1.138. (№2032). 52 см^2.
9.1.139. (№2033). 1) 84; 2) 60; 3)$10\ \ 2$; 4) $\frac{15\ \ 3}{4}$; 5) 5,28; 6) $17\frac{4}{9}$; 7) 8; 9) 3,5.
9.1.140. (№2034). 20 дм.
9.1.141. (№2035). 112.
9.1.142. (№2036). 13м; 12,5м; 1,5м.
9.1.143. (№2037). 18 см; 20 см; 34 см.
9.1.144. (№2038). 144 см^2.
9.1.145. (№2039). 30 см.
9.1.146. (№2040). 1224 см^2.
9.1.147. (№2041). 270 см^2.
9.1.148. (№2042). 1) 25; 2) 12.
9.1.149. (№2043). 36.
9.1.150. (№2044). 6 см.
9.1.151. (№2045). 14м, 30м, 40м.

9.1.152. (№2046). 546 см^2, $9\ \ 2$ см.
9.1.153. (№2047). $\frac{1}{2}bd+(l+f)\times$ $\times(a+b+c)-f^2$.
9.1.154. (№2048). 6 см.
9.1.155. (№2049). $l(a+b+c)-$ $-\frac{1}{2}db+f^2$.
9.1.158. (№2052). 54 см^2.
9.1.159. (№2053). 2 : 1.
9.1.160. (№2054). 30 см.
9.1.161. (№2055). 20 см^2.
9.1.163. (№2057). 77 см^2.
9.1.165. (№2059). 45°, 135°.
9.1.166. (№2060). 20 см^2.
9.1.168. (№2062). $100\ \ 2$ см^2.
9.1.170. (№2064). Равны.
9.1.172. (№2066). 1 : 2.
9.1.173. (№2067). Равны.
9.1.174. (№2068). 24 см^2.
9.1.176. (№2070). 4,2 см.
9.1.177. (№2071). 16 см^2.
9.1.178. (№2072). 12 см^2.
9.1.179. (№2073). $\frac{5S}{9}$.
9.1.180. (№2074). S_1+S_2.
9.1.181. (№2075). $\frac{a(b+c)}{4}$.
9.1.182. (№2076). S_1+S_2.
9.1.183. (№2077). $\frac{a(b+c)}{4}$.
9.1.184. (№2078). 40 см^2.
9.1.185. (№2079). $\frac{a\sqrt{b^2-a^2}}{2}+$ $+\frac{a\sqrt{c^2-a^2}}{2}$.
9.1.187. (№2081). 114 см^2.
9.1.189. (№2083). 126 см^2.
9.1.190. (№2084). 42 см^2.
9.1.191. (№2085). 42 см^2.
9.1.192. (№2086). 2 см.
9.1.193. (№2087). $2\ \ 3$ см^2.
9.1.194. (№2088). $\frac{3\sqrt{3}}{4}a^2$.
9.1.195. (№2089). $\frac{3\sqrt{3}}{4}a^2$.
9.1.196. (№2090). ($NBCM$, $KMCD$) и ($AMKB$, $AMED$).
9.1.197. (№2091). 1 : 4.
9.1.198. (№2092). Да; $ab=hc$.
9.1.200. (№2094). Равнобедренный.
9.1.202. (№2096). 48; 1,8; 8,2.
9.1.203. (№2097). $30\ \ 22$.
9.1.204. (№2098). 28.
9.1.205. (№2099). $\frac{a^2}{2}$.
9.1.206. (№2100). Средняя линия, паралельная AB.
9.1.210. (№2104). 0,56 м^2.
9.1.212. (№2106). $\frac{m_1m_2\sin\alpha}{3}$.
9.1.213. (№2107). $\frac{h_bh_c}{2\sin A}$.

9.1.215. (№2109). 4372 см^2.
9.1.216. (№2110). 8,4 см^2.
9.1.217. (№2111). 11,2 см; $21\frac{7}{13}$ см.
9.1.218. (№2112). 4 : 3.
9.1.229. (№2123). $2\left(a^2+b^2+ab\right)$.
9.1.230. (№2124). 2 : 3.
9.1.231. (№2125). 1 : 2.
9.1.233. (№2127). В 16 раз; в 25 раз.
9.1.234. (№2128). $5\ \ 2$ дм.
9.1.235. (№2129). $\frac{1}{4}$.
9.1.236. (№2130). $h\ \ 2$.
9.1.237. (№2131). 4 : 21 : 56.
9.1.238. (№2132). $m^2:\left(2mn+n^2\right)$.
9.1.239. (№2133). 256 см^2.
9.1.240. (№2134). 3 : 5 : 7.
9.1.241. (№2135). 1) $\frac{1}{4}$; 2) $\frac{1}{2}$; 3) $\frac{3}{4}$.
9.1.242. (№2136). 32 дм^2, 72 дм^2, 128 дм^2.
9.1.244. (№2138). $1:\ \ 2$.
9.1.245. (№2139). $\frac{20}{\ \ 2}$ м.
9.1.246. (№2140). 300 дм^2.
9.1.249. (№2143). 25 дм^2.
9.1.250. (№2144). 60 см^2, 40 см^2.
9.1.251. (№2145). 1 : 3.
9.1.253. (№2147). $\frac{2mn}{(m+n)^2}$.
9.1.254. (№2148). $\frac{a^2}{4}$.
9.1.255. (№2149). 276,48.
9.1.257. (№2151). 16 см^2; 18 см^2.
9.1.258. (№2152). 450 см^2.
9.1.259. (№2153). a^2+b^2.
9.1.260. (№2154). $\frac{p^2}{8}-2R^2$.
9.1.261. (№2155). $\frac{PH_1H_2}{2(H_1+H_2)}$.
9.1.264. (№2158). 156 см^2.
9.1.266. (№2160). 30°, 120°.
9.1.267. (№2161). $\frac{S}{2}$.
9.1.269. (№2163). 90°, 45°, 45°.
9.1.271. (№2165). Да.
9.1.272. (№2166). $\frac{1}{4}ab$.
9.1.276. (№2170). $\frac{13}{16}Q$.
9.1.277. (№2171). $2Q$.
9.1.279. (№2173). 15°, 75°.
9.1.280. (№2174). 1 : 5.
9.1.282. (№2176). Нет.
9.1.283. (№2177). $\frac{m^2}{4}$.
9.1.284. (№2178). $5{,}5\ \ 3$; $13\ \ 3$; $29{,}5\ \ 3$.
9.1.287. (№2181). 13 см, 14 см, 15 см.

9.1.288. (№2182). 51 см, 52 см, 53 см.
9.1.289. (№2183). $31\ \ 3$.
9.1.290. (№2184). Равны.
9.1.292. (№2186). $70+20\sqrt{10}$ см^2.
9.1.294. (№2188). $2Q$.
9.1.295. (№2189). $3\ \ 3$ см^2.
9.1.296. (№2190). $2\frac{2}{3}S$.
9.1.297. (№2191). 1 : 3.
9.1.298. (№2192). 97,5 см^2.
9.1.299. (№2193). 45°, 135°.
9.1.300. (№2194). 6 см.
9.1.301. (№2195). $14\frac{2}{3}$ см^2.
9.1.302. (№2196). 13 см.
9.1.303. (№2197). $\left(\sqrt{S_1}+\sqrt{S_2}+\sqrt{S_3}\right)^2$.
9.1.309. (№2203). Средней по длине.
9.1.311. (№2205). 1), 2), 3), 5), 6).
9.1.312. (№2206). $100(3-2\ \ 2)$%.
9.1.313. (№2207). $R\ \ \frac{89}{4}$.

§2. Тригонометрическая геометрия

9.2.1. (№2215). 14 см.
9.2.2. (№2216). Тупоугольный.
9.2.3. (№2217). 29 см.
9.2.4. (№2218). Остроугольный.
9.2.5. (№2219). 7.
9.2.6. (№2220). 60°.
9.2.7. (№2221). 28 .
9.2.8. (№2222). 120°.
9.2.9. (№2223). $\angle C=78^\circ$; $c=0{,}31$; $a=0{,}17$.
9.2.12. (№2226). а) $\angle A=3^\circ42'$, $b=1609{,}3$, $c=1561{,}8$; б) $\angle B=50^\circ12'$, $b=142{,}8$, $c=192{,}9$; в) $\angle B=59^\circ46'$, $\angle C=70^\circ52'$, $c=0{,}4799$; г) $\angle B=44^\circ32'$, $\angle A=54^\circ2'$, $a=23{,}64$; д) $a=3634$, $\angle B=86^\circ54'$, $\angle C=31^\circ22'$; е) $c=5{,}85$, $\angle A=51^\circ49'$, $\angle B=76^\circ29'$; ж) $c=36{,}9$, $\angle C=68^\circ21'$, $a=26$, $b=37{,}1$; з) $\angle A=84^\circ31'$, $a=71{,}6$, $\angle B=45^\circ26'$, $\angle C=50^\circ3'$.

9.2.14. (№2228). $c = 17{,}65$; $a = 9{,}17$; $\angle B = 30^\circ 28'$; $\angle C = 124^\circ 2'$.
9.2.15. (№2229). $\angle A = 66^\circ$, $\angle B = 73^\circ$, $\angle C = 41^\circ$.
9.2.16. (№2230). 27.
9.2.19. (№2233). 38 см.
9.2.20. (№2234). а) Тупоугольный; б) прямоугольный; в) остроугольный; г) прямоугольный.
9.2.21. (№2235). $\frac{1}{2}\sqrt{a^2+b^2+2ab\cos\alpha}$.
9.2.22. (№2236). 10 см, 23 см.
9.2.23. (№2237). 12 см, 14 см.
9.2.25. (№2239). Да.
9.2.27. (№2241). 1: 3 : 2.
9.2.28. (№2242). $\frac{a^2}{2(\text{ctg}\alpha+\text{ctg}\beta)}$.
9.2.29. (№2243). $\frac{AM^2}{2(\text{ctg}\angle MAB+\text{ctg}\angle MAC)}$.
9.2.30. (№2244). $\frac{t\ 6}{3+\ 6}$, $\frac{t\ 6}{2+\ 6}$.
9.2.31. (№2245). $\frac{t}{2-1}$, $\frac{t\ 2}{2-1}$.
9.2.32. (№2246). $\frac{2t^2}{1-ctg^2\alpha}$.
9.2.33. (№2247). 11,14 см; 12,1 см; 15,28 см.
9.2.34. (№2248). $\frac{\sin\alpha\cdot P}{\sin\alpha+\sin\beta+\sin(\alpha+\beta)}$, $\frac{\sin\beta\cdot P}{\sin\alpha+\sin\beta+\sin(\alpha+\beta)}$, $\frac{\sin(\alpha+\beta)\cdot P}{\sin\alpha+\sin\beta+\sin(\alpha+\beta)}$.
9.2.35. (№2249). $\frac{m^2\cos2\alpha\sin\alpha}{\cos\alpha}$.
9.2.36. (№2250). $4Q$.
9.2.43. (№2257). 15 см.
9.2.44. (№2258). $180^\circ-\arccos\frac{3}{5}$, 90°, $\arccos\frac{3}{5}$, 90°.
9.2.45. (№2259). $\frac{1}{2}$.
9.2.51. (№2265). 440.
9.2.52. (№2266). 45°, 135°.
9.2.54. (№2268). $\frac{6}{7}$.
9.2.58. (№2272). $9\frac{2}{13}$, $9\frac{3}{13}$, 13.
9.2.60. (№2274). $\frac{24\ 2}{2+\ 3}$.
9.2.61. (№2275). $\frac{b\ 1+\sin^2\alpha}{1+\cos\alpha}$.
9.2.62. (№2276). $\frac{2\ 2+\ 3}{3+1}$.

9.2.63. (№2277). $\frac{h}{\sin^2\alpha(\text{ctg}\alpha+\text{ctg}\beta)}$.
9.2.64. (№2278). $\frac{d}{\text{ctg}\alpha+\text{ctg}\beta}$.
9.2.65. (№2279). 10 см.
9.2.66. (№2280). $\frac{m^2\sin^2\alpha\sin2\beta}{\sin^2(\alpha+\beta)}$.
9.2.67. (№2281). $\frac{\sin\gamma\sin(\alpha-\beta)}{\sin(\alpha+\beta)\sin\beta}$.
9.2.68. (№2282). $\frac{1}{2k}$.
9.2.69. (№2283). $\frac{P\sin\alpha}{4\cos^2\left(\frac{\pi}{4}-\frac{\alpha}{2}\right)}$.
9.2.70. (№2284). $\frac{m^2-n^2}{\text{ctg}\alpha+\text{ctg}\beta}$.
9.2.71. (№2285). $\frac{10\ 3}{61}$.
9.2.72. (№2286). 8,125.
9.2.73. (№2287). 21.
9.2.74. (№2288). 15.
9.2.77. (№2291). $\frac{a^2+b^2+2ab\cos\alpha}{\sin\alpha}$.
9.2.79. (№2293). $\approx 61{,}54$.
9.2.80. (№2294). 259.
9.2.81. (№2295). $a = 11{,}3$; $b = 9{,}7$; $c = 132{,}6$; $\angle C = 66^\circ$.
9.2.82. (№2296). 5,6.
9.2.83. (№2297). $\angle C = 32^\circ$, $a = 2{,}32$, $b = 1{,}47$, $c = 1{,}33$.
9.2.84. (№2298). 1,6.
9.2.85. (№2299). 99,9.
9.2.86. (№2300). 86°.
9.2.87. (№2301). 12.
9.2.91. (№2305). 3.
9.2.92. (№2306). 40°.

§3. Вписанный и описанный четырехугольники

9.3.1. (№2307). 1м.
9.3.2. (№2308). $25^\circ10'$, $154^\circ70'$, $25^\circ10'$, $154^\circ70'$.
9.3.4. (№2310). 2 см.
9.3.5. (№2311). $37^\circ, 143^\circ, 37^\circ, 143^\circ$.
9.3.6. (№2312). Вне трапеции.
9.3.7. (№2313). 3 см.
9.3.8. (№2314). $\frac{1}{4}$ м.
9.3.9. (№2315). 1) Да; 2) нет.

9.3.10. (№2316). 3м, 6м, 9м, 6м.
9.3.11. (№2317). $45^\circ, 90^\circ, 135^\circ, 90^\circ$.
9.3.12. (№2318). Нет.
9.3.13. (№2319). 1) 3; 9; 12; 6; 2) 4,5; 7,5; 10,5; 7,5.
9.3.14. (№2320). 96.
9.3.15. (№2321). $98-12{,}25\pi$.
9.3.16. (№2322). 2,5 см.
9.3.17. (№2323). 16 см.
9.3.18. (№2324). 9,6 см.
9.3.19. (№2325). Равнобедренная трапеция.
9.3.21. (№2327). 1 см.
9.3.22. (№2328). 6 см.
9.3.23. (№2329). 3 см.
9.3.24. (№2330). 2 см.
9.3.25. (№2331). 2 см.
9.3.26. (№2332). $12(2\sqrt{3}+3)$.
9.3.27. (№2333). 96.
9.3.28. (№2334). 3 см.
9.3.29. (№2335). 20.
9.3.30. (№2336). 2,25.
9.3.31. (№2337). 8 см.
9.3.32. (№2338). 2 см, 2 см.
9.3.33. (№2339). 27.
9.3.34. (№2340). 96.
9.3.35. (№2341). 13 см.
9.3.36. (№2342). 36 см.
9.3.37. (№2343). 6,25 см.
9.3.38. (№2344). $4\sqrt{13}$ см.
9.3.39. (№2345). $\frac{1}{2}$ см.
9.3.41. (№2347). a.
9.3.42. (№2348). $12\sqrt{3}$ см^2.
9.3.44. (№2350). $\frac{b}{a}R$.
9.3.46. (№2352). $\frac{c}{b}R$.
9.3.47. (№2353). Суммы противоположных углов 180°.
9.3.48. (№2354). Около прямоугольников.
9.3.49. (№2355). Трапеция.
9.3.50. (№2356). Да.
9.3.51. (№2357). Да.
9.3.52. (№2358). Нет.
9.3.53. (№2359). Да.
9.3.54. (№2360). Да.
9.3.56. (№2362). Да.
9.3.57. (№2363). Да, если A_1C_1 не параллельно AC, или же если $AB = BC$.
9.3.58. (№2364). Да.
9.3.59. (№2365). Ромб.
9.3.61. (№2367). Да.
9.3.62. (№2368). Нет.
9.3.63. (№2369). $PT = R\sin\alpha$.
9.3.64. (№2370). $\angle B = 90^\circ$.
9.3.65. (№2371). Нет.
9.3.66. (№2372). Да.
9.3.67. (№2373). Да.
9.3.68. (№2374). В ромбы.
9.3.69. (№2375). Нет.
9.3.70. (№2376). Да.
9.3.71. (№2377). Да.
9.3.72. (№2378). Нет.

9.3.73. (№2379). Провести прямую, параллельную основанию, удалённую от него на $\frac{2}{3}$ высоты.
9.3.74. (№2380). Да.
9.3.75. (№2381). 1080 см^2.
9.3.76. (№2382). 25 см.
9.3.77. (№2383). 65 см.
9.3.78. (№2384). $S_1 = 38{,}4$ см^2; $S_2 = 7\sqrt{13{,}44}$ см^2.
9.3.80. (№2386). 537,5 см^2, $71\frac{2}{3}$ см.
9.3.81. (№2387). 588 см^2.
9.3.82. (№2388). 30 см, 42 см.
9.3.83. (№2389). 13 см.
9.3.84. (№2390). $8R^2$, $16R$.
9.3.85. (№2391). 12 см.
9.3.86. (№2392). 24 см; 18 см.
9.3.87. (№2393). 60 см, 80 см.
9.3.88. (№2394). 60°.
9.3.89. (№2395). 80 см.
9.3.90. (№2396). 6 см.
9.3.91. (№2397). 100 см, 18 см.
9.3.92. (№2398). 6 см.
9.3.94. (№2400). 124°.
9.3.101. (№2407). Да.
9.3.102. (№2408). Да.
9.3.103. (№2409). 50 см.
9.3.104. (№2410). 9:40.
9.3.107. (№2413). *Указание.* По формуле $S=\frac{abc}{4R}$ можно выразить через стороны и радиус окружности площади треугольников ABC, DAC, DAB, BCD. Так как попарные суммы этих площадей соответственно равны, то имеем
$$\frac{abx}{4R}+\frac{cdx}{4R}=\frac{bcy}{4R}+\frac{ady}{4R},$$
где x и y — длины диагоналей. Отсюда получаем нужное отношение.

§4. Правильные многоугольники

9.4.1. (№2419). а) Нет; б) нет.
9.4.2. (№2420). 1) Да; 2) нет.
9.4.3. (№2421). Нет.
9.4.4. (№2422). Нет.
9.4.5. (№2423). У любого.
9.4.6. (№2424). Да.
9.4.7. (№2425). С углом 60° и равными сторонами.
9.4.8. (№2426). Нет.
9.4.9. (№2427). 120°.
9.4.10. (№2428). 1.
9.4.11. (№2429). n.

9.4.12. (№2430). С чётным числом сторон.
9.4.13. (№2431). 8.
9.4.14. (№2432). $a\ \ 3$, $2a$.
9.4.15. (№2433). 5.
9.4.16. (№2434). 15°, $22{,}5^\circ$.
9.4.17. (№2435). 12- и 30-угольник.
9.4.19. (№2437). 60°, 90°, 108°, 120°, 135°, 144°, 150°, $165{,}6^\circ$.
9.4.20. (№2438). 8; 12.
9.4.21. (№2439). 10; 15.
9.4.22. (№2440). Он правильный.
9.4.23. (№2441). Как 1 : 2.
9.4.24. (№2442). Треугольник.
9.4.25. (№2443). Нет.
9.4.26. (№2444). Да.
9.4.27. (№2445). 2 2 см.
9.4.28. (№2446). 3 см.
9.4.32. (№2450). $\frac{2m}{3}$.
9.4.33. (№2451). $\sqrt{R^2-\frac{a^2}{4}}$.
9.4.34. (№2452). $\sqrt{r^2+\frac{a^2}{2}}$.
9.4.35. (№2453). $2\sqrt{R^2-r^2}$.
9.4.36. (№2454). 2 3 см, 2 см.
9.4.39. (№2457). 1) $\frac{a\ 3}{3}$; 2) $\frac{a\ 2}{2}$; 3) a; 4) $a\ 1+\frac{2}{2}$; 5) $a(2+\sqrt{3})$.
9.4.40. (№2458). 1) $\frac{a\ 3}{6}$; 2) $\frac{a}{2}$; 3) $\frac{a\ 3}{2}$.
9.4.41. (№2459). 1) $2k$; 2) $2k$; 3) $\frac{2\ 3}{3}k$; 4) $\frac{2}{2+\ 2}k$.
9.4.42. (№2460). 1) $\frac{R}{2}$; 2) $\frac{R}{2}$; 3) $\frac{R\ 3}{2}$.
9.4.45. (№2463). $\frac{2a_nR}{\sqrt{4R^2-a_n^2}}$.
9.4.46. (№2464). 1) $R\sqrt{2}$; $R\sqrt{2+\sqrt{2}}$; $2R$; 2) $a\sqrt{2+\sqrt{2}}$; $a(\sqrt{2}+1)$; $a\sqrt{4+2\sqrt{2}}$.
9.4.47. (№2465). 1) R; $2R$; $R\ \ 3$; $R\ \ 3-\ \ 3+\ \ 4-2\ \ 3$; 2) $a\sqrt{2+\sqrt{3}}$; $a\sqrt{3+\sqrt{3}+\sqrt{4+2\sqrt{3}}}$; $a\sqrt{2\sqrt{3}+3}$; $a\sqrt{2+\sqrt{3}}$

9.4.48. (№2466). $3\sqrt{2+\sqrt{2}}$ м; $3\sqrt{2-\sqrt{2}}$ м; $\frac{3}{2}\sqrt{2+\sqrt{2}}$ м.
9.4.51. (№2469). 1) $\frac{\sqrt{3}}{2}R$; 2) $2(\sqrt{2}-1)R$.
9.4.52. (№2470). $a(1+\frac{2}{2})$.
9.4.53. (№2471). $\frac{a(1+\ \ 3+\ \ 3+\ \ 4+2\ \ 3)}{2}$.
9.4.55. (№2473). $\frac{a}{3}$.
9.4.56. (№2474). $n = 3,\ 4,\ 6$.
9.4.58. (№2476). $a^2\sqrt{2}$.
9.4.59. (№2477). Нет.
9.4.61. (№2479). У квадрата.
9.4.62. (№2480). $\frac{b\ 3}{3}$; $\frac{b\ 6}{3}$.
9.4.63. (№2481). 2 6 дм.
9.4.64. (№2482). $\frac{R\ 2}{2}$.
9.4.65. (№2483). $\frac{a\ 6}{3}$.
9.4.66. (№2484). $a\frac{3+\sqrt{3}}{6}$.
9.4.67. (№2485). a.
9.4.69. (№2487). $8(2-\sqrt{2})a$.
9.4.71. (№2489). $R\frac{3}{3}$.
9.4.72. (№2490). $R(\ \ 2-1)$.
9.4.73. (№2491). 1) $R(2+\ \ 2)$; 2) $R(2+\ \ 3)$.
9.4.74. (№2492). $\frac{2c}{3-1}$.
9.4.75. (№2493). $\frac{3}{5}h$.
9.4.77. (№2495). Трапеция.
9.4.79. (№2497). Да.
9.4.81. (№2499). $\approx 8{,}8$
9.4.82. (№2500). $\approx 64{,}8$ м^2.
9.4.83. (№2501). $\frac{3\sqrt{3}-\pi}{2}a^2$.
9.4.84. (№2502). $\approx 1{,}46$.
9.4.85. (№2503). π; $6\sqrt{3}$.
9.4.86. (№2504). $\approx 7{,}74$.
9.4.87. (№2505). $r^2(2\pi-3\sqrt{3})$.
9.4.88. (№2506). 16 : 3 3.
9.4.89. (№2507). 1 : 2.
9.4.90. (№2508). $\frac{\pi a^2}{4}$.
9.4.91. (№2509). $\frac{3}{8}r$.
9.4.92. (№2510). $4\pi-\ \ 3$.
9.4.93. (№2511). $\frac{10}{2}$.

9.4.94. (№2512). $\frac{1}{36}, \frac{2}{9}, \frac{3}{4}$.
9.4.95. (№2513). 4 : 9.
9.4.96. (№2514). Ромб.
9.4.98. (№2516). $R\ \ 2+\ \ 3$.
9.4.99. (№2517). $R\frac{\ 5-1}{2}; R\frac{3-\ \ 5}{2}$.
9.4.100. (№2518). 18, 144.
9.4.101. (№2519). 10.
9.4.102. (№2520). Да; да.
9.4.103. (№2521). 3; 6.
9.4.104. (№2522). *Указание.* Из условия следует, что один из внутренних углов меньше $180^0 \cdot \frac{2}{5}$, следовательно он равен 60^0. Другой внутренний угол — $60^0 \cdot \frac{5}{2} = 150^0$. Значит, внешние углы равны 120^0 и 30^0.
9.4.105. (№2523). 3 : 140.
9.4.106. (№2524). *Указание.* Вершинами треугольника являются вершины шестиугольника, взятые через одну. Если взять другие три точки на сторонах шестиугольника, то радиус описанной окружности окажется меньшим. Следовательно, меньшей будет и сторона треугольника.

9.4.109. (№2527). Да.
9.4.112. (№2530). $\frac{a(1+\ \ 5)}{2}$.
9.4.115. (№2533). ≈ 3,5 мм; 15,5 мм.
9.4.116. (№2534). $2\sqrt{2}R^2$.
9.4.117. (№2535). $3R^2$.
9.4.119. (№2537). 4 : 3.
9.4.120. (№2538). $\frac{3\sqrt{3}}{2}a^2; \frac{\sqrt{3}}{2}d^2$.
9.4.121. (№2539). 4 3; 9; 6 3 .
9.4.122. (№2540). 3 : 1.
9.4.123. (№2541). 9 : 4 3 : 6 .
9.4.124. (№2542). 3 : 4; 3 : 8.
9.4.125. (№2543). а) 19; б) 33.
9.4.129. (№2547). Не изменится.
9.4.132. (№2550). Да.
9.4.133. (№2551). Не обязательно.
9.4.136. (№2554). 60^0.
9.4.138. (№2556). Да; да.
9.4.139. (№2557). Нет.
9.4.145. (№2563). Внутреннее касание: 1) $\frac{R\ \ 3}{2+\ \ 3}$; 2) $\frac{R}{2+\ \ 2}$; 3) $\frac{R}{3}$
внешнее касание: 1) $\frac{R\ \ 3}{2-\ \ 3}$; 2) $\frac{R}{2-\ \ 2}$; 3)R .

9.4.146. (№2564). $\frac{r^2}{2}\left(\pi+\sqrt{3}\right)$; $\frac{\pi r^2}{6}$.

9.4.147. (№2565). Пусть a — сторона, данного квадрата, b — данная сторона, тогда задача разрешима, если $\frac{a\ \ 2}{2} \le b \le a$.

§5. Длина окружности. Площадь круга.

9.5.1. (№2571). 1) 20π м; 2) 30π м; 3) 70π см.
9.5.2. (№2572). 1) $\frac{1}{2\pi}$ м; 2) $\frac{25}{2\pi}$ см; 3) $\frac{2{,}375}{\pi}$ дм.
9.5.3. (№2573). 112π м/мин.
9.5.4. (№2574). 1) $\frac{\pi R}{8}$; 2) ≈ $0{,}136\pi$; 3)$0{,}02909\pi$.
9.5.5. (№2575). 1) $\frac{4\pi l}{3}$; 2) $\frac{16{,}9l}{\pi}$.
9.5.6. (№2576). $133^\circ 20'$.
9.5.7. (№2577). ≈ $21^\circ 30'$.
9.5.8. (№2578). 144^0.
9.5.9. (№2579). $1\frac{1}{3}$ см.

9.5.10. (№2580). $7\frac{1}{5}$ см.
9.5.11. (№2581). 258^0.
9.5.12. (№2582). ≈ $57^\circ 18'$.
9.5.13. (№2583). 1) $\frac{\pi a}{3}$; 2) $\frac{\pi}{2}\ \frac{}{2}a$; 3) $\frac{2\pi a}{3\ \ 3}$.
9.5.14. (№2584). 1) $\frac{3l}{\pi}$; 2) $\frac{2\ \ 2l}{\pi}$; 3) $\frac{3\ \ 3l}{2\pi}$.
9.5.15. (№2585). $\frac{107}{2(\pi-1)}$.
9.5.16. (№2586). $2\pi m$.
9.5.17. (№2587). Одинаково: $\frac{1}{2\pi}$.

9.5.18. (№2588). 18,2 см.
9.5.19. (№2589). ≈ 8 см.
9.5.20. (№2590). ≈ 157 см.
9.5.21. (№2591). $\frac{3}{4}l$.
9.5.23. (№2593). 2.
9.5.24. (№2594). В 4π раз.
9.5.25. (№2595). 0,000015.
9.5.26. (№2596). 1) 314м^2; 2) 50,24 дм; 3) 21,2 см.
9.5.27. (№2597). 1) ≈ 0,8 см; 2) ≈ 4м; 3) ≈ 2,3 дм.
9.5.28. (№2598). 346,36м^2.
9.5.29. (№2599). 78,5 см^2.
9.5.30. (№2600). ≈ 4 см.
9.5.31. (№2601). ≈ 0,28м^2.
9.5.32. (№2602). ≈ 2578кг.
9.5.33. (№2603). ≈ 5 см^2.
9.5.34. (№2604). ≈ 15 см.
9.5.35. (№2605). 10 см.
9.5.36. (№2606). $\frac{\pi S}{2}$.
9.5.37. (№2607). 15,7м^2.
9.5.38. (№2608). 1) 1 : 4; 2) 1 : 2; 3) 3 : 4.
9.5.39. (№2609). ≈ 5кг/ см^2.
9.5.40. (№2610). $\frac{\pi a^2}{4}$.
9.5.42. (№2612). 1) ≈ $0{,}55\,r^2$; 2) ≈ $0{,}14\,r^2$.
9.5.43. (№2613). 1) $\frac{5q}{\pi}$; 2) $\frac{6q}{\pi}$.

9.5.44. (№2614). $\frac{360q}{\pi r^2}$.
9.5.45. (№2615). 1) $\frac{R^2}{2}\left(\frac{\pi}{2}-1\right)$; 2) $\frac{R^2}{2}\left(\frac{\pi}{3}-\frac{\sqrt{3}}{2}\right)$; 3) $\frac{R^2}{4}\left(\frac{\pi}{2}-\sqrt{2}\right)$; 4) $\frac{R^2}{4}\left(\frac{\pi}{3}-1\right)$.
9.5.46. (№2616). 1) $\frac{a^2}{3}\left(\frac{\pi}{3}-\frac{1}{4}\right)$; 2) $\frac{a^2}{4}\left(\frac{\pi}{2}-1\right)$; 3) $\frac{a^2}{2}\left(\frac{\pi}{3}-\frac{\sqrt{3}}{2}\right)$.
9.5.47. (№2617). 3,73м^2.
9.5.48. (№2618). 2π; 6π .
9.5.49. (№2619). $R^2\left(\frac{\pi}{2}-1\right)$.
9.5.50. (№2620). $\frac{5}{2}\pi$; $\frac{25\pi}{4}$.
9.5.51. (№2621). $\frac{\pi+\sqrt{3}}{2}R^2$.
9.5.52. (№2622). 8π , 32.
9.5.53. (№2623). $\frac{8\pi}{3}$, 16π .
9.5.54. (№2624). $\frac{\pi-\sqrt{3}}{2}R^2$.
9.5.55. (№2625). 6; 6π .
9.5.56. (№2626). 1.

9.5.57. (№2627). $\frac{r^2}{2}\left(\frac{\pi}{3}+\frac{\sqrt{3}-1}{2}\right)$.
9.5.58. (№2628). $\frac{Qn}{360}$.
9.5.59. (№2629). $\frac{\pi R^2}{6}$.
9.5.60. (№2630). $\frac{a^2}{4}\left(\frac{7\pi}{6}-\sqrt{3}-1\right)$, $\frac{a^2}{4}\left(\frac{13\pi}{6}-\sqrt{3}+1\right)$.
9.5.61. (№2631). $\frac{4mnQ}{\pi\left(m^2+n^2\right)}$.
9.5.62. (№2632). $\frac{R}{2}\left(\ \ 4+\pi \pm\ \ 4-\pi\right)$.
9.5.63. (№2633). $\frac{8Q}{\pi}$.
9.5.64. (№2634). $\frac{\pi Q}{3}$.
9.5.65. (№2635). 1:2.
9.5.66. (№2636). 1) $R^2\left(1-\frac{\pi}{4}\right)$; 2) $R^2\left(\sqrt{3}-\frac{\pi}{4}\right)$; 3) $R^2\left(\sqrt{3}-\frac{\pi}{3}\right)$.
9.5.67. (№2637). $\frac{a^2}{12}\left(\frac{\pi}{2}+3\right)$.
9.5.68. (№2638). На 10π .
9.5.69. (№2639). 18,9.
9.5.70. (№2640). 90^0.

9.5.71. (№2641). $36\left(\frac{\pi}{2}+1\right)$.
9.5.73. (№2643). 4π ; $24-4\pi$.
9.5.74. (№2644). 10π ; 25π .
9.5.75. (№2645). 9π .
9.5.76. (№2646). $r^2\left(\frac{\sqrt{3}}{2}-\frac{2\pi}{3}\right)$.
9.5.78. (№2648). 6.
9.5.79. (№2649). 42,39 см.
9.5.80. (№2650). 72,2 см.
9.5.81. (№2651). 286 сек.
9.5.82. (№2652). Равны.
9.5.83. (№2653). $\frac{\pi R}{3}$.
9.5.84. (№2654). Первая.
9.5.85. (№2655). Уменьшится в 5 раз.
9.5.86. (№2656). А.
9.5.87. (№2657). Да.
9.5.88. (№2658). Полукруга.
9.5.89. (№2659). Только если треугольники равны.
9.5.90. (№2660). Они относятся как 1 : 4.
9.5.91. (№2661). Они относятся как $\sqrt{3}$: 1.
9.5.92. (№2662). Сумма площадей кругов, построенных на катетах равна площади круга, построенного на гипотенузе.
9.5.93. (№2663). Кругов.
9.5.94. (№2664). Первая.

9.5.95. (№2665). Нет.
9.5.96. (№2666). Нет.
9.5.97. (№2667). Треугольника.
9.5.98. (№2668). Сегментов.
9.5.99. (№2669). Часть «при угле».
9.5.100. (№2670). 130π.
9.5.101. (№2671). 8π.
9.5.102. (№2672). 12π.
9.5.103. (№2673). $\pi\sqrt{11}$.
9.5.104. (№2674). 16π.
9.5.105. (№2675). 15π.
9.5.106. (№2676). ≈ 264 м/мин.
9.5.107. (№2677). 442 об/мин.
9.5.108. (№2678). $6\ \ 19:65$.
9.5.109. (№2679). $\frac{169\pi}{12}$.
9.5.110. (№2680). $\frac{7\pi}{3}$.
9.5.111. (№2681). 2π.
9.5.112. (№2682). $\frac{3}{5}(\ \ 3+\pi)\approx 2{,}9$ м.
9.5.113. (№2683). $\approx 3{,}2$ м.
9.5.114. (№2684). $\approx 1{,}8$ м.
9.5.115. (№2685). $\approx 15{,}7$ м.
9.5.116. (№2686). а) $\frac{200\pi}{9}$ см^2; б) 36π см^2; в) 9π см^2.
9.5.117. (№2687). $\approx 38\%$.
9.5.118. (№2688). ≈ 4602 кг.
9.5.119. (№2689). ≈ 14 м.
9.5.120. (№2690). Катет лежит против угла в 30^0.
9.5.121. (№2691). 10π.
9.5.122. (№2692). $\frac{2\pi R\ \ 3}{2+\ \ 3}$.
9.5.123. (№2693). $4\pi R$.
9.5.124. (№2694). $\frac{4\pi}{3}$ см.
9.5.125. (№2695). $\frac{P\pi(2-\ \ 3)}{3}$.
9.5.127. (№2697). 1 : 2.
9.5.128. (№2698). $18+8\pi$.
9.5.129. (№2699). $\frac{5\ \ 2\pi}{2}$.
9.5.130. (№2700). $\frac{2\pi a}{3}$.
9.5.131. (№2701). 15^0, 75^0.
9.5.132. (№2702). $60^0, 60^0, 60^0, 180^0$.
9.5.133. (№2703). $\frac{P^2}{48}\left(\frac{\pi}{3}+\frac{\sqrt{3}}{2}\right)$.
9.5.134. (№2704). $\frac{a}{32}(\pi+1)$.

Содержание

7 класс

8 класс

9 класс